



# 33. ULUSLARARASI MATEMATİK OLİMPİYADI SORULARI

Okay ÇELEBİ\*

1933'te TÜBİTAK'ın desteği ile İstanbul'da düzenlenecek olan Uluslararası Matematik Olimpiyadı, bu yıl 10-21 Temmuz 1992 tarihleri arasında Moskova'da yapıldı. Bu yarışmada ekibimizden Sinan Güntürk ve Cem Mutlugün birer ferdi üçüncülük kazandılar. Matematik severlerin kendilerini denemeleri için, 33. Uluslararası Matematik Olimpiyadı sorularını aşağıda veriyoruz. Daha ileriki sayılarda çözümleri de yayınlanacaktır.

1-  $1 < a < b < c$  olmak üzere,  $abc - 1$  tamsayısının  $(a-1)(b-1)(c-1)$  ile bölünmesini sağlayan tüm  $a, b, c$  tamsayılarını bulunuz.

2-  $R$  ile reel sayılar kümesini gösterelim. Her reel  $x, y$  için

$$f(x^2 + f(y)) = y + (f(x))^2$$

bağıntısını sağlayan tüm  $f = R \rightarrow R$  fonksiyonlarını bulunuz.

3- Uzayda herhangi dördü aynı düzlem üstünde bulunmayan dokuz nokta verilmiş olsun. Her bir nokta çifti bir kenar (yani bir doğru parçası) ile birleştiriliyor ve her kenar ya mavi veya kırmızıya boyanıyor ya da hiç boyanmadan bırakılıyor. Aşağıdaki koşulu sağlayan en küçük  $n$  sayısını bulunuz: Kenarlardan tam olarak  $n$  tanesi boyandığında, boyalı kenarların kümesi içinde mutlaka üç kenarı da aynı renkte olan bir üçgen bulunur.

4- Düzlemde,  $C$  bir çember;  $L, C$  çemberine teğet olan bir doğru ve  $M$  ise  $L$  doğrusu üstünde bir nokta olsun. Aşağıdaki koşulu sağlayan tüm  $P$  noktalarının geometrik yerini bulunuz.

$L$  doğrusu üstünde  $Q$  ve  $R$  gibi öyle iki nokta vardır ki,  $M, QR$  nin orta noktası ve  $C$  de  $PQR$  üçgeninin iç çemberi olur.

5-  $S$ , üç boyutlu uzayda sonlu sayıda noktadan oluşan bir küme olsun.  $S_x, S_y$  ve  $S_z$  ile  $S$  deki noktaların sırasıyla  $yz$  düzlemi,  $zx$  düzlemi ve  $xy$  düzlemi üstüne dik izdüşümlerinden oluşan kümeleri gösterelim. Bu durumda

$$|S|^2 < |S_x| \cdot |S_y| \cdot |S_z|$$

olduğunu kanıtlayınız. Burada  $|A|$  ile sonlu bir  $A$  kümesindeki eleman sayısı gösterilmektedir.

(Not: Bir noktanın bir düzlem üstüne dik izdüşümü, o noktadan düzleme çizilen dikmenin ayağıdır.)

6- Her  $n$  pozitif tamsayısı için  $S(n)$  sayısını aşağıdaki koşulu sağlayan en büyük tamsayı olarak tanımlıyoruz: Her  $k < S(n)$  pozitif tamsayısı için,  $n^2$  sayısı  $k$  tane pozitif tam karenin toplamı olarak yazılabilir.

a) Her  $n > 4$  için  $S(n) < n^2 - 14$  olduğunu kanıtlayınız.

b)  $S(n) = n^2 - 14$  eşitliğini sağlayan bir  $n$  tamsayısı bulunuz.

c)  $S(n) = n^2 - 14$  eşitliğini sağlayan sonsuz sayıda  $n$  tamsayısı bulunduğunu kanıtlayınız.

\* Prof.Dr., ODTÜ Matematik Bölümü.

## SEZARYEN İÇİN YENİ BİR TEST

Washington Üniversitesi kadın-doğum uzmanlarıncı geliştirilen bu testte, annenin karnı üzerine bebeğin kulağı hizasında bir düdükle yerleştiriliyor. Bu düdükle seslerini algılayan bebeğin kalp atış hızı artıyor. Eğer bebek yeterli oksijen alabiliyorsa, kalp atışları dakikada 10 kadar yükseliyor, bebek yeterli kadar oksijen alamamışsa, kalp atış hızı artmıyor, bu durumda sezaryen yapmak zorunlu oluyor.

## ABD'DE FRENGİ ARTIYOR

ABD'de 1981 ile 1989 yılları arasında frengi sayısı % 34 arttı. Son dört yılda en büyük artış meydana

na geldi. Amerikan Tıp Birliği dergisi JAMA'ya göre, frengi 1986 ile 1989 arasında Amerikan zenci erkeklerinde % 32 ve zenci kadınlarda % 176 artmıştır. Buna karşın beyaz erkek ve kadınlarda frengi sıklığı düşmektedir. Zencilerde frenginin artma nedeni olarak yoksulluk, evsizlik ve ilaç alışkanlığı gösterilmektedir. Frenginin, açtığı yaralarla AIDS alınması kolaylaştırdığı düşünülürse olayın önemi anlaşılır.

Bilgi Çağını **Bilim ve Teknik**'le İzleyin.