Bilim ve Teknik

TÜBİTAK

Aylık Popüler Bilim Dergisi Haziran 2022 Yıl 55 Sayı 655 - 7 TL

MATEMATİK HER YERDE!

Müzik ve Simetri

İpler, Keçiler ve Koca Dünya

Fermat'nın Son Teoremi

Çözülememiş Problemler

Sihirli Kareler

POSTER
Kara Delik
Sgr A*

ISSN 1300-3380

"Benim mânevi mirasım ilim ve akıldır"
Mustafa Kemal Atatürk

Bilim ve Teknik
Aylık Popüler Bilim Dergisi
Yıl 55 Sayı 655
Haziran 2022

İmtiyaz Sahibi
TÜBİTAK Adına Başkan
Prof. Dr. Hasan Mandal

Genel Yayın Yönetmeni ve Sorumlu Yazı İşleri Müdürü
Doç. Dr. Rukiye Dilli

Yayın Yönetmeni - Editör
Dr. Özlem Kılıç Ekici

Yayın Danışma Kurulu
Prof. Dr. Emine Adadan
Doç. Dr. İsmail Sengör Altıngövde
Prof. Dr. Elif Damla Arısan
Doç. Dr. Rukiye Dilli
Doç. Dr. Nuray Karapınar
Prof. Dr. Faruk Soydugan

Araştırma ve Yazı Grubu
Dr. Özlem Ak
Dr. Tuncay Baydemir
Dr. Bülent Gözcelioğlu
Dr. Mahir E. Ocak
İlay Çelik Sezer

Redaksiyon
Dr. Nurulhude Baykal

Grafik Tasarım-Web
Hüseyin Diker

Mobil Uygulama
Selim Özden

Teknik Yönetmen
Sadi Atılgan

Mali Yönetmen
Adem Polat

Mali ve İdari Hizmetler
M. Furkan Aktaş

İletişim Bilgileri
TÜBİTAK *Bilim ve Teknik* Dergisi
Bilim ve Toplum Başkanlığı
Remzi Oğuz Arık Mah.
Tunus Cad. No:80
06540 Çankaya ANKARA
bteknik@tubitak.gov.tr
www.bilimteknik.tubitak.gov.tr

Abone İlişkileri
abone@tubitak.gov.tr
https://yayinlar.tubitak.gov.tr

Baskı PROMAT Basım Yayın San. ve Tic. A.Ş.
http://www.promat.com.tr/

Baskı Tarihi 23.05.2022

Dağıtım Turkuvaz Dağıtım Pazarlama A.Ş.
http://www.tdp.com.tr

Bilim ve Teknik Dergisi, Milli Eğitim Bakanlığı
[Tebliğler Dergisi, 30.11.1970, sayfa 407B, karar no: 10247]
tarafından lise ve dengi okullara; Genelkurmay Başkanlığı
[7 Şubat 1979, HRK: 4013-22-79 Eğt. Krs. Ş. sayı Nşr.83]
tarafından Silahlı Kuvvetler personeline tavsiye edilmiştir.

ISSN 977-1300-3380
Fiyatı 7 TL - Yurtdışı Fiyatı 5 Euro

Her ayın 1'inde çıkar.

Çoğumuz öğrencilik yıllarımızda özellikle de matematik sınavlarına çalışırken şu soruyu kendimize hep sormuşuzdur: "Matematik dersinde öğrendiklerimi hayatım boyunca başka bir yerde kullanacak mıyım?" Gerçek şu ki, aslında matematiği her zaman kullanıyoruz. Mesleğimiz ne olursa olsun - aşçı, çiftçi, marangoz, tamirci, eczacı, doktor, mühendis, temel bilimci, sosyal bilimci, astrofizikçi, kimyager, biyolog, teknisyen, esnaf, mimar, bilim insanı, öğretmen, ekonomist, muhasebeci, müzisyen, ressam, sanatçı, sporcu, terzi, … - hepimizin günlük hayatta bir şekilde matematiğe ihtiyacı vardır.

Matematik, daha iyi problem çözme becerilerine sahip olmamıza, bir durum hakkında analitik ve mantıklı düşünmemize, beynimizin bilgiyi daha hızlı işlemesine, eleştirel düşünme becerilerini geliştirmemize ve daha iyi muhakeme yeteneklerine sahip olmamıza yardımcı olur. Analitik düşünme ve muhakeme becerileri önemlidir çünkü hayatta karşılaşabileceğimiz birçok sorun için kolayca çözümler arayıp bulmamızı sağlar. Matematik, düşüncelerimize rasyonalite sunar. Yaklaşımımızda ne kadar matematiksel olursak o kadar başarılı oluruz. Bu sayımızda ağırlıklı olarak matematik temasına, ilgiyle okuyacağınızı düşündüğümüz birbirinden güzel ve ilginç matematik yazılarına yer veriyoruz. Ali Sinan Sertöz uzun zamandır ara verdiği dergimizdeki matematik serüvenine "İpler, Keçiler ve Koca Dünya" başlıklı yazısıyla yeniden başlıyor. Yalnızca eğlenceli olduğu ve çözene zevk verdiği için ortaya atılan kimi problemlerin çözümlerinin bazen derin matematik teknikleri gerektirdiğini vurguluyor. İlay Çelik Sezer ve Ekin Özman, "Fermat'nın son teoremi"nin ispatının ardından yapılan çalışmalar neticesinde bir türlü aşılamayan engelin nasıl aşıldığını aktarıyorlar. Mahir Ocak ise yazısında simetrinin müzikte önemli bir yer tuttuğunu, besteleri analiz etmek ve hatta yeni besteler yapmak için grup teoriden yararlanılabileceğini anlatıyor. "Matematiğin En Popüler Sayısı Pi", "Henüz Çözülememiş Anlaşılması En Kolay Matematik Problemleri", "Hilbert'in Sonsuz Otel Paradoksu" ve "Sihirli Kareler" başlıklı yazılarımızı da zevkle okuyacağınıza eminiz. Bu ayki posterimizde son zamanların en önemli gelişmelerinden birisi olan, gök adamızın merkezindeki kara deliğin görüntüsünün nasıl elde edildiğini ele alıyoruz.

Dergimizin daha düşük fiyata ve ücretsiz kargoyla sizlere ulaşacağı abonelik fırsatından (yıllık 60 TL) faydalanmak için www.tubitakdergileri.com.tr adresini ziyaret edebilirsiniz. Dergimizin internet sayfasını (https://www.bilimteknik.tubitak.gov.tr) ve sosyal medya hesaplarını da takip edebilir, hayatınızdaki yerini ve size neler kattığını bizlerle paylaşabilirsiniz (bteknik@tubitak.gov.tr).

Nesiller büyüten dergimizin bu sayısını da keyifle okumanızı diliyor, sonraki sayılarımızı sabırsızlıkla bekleyeceğinizi umuyoruz. Sınavlara girecek herkese başarılar diliyor ve tüm hayallerinizin gerçekleşmesini diliyoruz.

Sağlıcakla ve bilimle kalın... Unutmayın #bilimokuyanbilir!

Saygılarımızla,
Özlem Kılıç Ekici

İçindekiler

18

Müzik ve Simetri

Mahir E. Ocak

Zor hesapları basitleştirmek, kuramları formüle etmek ve hatta yeni kuramlar geliştirmek için grup teoriden yararlanılır. Peki simetrinin müzikte de önemli bir yer tuttuğunu, besteleri analiz etmek ve hatta yeni besteler yapmak için grup teoriden de yararlanılabileceğini biliyor muydunuz?

32

İpler, Keçiler ve Koca Dünya

Ali Sinan Sertöz

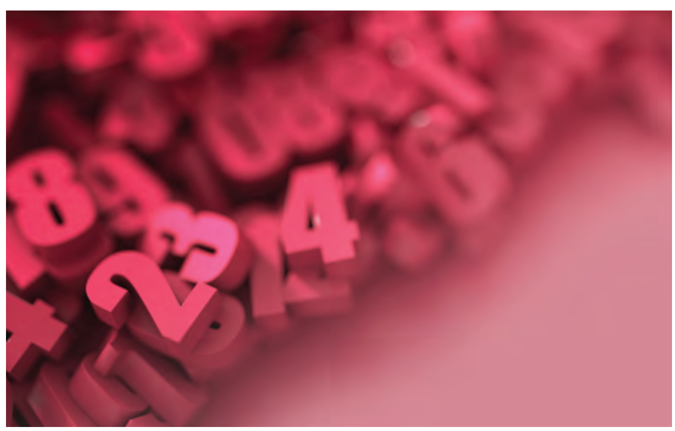
Matematikte bazı problemler yalnızca eğlenceli olduğu için ortaya atılır. Bunların çözümünün bilimde yeni ufuklar açması değil, çözene zevk vermesi beklenir. Problem ve sonucu yeterince eğlenceli ise değişik versiyonları ortaya atılır ve eğlence sürdürülür. Her ne kadar bu çeşit problemler eğlence olsun diye ortaya çıkartılmışlarsa da çözümleri bazen derin matematik teknikleri gerektirir.

56

Gizemli Matematiksel Köprüde Çığır Açıcı Gelişme

İlay Çelik Sezer, Ekin Özman

Ünlü matematikçi Andrew Wiles 1990'lı yıllarda "Fermat'nın son teoremi" diye bilinen teoremi ispatladığında, birbiriyle ilgisiz gibi görünen iki alan arasında bir köprü kurulabilmesi ümidi doğmuştu. Bu ispatın ardından yapılan çok sayıda çalışma bir türlü aşılamayan bir engele takılmış durumdaydı. Son yıllarda yayımlanan iki makale ise bu engelin aşılmasını sağladı.



4
Bilim ve Teknik ile Büyüdüm!
Özlem Ak

6
Haberler

16
Matematiğin En Popüler Sayısı Pi (π)
Özlem Kılıç Ekici

29
Yarım Saat Boyunca Su Altında Gizlenebilen Örümcek Keşfedildi
Mahir E. Ocak

30
Bilim Çizgi
Hârizmî
Sinancan Kara

44
Tekno-Yaşam
Gürkan Caner Birer

48
Henüz Çözülememiş Anlaşılması En Kolay Matematik Problemleri
Elif Ebren Kaya

Matematikte çözülememiş birçok problem vardır ve bunlardan bazıları kolay bazıları ise çok zordur. Bazen soruya olan ilgiyi artırmak amacıyla problemi çözene para ödülü verileceği duyurulur. Belki de çok yakın bir zamanda henüz çözülememiş olan bu problemlerin bir çözümü bulunur!

51
Kalp Hücreleri ile Biyohibrit Balık Üretildi
Mahir E. Ocak

52
Algımızı Zorlayan Nesne: Möbius Şeridi
Elif Ebren Kaya

54
Merak Ettikleriniz
Mesut Erol

68
Hilbert'in Sonsuz Otel Paradoksu
Elif Ebren Kaya

72
Sihirli Kareler
Elif Ebren Kaya

1'den 9'a kadar olan sayıları sadece birer kez kullanarak, tüm satır ve sütunlar ile köşegenlerde bulunan sayıların toplamı eşit olacak şekilde 3x3'lük bir kare oluşturabilir misiniz?

75
Ayın Sorusu
(*Matematik*)
Azer Kerimov

76
Tam Sayıların Kuvvet Dizilerini Oluşturan Yöntem: Moessner Mucizesi
Elif Ebren Kaya

78
Bilim Tarihinden Notlar: Işık ve Görme
Hüseyin Gazi Topdemir

82
Doğa - Fauna
Pallas Kedisi
Bülent Gözcelioğlu

84
Gökyüzü:
Komşu Yıldızlar
Faruk Soydugan

88
Düşünme Kulesi
Ferhat Çalapkulu

90
Satranç
Kıvanç Çefle

94
Zekâ Oyunları
Emrehan Halıcı

96
Yayın Dünyası
İlay Çelik Sezer

EK- POSTER
Gök Adamızın Merkezindeki Kara Delik Sagittarius A*ın Çevresinin İlk Görüntüsü

Özlem Kılıç Ekici, Faruk Soydugan, Hüseyin Diker

Dergimize "Bilim ve Teknik ile Büyüdüm!", "Düşünme Kulesi" ve "Ayın Sorusu" köşeleri ile ilgili içerik gönderen okurlarımız, "Kişisel Verileri Koruma Kanunu" kapsamında, paylaştıkları verilerin ve bilgilerin dergimiz tarafından yayınlanmasına açık rıza göstermiş sayılacaktır.

TÜBİTAK Popüler Bilim Yayınları internet sitesi yenilendi!

https://yayinlar.tubitak.gov.tr/ adresi üzerinden; dergilerimizin hem yeni hem de geçmiş sayılarını satın alabilir, ayrıca dergilerimize kolayca abone olabilirsiniz.

Dergimizin elektronik dergi arşivi "services.tubitak.gov.tr/edergi" internet adresinde (son dört sayı hariç) ücretsiz olarak herkesin erişimine açıktır. Son dört aya ait sayılara ise sadece abonelerimiz erişim sağlayabilir.

Bilim ve Teknik
tubitakbiltek
tubitakbilimteknik
TÜBİTAK Bilim ve Teknik

Dergimizin içeriğinden seçerek hazırladığımız bilimsel ve teknolojik bilgileri *Bilim ve Teknik* dergisinin sosyal medya hesapları aracılığıyla takip edebilirsiniz.

Bilim ve Teknik *ile Büyüdüm*

Dr. Özlem Ak [*TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Okurlarımızın *Bilim ve Teknik* dergisinin hayatlarındaki yerini, onlara neler kattığını, geleceklerine yön verirken nasıl bir rol oynadığını bizimle paylaştıkları mektuplarını yayımlamaya devam ediyoruz. *Bilim ve Teknik* ile ilgili anılarını, duygu ve düşüncelerini bizimle paylaşan okurlarımıza çok teşekkür ediyor, "*Bilim ve Teknik* bilimi sevmemde ve kariyerimi seçmemde rol oynadı." diyen okurlarımız için adresimizi hatırlatıyoruz:

bteknik@tubitak.gov.tr

Sevgili okurlarımız, yoğun ilginizden dolayı çok teşekkür ederiz. Gönderdiğiniz anlamlı mektupların hepsini yayımlayacağız. Ancak köşemizin sayfa sayısı sınırlı olduğu için geliş tarihlerine göre sıralayarak yayımlıyoruz. Anlayışınız için teşekkür ederiz.

"Ömür boyu *Bilim ve Teknik*"

Merhaba,

Kendimi bildim bileli bilime hep ilgim olmuştu. Daha çocukken ara ara aldığım *Bilim ve Teknik*'i, lise yıllarımda biyoloji öğretmenim Yılmaz Öden'in önerileri ile düzenli olarak takip eder oldum. Bize her ay yeni sayının çıktığını hatırlatır, gösterirdi. O vesile ile başlayıp yıllardan beri gerek basılı olarak gerekse yurt dışında yaşadığım süre zarfında ve sonrasında çevrim içi üyelik alıp PDF'den okuyarak takip ettim derginizi.

Lise yıllarımda düzenli takibe başladığım B*ilim ve Teknik*'i ne ODTÜ'de matematik öğretmenliği okurken ne de İngiltere'de doktoramı yaparken bıraktım. Bilim böyle bir şey, iyi bir bilim yayını buldu mu insan ömür boyu bırakamıyor.

Nice nice 55 senelerde okumak dileğiyle...

Emeği geçen herkese teşekkürlerimle...

Dr. İpek Saralar Aras
T.C. Millî Eğitim Bakanlığı

"Sürekli öğrenmeye teşvik ediyor"

Merhaba,

Bilim ve Teknik sayesinde düşünme biçimimiz değişiyor. Fikirlerimizi olgunlaştırıp karakterimizin şekillenmesine olanak sağlıyor. Bu dergi sayesinde çok şey öğrendim, kendime çok şey kattım. Öğrenme isteğim hiçbir zaman sınırlı kalmadı.

Sürekli öğrenmeye teşvik eden *Bilim ve Teknik* benim için çok değerli. Katkılarınız ve emekleriniz için çok teşekkür ediyorum.

Sude Bayer
10. Sınıf Öğrencisi

“En büyük yardımcım”

Merhaba,

Bilim ve Teknik dergisine iki yıldır aboneyim, bir fen bilimleri öğretmeni olarak gerek hayatımda gerekse öğrencilerim için ders hazırlarken bende farklılık yarattığını söyleyebilirim. Çağımızın yeniliklerini takip etmemde en büyük yardımcım. Öğrencilerim için ise *Bilim Çocuk* bilim sevgisi ve merak duygusu geliştiriyor.

Teşekkürler *Bilim ve Teknik*.

Bedihan Akçal

“Kendime yeni sorular sormaya devam”

Merhaba,

Bilim ve Teknik dergisini son 6 yıldır takip ediyorum. Alanımın teknoloji tasarımı olması dolayısıyla en dikkatimi çeken “Tekno-Yaşam” köşesi oluyor genelde. Öğrencilerime bir teknolojiyi anlatırken bazen betimlemekten ziyade göstermek ve kendilerinin de bu konuda okumasını teşvik etmek istiyorum. Okudukları ve duydukları ürünleri birbirlerine anlatmaları yoluyla daha çok kitleye ulaşmak beni mutlu ediyor. Uzun yıllardır arşivlediğim dergileri alıp sınıfa getiriyorum ve teneffüslerde okumalarını istiyorum. Ben onlara dergimi emanet ederken canımı emanet eder gibi davranıyorum ve gün sonunda kendimi öğrencilerle sadece “Tekno-Yaşam” köşesini değil, diğer bölümleri de okurken ve konuşurken buluyorum. Güncel bilgilere, teknolojiye ve her gün değişen bilim dünyasına merakımı derginiz sayesinde gideriyorum. Ben kendime yeni sorular sormaya ve bazen cevapları sizler aracılığı ile bulmaya devam edeceğim.

Dergide emeği geçen herkese teşekkürler, yeni sayılarınızı dört gözle bekliyoruz.

Selen Çarıklı

Kocaeli, Teknoloji ve Tasarım Öğretmeni

“Her sayıyı keyifle ve özenle okuyorum”

Merhaba,

Bilim ve Teknik dergisini ortaokuldan beri takip ediyorum, kendimi geliştirmemde ve dünyayı keşfetmemdeki rolünün büyük olduğunu düşünüyorum. Lisede okulumuzun kütüphanesinde derginin eski sayılarını gördüğümde aşırı mutlu olmuş ve sürekli kütüphanede eski sayıları okumuştum. Üniversitede bir süre okumaya zaman bulamasam da dergiye olan özlemim ağır bastı ve hemen 2 senelik aboneliğimi tekrar yaptırdım.

Tıp öğrencisi olmamda, bilimle ilgilenmemde, yaratıcı ve yeni düşünceler üretmemde katkısı büyük. Emekleriniz ve dergiyi bu kadar özenle hazırladığınız için teşekkür ederim.

Yaren Nisa Genç

Tıp Fakültesi, 3. Sınıf Öğrencisi

“Kendimi geliştirmek için..."

Merhabalar,

Çoğu yaşıtım gibi ben de *Bilim Çocuk* dergisiyle büyüdüm. İçinden çıkan maketleri, oyun kartlarını ve daha birçok şeyi zevkle yapardım. Lise sonda dergi okumaya ara vermiştim. Sonra da unutmuştum. Şimdi okul öncesi öğretmenliği ikinci sınıftayım. Sadece sözel dergiler okumamın iyi olmadığını ve bilimden uzaklaşmamam gerektiğini hatırladım. Aynı zamanda “İleride öğrencilerime nasıl katkı sağlayabilirim?” diye düşünürken de *Meraklı Minik* derginiz çıktı karşıma. Ben de hemen iki dergiye de abone oldum.

Bilim ve Teknik dergisini kendimi geliştirmek için, *Meraklı Minik* dergisini de mesleğime katkısı için okuyorum. Bütün bu katkılarından dolayı TÜBİTAK’a teşekkürlerimi sunuyorum.

Melda Köksal

Dokuz Eylül Üniversitesi, Okul Öncesi Öğretmenliği,

2. Sınıf Öğrencisi

Doğaya Kaçan Transgenik Balıklar

Mahir E. Ocak

Zebra balıkları onlarca yıldır bilimsel araştırmalarda denek hayvanı olarak kullanılıyor. Ana vatanı Güneydoğu Asya olan bu balıklar, doğal olarak parlak renklere sahiptir. Ancak 1990'larda yapılan bilimsel çalışmalar sırasında, denizanalarından ve mercanlardan gen aktarımı yapılarak ışıldayan zebra balıkları da üretildi. Karanlıkta mavi, yeşil ve kırmızı ışık yayan bu transgenik balıklar, 2000'lerden beri ticari olarak da üretiliyor ve "GloFish" adıyla evcil hayvan olarak satılıyor.

Balık çiftliklerinde üretilen GloFish'ler bazen doğaya kaçmayı başarabiliyor. İlk olarak 2014 yılında Florida'daki Tampa Koyu'nda bulunan süs balığı çiftliklerinin civarındaki kanallarda bir adet GloFish görülmüştü. Ancak ilerleyen zamanlarda kaçak balığın çoğaldığına dair bir bulgu elde edilmedi. Büyük olasılıkla, karanlıkta ışıldaması nedeniyle kısa süre içinde avcı balıklara yem olmuştu.

Doğaya kaçan transgenik zebra balıkları, ikinci olarak 2015 yılında Brezilya'da görüldü. São João del-Rei Federal Üniversitesinde çalışan biyolog André Magalhães, Paraíba do Sul Nehri havzasında transgenik zebra balıkları gözlemledi. Üstelik Latin Amerika'nın en büyük süs balığı havuzlarına komşu olan bu sularda, kaçak balıklar sürüler hâlinde dolaşıyordu. İlerleyen zamanlarda yapılan gözlemler, Florida'daki durumun aksine, transgenik balıkların giderek çoğaldığını ve yayıldığını gösterdi. Bu durum büyük olasılıkla hem ortamda kaçak transgenik balıklarla beslenen hayvanlar olmamasından hem de kaçak balıkların yaşadığı ortamda bolca besin bulunmasından kaynaklanıyor.

Kaçak balıkların uzun vadede yaşadıkları ekosisteme etkilerinin ne olacağını kestirmek zor. Ancak giderek daha büyük sulara yayılmaya devam ederlerse eninde sonunda avcı türlerle karşılaşacakları ve yayılmalarının duracağı tahmin ediliyor.

Salyangoz Zehirlerinden Esinlenilen Diyabet Tedavisi

Mahir E. Ocak

Bir grup araştırmacı, salyangoz zehirlerindeki insülinleri inceleyerek tip 1 diyabet tedavisinde yararlı olabilecek melez insülin molekülleri üretti.

Tüm hayvanlarda temel işlevi şeker metabolizmasını düzenlemek olan insülin hormonları bulunur. Farklı türlerdeki insülin hormonları arasında ufak tefek yapısal farklılıklar vardır. Tip 1 diyabet olarak adlandırılan şeker hastalığı, pankreasın yeteri kadar insülin üretememesinden kaynaklanır. Bu hastalıktan muzdarip insanlar günlük insülin enjeksiyonlarına ihtiyaç duyarlar. Bu tedavinin zayıf tarafı ise vücuda enjekte edilen insülinin hemen etki etmemesidir. İnsülin molekülleri iki ve altı birim uzunluğunda zincirler hâlinde polimerleşme eğilimindedir. Bu durum her ne kadar pankreasta insülin depolanmasını kolaylaştırsa da tedavi amacıyla vücuda yapılan enjeksiyonlar açısından sorun oluşturur. Çünkü uzun polimer zincirleri kana karışamaz. Enjekte edilen sıvının kan şekeri üzerinde etkili olabilmesi için önce polimer zincirlerinin parçalanması ve insülin moleküllerinin ortaya çıkması gerekir. Bu soruna çare bulmayı zorlaştıran en önemli etkense insülin moleküllerinin birbirlerine bağlandıkları kısımlar ile insülin reseptörlerine bağlandıkları kısımların aynı olmasıdır.

Conus geopgraphus türü bir salyangoz

Koni kabuklu salyangozlar olarak adlandırılan canlıların yaklaşık 150 türü vardır. Avcı türler olan bu deniz canlıları, ürettikleri zehirlerle balıkları etkisiz hâle getirir. Utah Üniversitesinden Helena Safavi-Hemami birkaç yıl önce yaptığı bilimsel çalışmalar sırasında, *Conus geographus* türü salyangozların zehirlerinde insülin bulunduğunu tespit etmişti. İnsüline maruz kalan balıkların kan şekeri hızla düşüyor ve felce uğrayıp salyangoza karşı savunmasız kalıyorlardı. Aradan geçen zamanda *Conus geographus*'ların, zehirlerinde insülin bulunan tek salyangoz türü olmadığı anlaşıldı. Üstelik bu insülin hormonları insan insülinleri gibi polimerleşmiyor, tekil moleküller hâlinde kalıyor.

Safavi-Hemami ve arkadaşları birkaç yıldır salyangoz zehirlerindeki insülinlerden tip 1 diyabet tedavisinde nasıl yararlanılabileceği üzerine çalışmalar yapıyor. Araştırmacılar *Nature Chemical Biology*'de yayımladıkları son makalelerinde, *Conus geographus* ve *Conus kinoshitai* türü salyangozların zehirlerindeki insülinlerin yapısından ve çalışma biçimlerinden esinlenerek melez insülin molekülleri ürettiklerini açıkladılar. Melez insülinler hem insan hücrelerindeki insülin reseptörlerine bağlanmayı başarıyor hem de salyangoz zehirlerindeki insülinler gibi polimerleşmiyor. Melez insülinlerin, tip 1 diyabet hastaları için daha hızlı etki eden enjeksiyon tedavilerinin geliştirilmesinde yararlı olması bekleniyor.

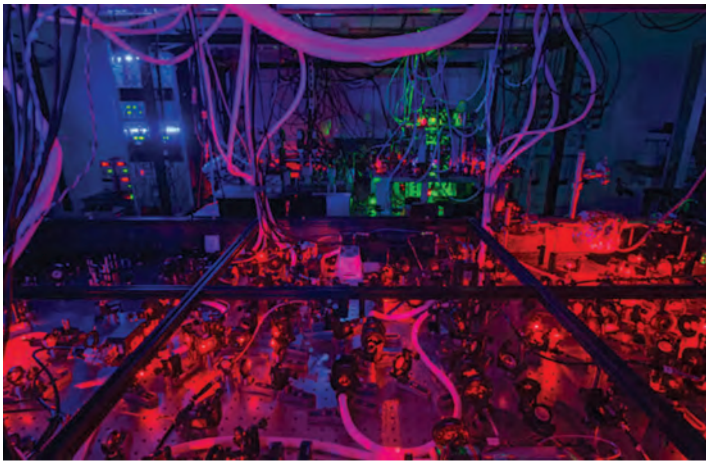
Bumerang Etkisi İlk Kez Gözlemlendi

Mahir E. Ocak

Katı malzemelerin çoğu düzenli bir yapıya sahiptir. Atomlar periyodik olarak tekrar eden konumlarda bulunur. Ancak bu düzenli yapı hiçbir zaman mükemmel değildir. Katı malzemelerin yapısında çeşitli düzensizlikler olur. Örneğin atomların bulunması gereken bazı konumlar boştur, bazı atomların konumlarında kaymalar vardır ya da bazı atomların yerini başka tür atomlar almıştır.

Fizikçi Phlip Anderson 1958 yılında *Physical Review*'da yayımladığı çalışmasında, kuramsal tahminler yaparak "yeteri kadar düzensiz" bir yapıya sahip malzemelerdeki elektronların bulundukları konumlardan fazla uzaklaşamayacaklarını tahmin etmişti. Bu çalışmadan yola çıkan Tony Plat, Dominique Delande ve Nicolas Cherroret 2019'da kuantum bumerang etkisi olarak adlandırdıkları bir olguyu ortaya attılar. Detayları *Physical Review A*'da yayımlanan çalışma, özetle belirli özelliklere sahip malzemelerdeki elektronların bulundukları konumu terk etmeye zorlandıklarında yeniden aynı konuma döneceklerini tahmin ediyordu. Roshan Sajjad ve arkadaşları yakın zamanlarda kuantum bumerang etkisini gözlemlediklerini açıkladılar. Böylece, belirli özelliklere sahip malzemelerdeki parçacıkların, konumlarından ayrılmaya zorlandıktan sonra yeniden başlangıçtaki konumlarına döneceklerini öne süren kuramsal tahminler doğrulanmış oldu.

Physical Review X'te yayımlanan çalışmada deneyler, elektronlar değil aşırı soğutulmuş lityum atomları üzerinde yapılmış. Aşırı düşük yoğunluklu gazlar mutlak sıfıra yakın sıcaklıklara kadar soğutulduğunda Bose-Einstein yoğuşuğu olarak adlandırılan bir hâle geçer. Araştırmacılar, Bose-Einstein yoğuşukları içindeki durağan lityum atomlarını lazerlerle bulundukları konumdan ayrılmaya zorladıklarında atomların, ortalama olarak, başlangıçtaki konumlarına geri döndüğünü tespit etmişler. Elde edilen sonuçların kuramsal tahminlerle büyük bir uyum içinde olduğu belirtiliyor. ■



Roshan Sajjad ve arkadaşlarının bumerang etkisini gözlemledikleri deney düzeneği. (Görsel: Tony Mastres)

En Uzak Gök Ada Keşfedildi

Mahir E. Ocak

Uluslararası bir araştırma grubu, *The Astrophysical Journal*'de yayımladıkları bir makalede, 13,5 milyar ışık yılı uzaklıkta bir gök ada keşfettiklerini açıkladılar. HD1 adı verilen gök ada, bugün bilinen en uzak gök ada unvanını elinde bulunduran GN-z11'den 100 milyon ışık yılı daha uzakta.
Işık sonlu bir hızla yol aldığı için uzayda ne kadar uzağa bakarsak zamanda da o kadar geriyi görürüz. Keşfedilen gök adanın 13,5 milyar ışık yılı uzaklıkta olması, bugün Dünya'dan gözlemlenen hâlinin Büyük Patlama'dan sadece 300 milyon yıl sonrasına ait olduğu anlamına geliyor.

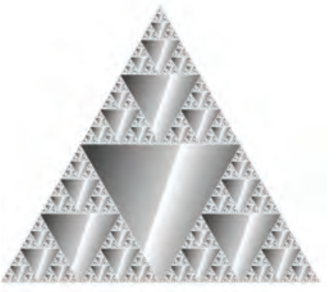
HD1'in en dikkat çekici özelliği ışık tayfının morötesi bölgesinde yüksek miktarda ışıma yapması. Aralarında gök adayı keşfeden gök bilimcilerin de yer aldığı bir grup araştırmacı, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Letters*'da yayımladıkları bir makalede, bu durumun ortaya çıkmasına neden olabilecek ihtimalleri

inceledi. Araştırmacıların vardıkları sonuçlar iki olasılığı öne çıkarıyor. Birincisi HD1'in merkezinde aşırı büyük kütleli bir kara delik olabilir. Eğer bu ihtimal doğruysa kara deliğin kütlesinin Güneş'inkinin yaklaşık 100 milyon katı olması gerekiyor. İkinci bir ihtimalse HD1'in bugün aşina olduklarımızdan farklı türde yıldızlara ev sahipliği yapıyor olması.

Güneş ve benzeri yıldızlar sadece hidrojen ve helyum değil karbon ve oksijen gibi daha ağır elementler de içerir. Ancak bu ağır elementler Büyük Patlama sırasında değil yıldızların çekirdeklerinde ya da süpernova patlamaları sırasında meydana gelen süreçlerle daha sonraları üretilmiştir. Büyük Patlama'nın ardından ortaya çıkan ilk yıldızlar neredeyse tamamen hidrojen ve helyumdan oluşuyordu. Kuramsal tahminler, "popülasyon III" yıldızları olarak adlandırılan bu ilk yıldızların bugün aşina olduğumuz Güneş benzeri yıldızlara kıyasla daha fazla morötesi ışıma yapacağını söylüyor. Büyük Patlama'dan sadece 300 milyon yıl sonraki hâliyle gözlemlenen HD1'in de popülasyon III yıldızlarına ev sahipliği yapıyor olması yüksek olasılık.

HD1'in yakın gelecekte James Webb Uzay Teleskobu'yla da incelenmesi planlanıyor. Eğer James Webb ile yapılacak gözlemler şu anki mesafe tahminlerini doğrularsa, keşfedilmiş en uzak gök ada unvanı 13,4 milyar ışık yılı uzaklıktaki GN-z11'den HD1'e geçecek. ■

Romanesco Karnabaharındaki Fraktalların Gizemi Çözüldü



Elif Ebren Kaya

Romanesco karnabaharı ya da diğer adıyla piramit karnabahar, spiral şeklindeki yeşil konileriyle dikkat çeker. Karnabahar, bu konilerin farklı boyutlarda birbirini tekrar etmesiyle şekillenir. Karnabaharın bir parçasına yakından bakıldığında tüm karnabahardaki desenin aynısı görülür. Farklı boyutlarda olan koni şeklindeki bu desenler fraktal olarak isimlendirilir.

Fraktal, her biri bütünün küçültülmüş boyutlu bir kopyası olan parçalara bölünebilen geometrik şekildir. Görseldeki küçük boyutlu üçgenler aslında bütünün aynısıdır.

Bir grup araştırmacı, Romanesco karnabaharının kendine özgü şeklinin oluşmasını sağlayan üç geni belirledi. Bu genler üzerinde yapılan küçük değişikliklerle karnabahar ile aynı aileye ait olan *Arabidopsis thaliana* isimli bitkinin fraktal desen sergilemesi sağlandı.

Araştırmacılar, detayları *Science*'ta yayımlanan çalışmada, önce genler üzerinde yapılan küçük değişikliklerin bitkinin şeklini nasıl değiştireceğini yaklaşık olarak gösteren bir bilgisayar modeli tasarladı. Ardından deneysel araştırma yaparak bitkiyi laboratuvarda yetiştirdiler. Bir süre sonra bitkinin sarmal koni şeklinde fraktallar oluşturduğu görüldü. ■

Loş Işıktan Bile Kaçının

Özlem Ak

İnsanlar üzerinde yapılan küçük çaplı bir araştırmaya göre, loş ortamlarda uyumak kan şekeri kontrolünü bozabiliyor.

Gece boyunca TV'yi veya gece lambasını açık tutmak uyku kalitenizi etkileyebilir ama asıl mesele az bir ışığın bile vücudun kan şekerini sağlıklı bir aralıkta tutma mekanizmasını bozabilmesi. Küçük çaplı bir denemede, ışığı açık bir odada uyuyarak geçirilen bir gecenin bile, ertesi sabah katılımcıların kan şekeri değerlerinin normalden farklılaşmasına yol açtığı görüldü. Önceki nüfus araştırmaları, yatak odalarında ışık ya da TV açıkken uyuyan kişilerin aşırı kilolu veya Tip 2 diyabet hastası olma ihtimalinin daha yüksek olduğunu göstermişti. Chicago'daki Northwestern Üniversitesi Feinberg Tıp Okulundan Phyllis Zee ve meslektaşlarının yürüttüğü söz konusu çalışma, bağlantının olası mekanizması hakkında ipuçları veriyor.

Ekip, 20 sağlıklı gönüllüden uyku laboratuvarlarında iki gece geçirmelerini istedi. İlk gece tüm katılımcılar çok karanlık bir odada uyudular. İkincisinde ise katılımcıların yarısı, açık bir TV veya başucu lambasıyla uyudu. Her iki sabah da Zee'nin ekibi, tüm gönüllülerin kan şekerini kontrol etti. Bunun için glikoz seviyelerinin düzenlenmesinde rol oynayan ana hormon olan insülini içeren iki yaygın teste başvurdular.

Bu testlerden biri katılımcılar uyandıktan sonra glikoz ve insülin seviyelerini ölçmek için, diğeriyse onlara bir doz glikoz verildikten sonra insülin tepkilerini ölçmek için kullanıldı. İkinci gece loş odada uyuyan katılımcıların kan şekeri kontrolü, odanın neredeyse karanlık olduğu ilk geceye göre biraz daha kötüydü. Karanlık koşullarda iki gece geçiren kişilerin ise kan şekeri değerlerinde çok az fark vardı. Bununla birlikte, yakın zamana kadar İngiltere'deki Loughborough Üniversitesinde bir uyku laboratuvarının lideri olan Jim Horne, daha büyük bir deneme ile sonuçlar doğrulanmadıkça insanların bu bulgulardan yola çıkarak uyku alışkanlıklarını değiştirmek zorunda hissetmemeleri konusunda uyarıda bulundu. ■

Evrenin Erken Dönemlerinin En Detaylı Simülasyonu Yapıldı

Mahir E. Ocak

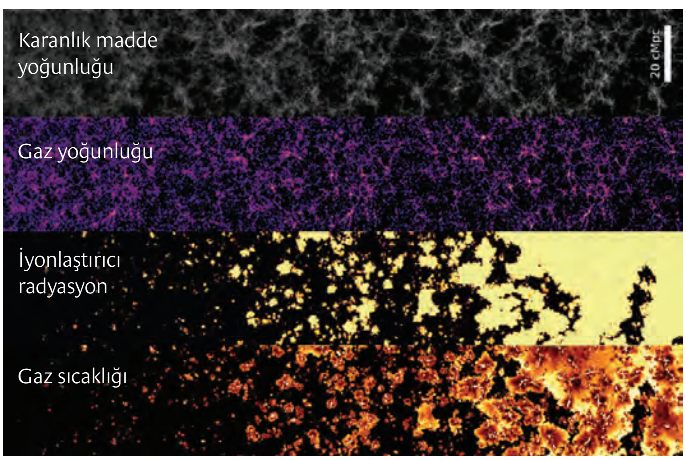
Yaklaşık 13,8 milyar yıl önce meydana gelen Büyük Patlama'nın ardından evrenin erken dönemlerindeki gelişimi özetle şu şekildeydi: Başlangıçta evren yoğun ve sıcaktı. Büyük Patlama'dan arta kalan yüksek enerjili fotonlar, protonların ve elektronların bir araya gelerek atomları oluşturmasına imkân vermiyordu. Ancak genişlemeyle beraber evrenin ortalama sıcaklığı giderek düştü ve kararlı atomlar oluşmaya başladı. Büyük Patlama'dan birkaç yüz milyon yıl sonra evreni dolduran gaz ve toz bulutlarının kütle çekiminin etkisiyle bir araya gelmesiyle ilk yıldızlar ortaya çıktı. Yıldızlardan yayılan yüksek enerjili fotonlar etraftaki atomları ve molekülleri iyonlaştırmaya başladı. Yeniden iyonlaşma olarak adlandırılan bu dönemden sonra evren yavaş yavaş bugünkü hâlini aldı.

Harvard, MIT ve Max Planck Astrofizik Enstitüsünde çalışan bir grup araştırmacı evrenin erken dönemleri ile ilgili bugüne kadar yapılmış en detaylı bilgisayar simülasyonunu yaptıklarını açıkladılar. Detayları *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*'de yayımlanan üç ayrı makalede anlatılan benzetimlerde, gerçekçi evren modelleri ve yeni geliştirilmiş algoritmalar kullanıldı.

Evrenin gelişimi ile ilgili gerçekçi benzetimler yapmak zordur. Çok büyük bir hacmin içine yayılmış çok sayıda parçacık içeren bir sistemdeki karmaşık etkileşimler hakkında tahminler yapmak çok büyük bir hesaplama gücü gerektirir. Thesan adı verilen son simülasyonu gerçekleştirmek de ancak dünyanın en büyük süperbilgisayarlarından biri sayesinde mümkün oldu. SuperMUC-NG olarak adlandırılan bu süperbilgisayarın 60.000 adet çekirdeği var.

Thesan benzetiminde Büyük Patlama'dan 400.000 yıl sonra başlayıp yeniden iyonlaşmanın sonrasına uzanan döneme odaklanıldı. 300 milyon ışık yılı çapında bir hacimde gerçekleşen süreçlerin benzetiminin yapıldığı simülasyonların süperbilgisayarla tamamlanması 20 günden uzun sürdü. Tek çekirdekli bir masaüstü bilgisayarın aynı hesapları yapması ise yaklaşık 3.500 yıl süreceği belirtiliyor.

Yapılan benzetimlerde gaz yoğunluğunun, karanlık madde yoğunluğunun, iyonlaştırıcı foton oranının ve gaz sıcaklığının zamanla nasıl değiştiği görülebiliyor.



Gelecekte yapılacak benzer benzetimlerin, James Webb ve diğer yeni nesil teleskopların yapacağı gözlemlerle birlikte, evrenin gelişim sürecindeki detayların daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacağı düşünülüyor. ■

Bamya ile Mikroplastik Temizliği

Özlem Ak

Mikroplastikler, dünyadaki su kaynaklarını kirleten 5 milimetreden küçük plastik parçalarıdır. Vücuttaki etkileri hakkında hâlâ çok az şey biliniyor olsa da sağlığa olası zararları endişe verici. Su kaynaklarının mikroplastiklerden arındırılabilmesi için fosil yakıt bazlı bir jel olan poliakrilamid kullanılabiliyor ancak bu yöntem de belirli koşullar altında insanlar için toksik etki gösterebilir.

Texas Üniversitesinden Rajani Srinivasan ve meslektaşları; insanlar için toksik etki göstermeyen, sürdürülebilir ve bitki bazlı olarak geliştirdikleri alternatiflerin laboratuvar çalışmalarında etkili olduğunu keşfettiler. Srinivasan ve meslektaşları; bamya, çemen otu, kaynanadili, aloe vera ve demirhindi gibi bitki bazlı bileşenleri ezdikten sonra polisakkaritler olarak bilinen uzun karbonhidratları özütledi. Daha sonra bu özütleri kurutarak bir toz elde ettiler. Elde edilen toz suya eklendiğinde, oluşan karışım çökeltici işlevi görerek mikroplastiklerin dibe çöken bu karışımda bir araya gelmesini sağladı.

Srinivasan ve ekibi, deniz suyu ve tatlı su numunelerinde özütlerin çeşitli kombinasyonlarını denediler. Böylece bamya ve çemen otu gibi belirli karışımların, poliakrilamid jel kadar veya ondan da fazla sayıda mikroplastik yakaladığını keşfettiler. Dünyanın her yerinde kolayca kullanılabilecek ve uygulanabilecek bir yöntem bulmak istediklerini söyleyen Srinivasan, araştırmalarını mart ayında San Diego, California'da American Chemical Society tarafından düzenlenen konferansta sundu. ■

Karbondioksit Soğuran Mekanik Ağaçlar Üretildi

Mahir E. Ocak

Carbon Collect isimli bir teknoloji firması, doğal ağaçlara kıyasla havadan karbondioksit soğurmakta yüz kat daha etkili mekanik ağaçlar üretiyor. Çağımızın en önemli çevre sorunlarından biri olan küresel ısınmanın, insan etkinlikleri nedeniyle atmosferdeki karbondioksit miktarının giderek artmasından kaynaklandığı biliniyor. Isınmayı yavaşlatmanın yolu ise atmosferdeki karbondioksit miktarını azaltmaktan geçiyor. Bunun bir yolu tabii ki atmosfere saldığımız karbondioksit miktarını azaltmak. Bir başka yol ise atmosferden karbondioksit çeken teknolojiler geliştirmek olabilir.

Günümüzde karbon yakalama teknolojileri üzerine yoğun araştırmalar yapılıyor. Mekanik ağaçlar da bu kapsamda değerlendirilebilecek bir teknoloji. Ancak mekanik ağaçların diğer karbon yakalama teknolojilerine kıyasla önemli bir farkı olduğu belirtiliyor: Mekanik ağaçlar havadaki karbondioksidi yakalamak için enerji harcamıyor.

Mekanik ağaçların her biri yaklaşık 10 metre yüksekliğinde ve çok sayıda yaprağa sahip. Mekanik yapraklar, üzerlerindeki emici madde vasıtasıyla rüzgârın getirdiği havadaki karbondioksidi enerji harcamadan yakalıyor. Yapraklar bir kez doygunluğa ulaştıktan sonra toplanan karbondioksidin ayrıştırılması süreci başlıyor. İlk olarak mekanik ağaçların yaprakları alçalarak tabandaki bir haznenin içine giriyor. Daha sonra, standart yöntemler kullanılarak, emici maddeden karbondioksit ayrıştırılıyor. İşlem tamamlandıktan sonra yapraklar yeniden yükselip havadan karbondioksit yakalamaya devam ediyor. Toplanan karbondioksidin kısa süre içinde yeniden atmosfere karışmayacak biçimde yer altına gömülebileceği ya da gıda, içecek, yakıt, gübre üretiminde ham madde olarak kullanılabileceği belirtiliyor.

Firma tarafından yapılan açıklamalarda, 12 adet mekanik ağacın bir günde atmosferden bir ton karbondioksit çekebileceği söyleniyor. Bu durum her biri 1.200 ağaçtan oluşan ve 2-3 kilometrekarelik bir alana yayılan 250 civarında mekanik ağaç tarlasının bir yılda fosil yakıt tüketimi nedeniyle atmosfere salınan karbondioksidin yaklaşık %3'ünü yakalayabileceği anlamına geliyor. 2020'lerin ortalarından itibaren, karbon salımını azaltmayı hedefleyen devletler ve şirketlerle iş birliği içinde büyük çaplı mekanik ağaç ekimlerinin yapılmasının planlandığı söyleniyor. ■

Mars'taki Akustik Ortam

Mahir E. Ocak

Şubat 2021'de Mars'ın zeminine inip bilimsel çalışmalar yapmaya başlayan NASA'ya ait Perseverance uzay aracı, üzerinde bir de mikrofon taşıyordu. Fransa Uzay Ajansı tarafından geliştirilmiş mikrofon, inişin ertesi günü ses kaydı yapmaya başlamıştı. Uzay aracının Dünya'ya gönderdiği ilk kayıtta aracın kendi gürültüsünün yanı sıra hafif bir esintinin neden olduğu sesler duyuluyordu. Aradan geçen zamanda uzay aracı toplamda beş saate yakın ses kaydı yaptı.

Uluslararası bir araştırma grubu, Perseverance'ın Dünya'ya gönderdiği ses kayıtlarını analiz etti ve sonuçları *Nature*'da yayımladı. Mars'ın ve Dünya'nın atmosferlerinin bileşimi birbirinden çok farklıdır. Yayımlanan

analizlerde de bu farkların sebep olduğu sonuçlar açıkça görülüyor.

Ses dalgalarının yeryüzündeki yayılma hızı yaklaşık 340 m/s'dir. Mars'taki ses dalgalarının yayılma hızı ise frekansa bağlı olarak değişiyor. Frekansı 240 Hertz'in altında ve üstünde olan seslerin yayılma hızı arasında yaklaşık 10 m/s fark var. Düşük frekanslı sesler yaklaşık 240 m/s, yüksek frekanslı seslerse yaklaşık 250 m/s hızla Mars'ın atmosferinde yayılıyor.

Elde edilen sonuçlar Mars'taki seslerin, özellikle de yüksek frekanslı seslerin, Dünya'dakilere kıyasla çok daha kısa süre içinde sönümlendiğini gösteriyor. Öyle ki aralarında sadece 5 metre mesafe olan iki insanın bile Mars'ın yüzeyinde konuşarak iletişim kurması çok zor. Araştırmacılar Mars'ta rüzgâr dışındaki doğal ses kaynaklarının çok az olduğunu, hatta birkaç kez hiç ses olmadığı için Perseverance'ın mikrofonunun bozulduğundan şüphelendiklerini söylüyorlar. Perseverance'ın yaptığı ses kayıtları, Mars'taki akustik ortam hakkında bilgi veriyor. ■

n Vezir Problemi Çözüldü

Elif Ebren Kaya

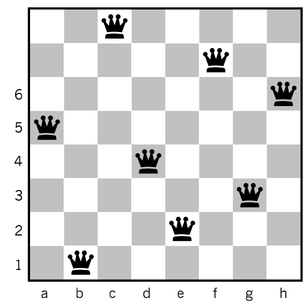
8x8'lik bir satranç tahtasına 8 adet veziri birbirlerine saldıramayacakları şekilde yerleştirebilir misiniz?

Satranç tahtasında şahın yanında duran vezir hareket alanı en geniş taştır. Çünkü bu taş düz, yatay ve çapraz olarak her yöne istediği kadar gidebilir. Peki, 8x8'lik bir satranç tahtasına 8 adet vezir birbirlerine saldıramayacakları şekilde yerleştirilebilir mi? Evet, örneğin vezirleri aşağıdaki gibi yerleştirirsek hiçbir vezir birbirine saldıramaz.

Peki sizce 8 vezir bu dizilimden başka kaç farklı şekilde satranç tahtasına yerleştirilebilir? Örnekteki gibi 8 vezirin birbirlerine saldıramayacakları 91 farklı dizilim daha vardır. Yani bu şartı sağlayan toplamda 92 farklı dizilimin olduğu daha önceden bulunmuştu.

Kolayca anlaşılabilen "8 vezir problemi" ilk olarak 1848 yılında Almanya'daki bir satranç dergisinde yayımlandı ve birkaç yıl sonra çözüldü. Daha sonra 1869 yılında problemin daha kapsamlı hâli "n vezir problemi" ortaya çıktı. Bu yeni problem ise yakın zamanda Harvard Üniversitesinden Dr. Michael Simkin tarafından çözüldü.

Çözüme geçmeden önce n vezir problemini inceleyelim. Problemde n adet vezirin birbirlerine saldıramayacakları şekilde nxn'lik bir satranç tahtasına kaç farklı şekilde dizilebileceği sorulur. Örneğin problem, 15x15'lik bir satranç tahtasına 15 adet vezirin veya 1000x1000'lik bir satranç tahtasına 1000 adet vezirin kaç farklı şekilde dizilebileceği şeklinde somutlaştırılabilir. Dr. Simkin, çok sayıda vezirin büyük satranç tahtalarına yaklaşık olarak (0,143n)n farklı şekilde dizilebileceğini kanıtladı (https://arxiv.org/pdf/2107.13460.pdf).



Problem üzerinde beş yıl çalışan Dr. Simkin, sonuca her yeni vezir satranç tahtasına yerleştirildikten sonra saldırı altında olmayan boş karelerin sayısını izleyerek ulaştığını söylüyor. Ayrıca kendisinin iyi bir satranç oyuncusu olmadığını ve problem ile kombinatorik alanında öğrendiklerini uygulamak için ilgilendiğini belirtiyor. Kombinatorik, belirli şartları sağlayan nesnelerin sayılmasıyla ilgilenen matematiğin bir alt dalı olarak tanımlanabilir. ■

Matematikçi Nöronlar

Mahir E. Ocak

Bütün çocuklar eğitim hayatlarının başlangıcında temel aritmetik işlemleri yapmayı öğrenir. Ancak bugün beynin bu işlemleri nasıl gerçekleştirdiği hakkında fazla bir şey bilinmiyor.

Bonn ve Tübingen üniversitelerinden bir grup araştırmacı, *Current Biology*'de yayımladıkları bir makalede, beyindeki bazı nöronların özellikle matematiksel işlemler sırasında etkinleştiğini gösteren sonuçlara ulaştıklarını açıkladı. Üstelik nöronlar hem sözlü olarak hem de semboller kullanılarak yazılmış ifadelere aynı biçimde tepki veriyor.

Yayımlanan sonuçlar, Prof. Dr. Florian Mormann ve Prof. Dr. Andreas Nieder önderliğinde Bonn Üniversitesi Hastanesinde bir grup gönüllü epilepsi hastası üzerinde yapılan çalışmalara dayanıyor. Bazı hastalarda epilepsi nöbetlerinin kaynağı her zaman beynin aynı bölgesidir. Bu bölgenin yerini tam olarak tespit etmeye çalışan doktorlar, hastaların beynine elektrotlar yerleştirir. Bu elektrotlar aynı zamanda tekil nöronlardaki etkinlikleri tespit etmek için de kullanılabilir.

Beşi kadın, dördü erkek dokuz epilepsi hastası üzerinde yapılan çalışmalar sırasında, gönüllülerden çeşitli aritmetik işlemler yapmaları istenmiş ve bu sırada tekil nöronlarda meydana gelen elektriksel etkinlikler kaydedilmiş. Sonuçta bazı nöronların özellikle aritmetik işlemler sırasında etkinleştiği görülmüş. Üstelik toplama ve çıkarma gibi farklı işlemler sırasında farklı nöronlar etkinleşiyor. Ayrıca bu nöronlar hem kelimelerle hem de sembollerle yazılmış ifadelere aynı biçimde tepki veriyor. ■

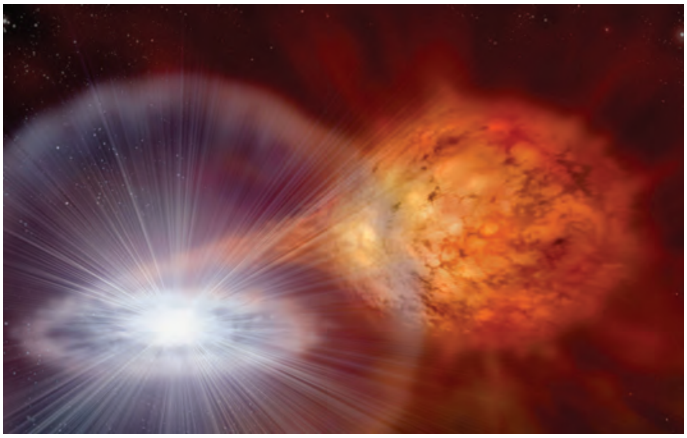
Yeni Bir Tür Yıldız Patlaması Keşfedildi: Mikronova

Mahir E. Ocak

Yıldızların yüzeyinde meydana gelen, daha önceleri bilinmeyen bir tür patlama ilk kez gözlemlendi. Yeni yıldız patlaması türüne "mikronova" adı verildi. Nova olarak adlandırılan yıldız patlamaları ikili yıldız sistemlerinde görülür. Bugüne kadar gözlemlenmiş tüm novalardaki iki yıldızdan biri beyaz cüce türüdür. Eğer yıldızlar birbirine yeteri kadar yakınsa beyaz cüce diğer yıldızdan madde yakalamaya başlar. Beyaz cücenin sıcak yüzeyine düşen hidrojen çekirdekleri füzyon tepkimeleriyle helyuma dönüşür. Bu sırada ortaya çıkan yüksek miktarda enerji yıldızın yüzeyinde patlamalara neden olur. Birkaç haftaya yayılan termonükleer patlamalar sırasında beyaz cüce parlaklaşır.

Novalardaki termonükleer patlamalar beyaz cücenin yüzeyinin tamamına yayılır. Yeni keşfedilen ve mikronova olarak adlandırılan patlamaların novalardan temel farkı ise patlamaların tüm yüzeyde değil beyaz cücenin manyetik kutupları civarında olması. Ayrıca bu patlamalar birkaç hafta değil sadece birkaç saat sürüyor.

Mikronovalar güçlü manyetik alanlara sahip beyaz cücelerde görülüyor. Beyaz cücenin sistemdeki diğer yıldızdan kaptığı maddeler manyetik alan etkisiyle beyaz cücenin manyetik kutuplarına doğru çekiliyor. Böylece çekirdek tepkimeleri ve dolayısıyla termonükleer



patlamalar beyaz cücenin manyetik kutupları civarında yoğunlaşıyor.

Bir mikronova patlaması sırasında, yaklaşık 10^{18} kg hidrojen, çekirdek tepkimeleriyle başka elementlere dönüşüyor. Bu miktar günlük hayatımız açısından çok büyük olsa da sıradan bir nova patlaması sırasında çekirdek tepkimelerine giren hidrojen miktarının yalnızca milyonda biri kadar.

Keşfe imza atan Dr. Simone Scaringi ve arkadaşları, *Nature*'da yayımladıkları makalede, bugüne kadar üç ayrı mikronova gözlemlediklerini belirtiyorlar.

Mikronovaların aslında evrende sık meydana gelen olaylar olduğu düşünülüyor. Bugüne kadar gözlemlenmemiş olmaları ise birkaç saat gibi çok kısa bir zaman ölçeğinde meydana gelmelerine bağlanıyor. ■

Ses Dalgalarıyla Kanser Tedavisi

Mahir E. Ocak

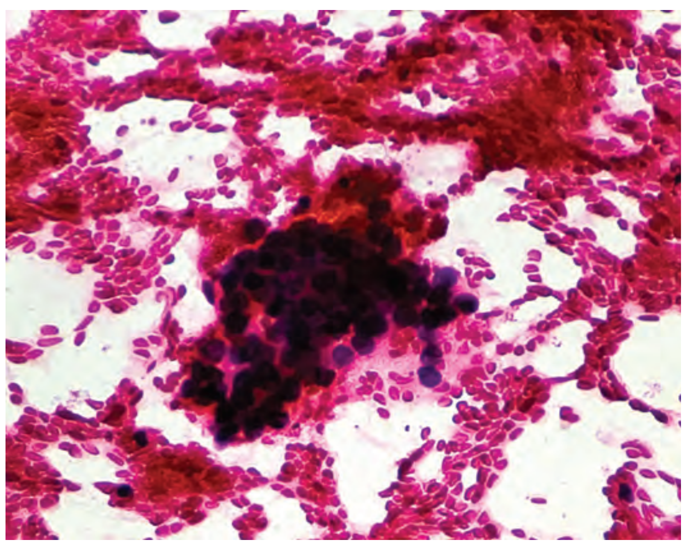
Tümörlerin ultrason yani ses dalgalarıyla yok edilmesi üzerine uzun zamandır araştırmalar yapılıyor. Prof. Dr. Zhen Xu de 2001 yılından beri Michigan Üniversitesindeki laboratuvarlarında, histotripsi olarak adlandırılan bu yöntemle ilgili bilimsel çalışmalara önderlik ediyor.

Pek çok kanser vakasında kitlenin büyüklüğü ya da konumu nedeniyle tümörün tamamı hedef alınamaz. Dr. Xu ve öğrencileri de Cancers'ta yayımladıkları son makalelerinde, histotripsinin tümörleri kısmen yok etmede ne ölçüde yararlı olabileceğine odaklanmışlar.

Ultrason olarak adlandırılan görüntüleme yönteminde düşük genlikli ses dalgaları kullanılır. Histotripside ise yüksek genlikli ses dalgaları kullanılıyor. Tümörün üzerine gönderilen mikrosaniye uzunluğundaki ses atımları, tümörün içinde kısa süre içinde yok olan mikrobaloncuklar oluşmasına yol açıyor. Hızla ortaya çıkıp kaybolan baloncuklar nedeniyle mekanik strese maruz kalan kanserli hücreler ölüyor.

Araştırmacılar fareler üzerinde yaptıkları çalışmalarda karaciğer tümörlerini hedef almışlar. Deneyler sırasında tümörlerin hacmen %50 ila %75'i ses dalgalarıyla yok edildiğinde geriye kalan kanserli hücrelerin, farelerin bağışıklık sistemi tarafından öldürülebildiği görülmüş. Üstelik deney hayvanlarının %80'inde yeniden tümör büyümemiş ve metastaz (tümördeki kanser hücrelerinin çeşitli süreçler sonucunda kan dolaşımına karışarak vücuda yayılması) izine rastlanmamış.

Histotropsi günümüzde de insanlar üzerinde denenen bir tedavi. Yeni geliştirilen yöntemin de insanlardaki kanser vakalarının tedavisinde başarılı olabileceği tahmin ediliyor. ■



Matematiğin En Popüler Sayısı

Pi (π)

Dr. Özlem Kılıç Ekici | *TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Öklid geometrisinde bir dairenin çevre uzunluğunun çapına oranı sabittir. Pi (π) sayısı adı verilen bu oran binlerce yıldır herhangi bir sayıdan çok daha fazla ilgi görmüştür.

Pi sayısı matematiğin her alanında, fizikte, istatistikte, mühendislikte, mimarlıkta, biyolojide, astronomide ve güzel sanatlarda kullanılır. Pi sayısı geometride olduğu kadar doğada da beklenmedik yerlerde karşımıza çıkar.

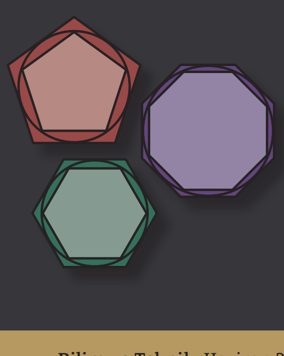
Günlük kullanımda basitçe 3,1416 olarak ifade edilen bu oranın virgülden sonra sonsuz sayıda basamağı bulunur (3,1415926535...). Hesaplamalar sonucu pi sayısına eklenen her yeni rakam, bir önceki hesaplamanın on katı daha hassas bir değeri temsil eder.

Rasyonel bir sayı olmadığı bilinen π'nin yaklaşık değerlerinin poligonlarla kestirim yöntemiyle hesabının Eski Mısır ve Babil'e kadar uzanan bir hikâyesi var. Babilliler dairenin çevresinin çapına oranının 3 1/8 olduğunu düşünmüş. Eski Mısırlılar ise bu oranı 256/81 yani yaklaşık 3,1605 olarak bulmuş. 1761 yılında Johann Heinrich Lambert, pi sayısının irrasyonel bir sayı olduğunu kanıtlamış. 1700'lü yıllarda İngiliz Williams Jones bu orana "pi" adını vermiş. Pi sayısının ilk üç basamağı 3,14. Bu nedenle her yıl mart ayının 14. günü tüm dünyada Pi Günü olarak kutlanır. Yunanca π harfi, İngilizce "pay" şeklinde okunur ve telaffuzu "turta" anlamına gelen "pie" kelimesi ile aynıdır. Bu yüzden Pi Günü birçok ülkede turta ile kutlanır.

Pi sayısının virgülden sonraki ilk iki hanesini (π=3,14) MÖ 250'de Siraküzalı Arşimet, ilk dört hanesini MÖ 150'de İskenderiyeli Batlamyus hesaplamış. İranlı gökbilimci el-Kaşi 1424'te ilk 16 haneyi bulmuş ve rekoru yaklaşık iki yüzyıl elinde tutmuş. Hollandalı van Ceulen 1590'larda ilk 35 haneye ulaşmış. İngiliz Machin sonsuz seriler kullanarak 1706'da ilk 100 haneyi elde etmiş ve yine İngiliz Ferguson 1946'da ilk 620 haneyi hesaplamış. Süper bilgisayarlar sayesinde baş döndürücü bir ivme kazanan bu yarışta İsviçreli Peter Trueb 2016 yılında 22.459.157.718.361 haneye kadar hesaplamıştı. Ağustos 2021'de İsviçre'deki Graubünden Üniversitesinden bir grup araştırmacı, π sayısının ondalık değerini 62,8 trilyon basamağa kadar hesaplayarak yeni bir dünya rekoru kırdılar. Şimdilik bu rekoru ellerinde tutuyorlar. Bu rekordan önce, π sayısının değeri 50 trilyon basamağa kadar biliniyordu. Araştırmacıların, süper bilgisayar kullanarak yaptığı hesaplamalar tam olarak 108 gün 9 saat sürdü.

π (pi) sayısı bir dairenin etrafına ve içine çizilmiş iki çokgenin (poligonların) çevresi hesaplanarak bulunabilir.

Geometrik yaklaşımla poligonları kullanarak pi sayısının yaklaşık değerini bulan ilk kişi Arşimet'tir.

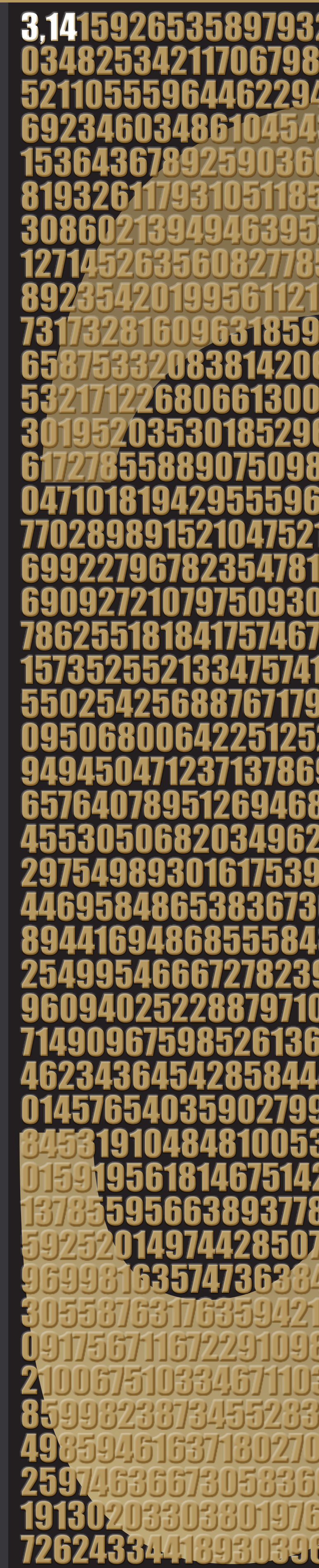


Kaynaklar

https://en.wikipedia.org/wiki/Pi

Blatner, D., *Pi (π) Coşkusu*, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara, 2003.

https://plus.maths.org/content/celebrating-new-pi-record



Müzik ve Simetri

Dr. Mahir E. Ocak [*TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Simetrinin matematikteki yansıması olan grup teorinin fizik ve kimyada pek çok uygulama alanı bulunuyor. Zor hesapları basitleştirmek, kuramları formüle etmek ve hatta yeni kuramlar geliştirmek için grup teoriden yararlanılır. Peki simetrinin müzikte de önemli bir yer tuttuğunu, besteleri analiz etmek ve hatta yeni besteler yapmak için grup teoriden de yararlanılabileceğini biliyor muydunuz?

İnsanların kulağına hoş gelen besteler yapmanın yolu, birbiriyle ahenkli sesler bulmaktan geçiyor. Ancak hangi seslerin birbiriyle ahenkli olduğunu bulmanın genel geçer bir yolu olduğu söylenemez. Farklı tür müziklerde kullanılan birbirlerinden farklı ses sistemleri var. Dolayısıyla söz konusu olan müzik ve simetri olduğunda öncelikle hangi tür müzikten bahsedildiğinin belirtilmesi gerekiyor. Bu yazının devamında klasik Batı müziğinde kullanılan ses sistemine odaklanacağız. İnceleyeceğimiz gruplar ise kısaca *T/I* ve *PLR* olarak adlandırılan dihedral gruplar olacak.

Dihedral Gruplar

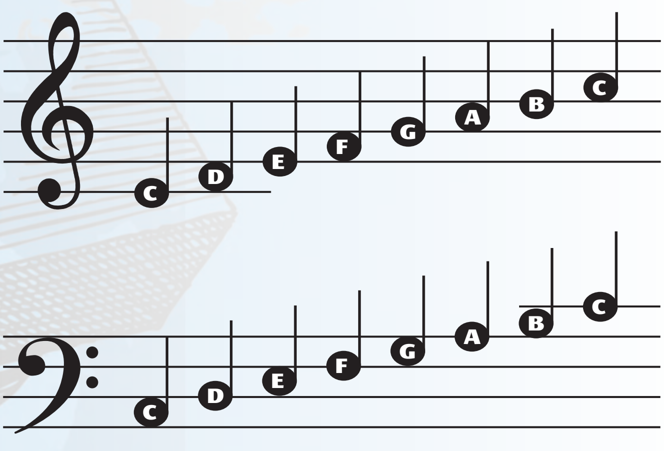
Dihedral grupların tanımını yapmadan önce simetri ve grup kavramlarını ele alalım. Bir nesnenin simetrik olması çeşitli işlemler uygulandığında yapısında/görünümünde bir değişiklik olmadığı anlamına gelir. Frucht teoremi olarak adlandırılan bir teorem de herhangi bir grubun bir grafiğin yapısında/görünümünde değişikliklere sebep olmayan simetri işlemlerini içeren bir küme olduğunu söyler. Dihedral gruplar da eşkenar çokgenlere uygulanabilecek tüm simetri işlemlerinden oluşur. n kenarlı bir eşkenar çokgenin simetri grubu D_n olarak adlandırılır ve derecesi $2n$'dir ($2n$ tane simetri işlemi içerir).

Yazının devamında hem *T/I* hem de *PLR* gruplarının D_{12} grubuyla izomorfik (eş biçimli) olduğunu göreceğiz. D_{12} grubu adından da anlaşılabileceği gibi eşkenar onikigenlere uygulanabilecek tüm simetri işlemlerinden oluşur. Bu grupta toplam 24 ayrı simetri işlemi vardır: Eşkenar onikigeni merkezinden geçen ve bulunduğu düzleme dik bir eksen etrafında 30, 60, 90, ... 360 derece döndürürseniz yapısında/görünümünde herhangi bir değişiklik olmaz.

Ayrıca eşkenar onikigenin karşılıklı iki köşesinden ya da karşılıklı iki kenarının ortalarından geçen ve çokgenin bulunduğu düzleme dik hayalî düzlem aynalardaki yansımaları da çokgenin görünümünü değiştirmez. Bu işlemler karşılıklı iki noktadan geçen eksenler etrafında 180 derecelik dönme hareketi olarak da düşünülebilir.

12’li Ses Sistemi

Klasik Batı müziğinde kullanılan ses sisteminde 12 ayrı nota sınıfı vardır. Her bir nota sınıfında frekansı birbirlerinin tam katları olan sesler bulunur. Örneğin frekansı 110, 220, 440, 880 ... olan sesler la ya da *A* diye adlandırılır. Aynı ses sınıfından ardışık iki nota arası bir oktav olarak tanımlanır. Bir oktav içerisindeki 12 notanın frekansları arasında belirli bir ilişki vardır.



Sol ve fa anahtarlarında notalar

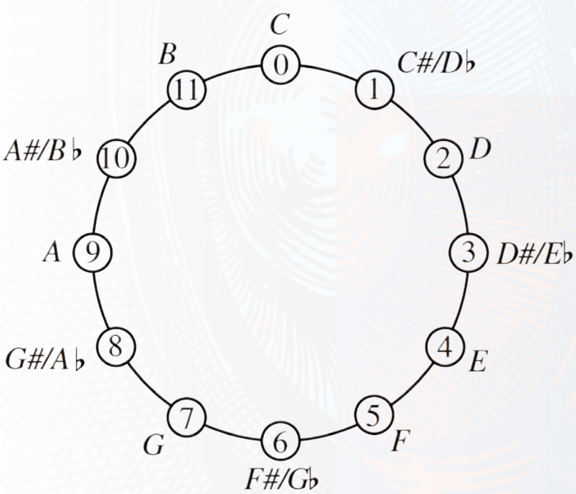
Bir oktav içindeki ardışık iki nota arasında yarım ses olduğu söylenir. Bu notalardan daha tiz olanın frekansı daha pes olanın frekansının $\sqrt[12]{2}$ katıdır. Dolayısıyla aralarında 5 yarım ses olan notaların frekans oranı $(\sqrt[12]{2})^5$, aralarında 8 yarım ses olan notaların frekans oranı ise $(\sqrt[12]{2})^8$’dir. Aralarında bir oktav (12 yarım ses) olan iki notanın frekansları oranı da beklendiği gibi $(\sqrt[12]{2})^{12} = 2$’dir.

Pisagor’a atfedilen bir görüşe göre, iki sesin frekanslarının oranı ne kadar basitse sesler o ölçüde ahenklidir. Bu görüşe göre birbiri ile en ahenkli sesler, frekanslarının oranları 3/2, 4/3, 5/4 gibi basit oranlar olan seslerdir. Klasik Batı müziğindeki ses sistemine baktığımızda, tam olarak bu oranlara değil ama bunlara çok yakın değerlere rastlarız. Örneğin, aralarında beş yarım ses olan notaların frekans oranı $(\sqrt[12]{2})^5 = 1,3348 \approx 4/3$, aralarında dört yarım ses olan notaların frekans oranları $(\sqrt[12]{2})^4 = 1,2599 \approx 5/4$, aralarında üç yarım ses olan notaların frekans oranları $(\sqrt[12]{2})^3 = 1,1892 \approx 6/5$, aralarında yedi yarım ses olan notaların frekans oranları da $(\sqrt[12]{2})^7 = 1,4983 \approx 3/2$’dir. Frekans oranlarının basit oranlara çok yakın olması nedeniyle aralarında 3, 4, 5 ve 7 yarım ses olan notaların klasik müzik bestelerinde eş zamanlı olarak bir arada kullanılmasına sıklıkla rastlanır. Bazı notalar içinse tam tersi doğrudur. Örneğin aralarında altı yarım ses olan notaların frekans oranı $(\sqrt[12]{2})^6 = 1,4142 \approx 7/5$’tir. 3/2, 4/3 gibi oranlara kıyasla, 7/5 basit bir oran olarak görülmez. Zaten bir arada kullanılmaları durumunda da aralarında altı yarım ses olan notalar kulağımıza pek ahenkli gelmez. Bu yüzden aralarında altı yarım ses olan notaların eş zamanlı olarak kullanılması pek rastlanılan bir durum değildir.

0	*C*	Do
1	*C#, D♭*	Do diyez, re bemol
2	*D*	Re
3	*D#,E♭*	Re diyez, mi bemol
4	*E*	Mi
5	*F*	Fa
6	*F#, G♭*	Fa diyez, sol bemol
7	*G*	Sol
8	*G#, A♭*	Sol diyez, la bemol
9	*A*	La
10	*A#, B♭*	La diyez, si bemol
11	*B*	Si

Sayılarla çalışmak sembollerle çalışmaktan daha kolaydır. Bu yüzden müzikteki simetriye geçmeden önce notaları sayılarla eşleştireceğiz. Do (*C*) notasından başlayarak notaları 0'dan 11'e kadar sayılarla gösterelim (*bkz*. yukarıdaki tablo). Böylece iki nota arasında kaç yarım ses olduğunu hesaplamamız kolaylaşacak ve modüler aritmetik kullanarak notalarla işlemler yapabileceğiz. Örneğin mi (4) sesinin beş yarım ses yukarısında, 4+5 = 9 olduğu için, la (9) sesi vardır.

Bir sol sesi (7) ile üst oktavdaki mi sesi (4) arasında, 4-7 = 9 mod 12 olduğu için, dokuz yarım ses vardır. Bu işlemleri görselleştirmenin bir yolu da notaları bir "müzik saati"nin üzerine dizmektir.



Müzik saati

Majör ve Minör

Bir melodide 12 farklı notanın tamamı değil, gam olarak adlandırılan bir alt kümesi bulunur. Majör olarak adlandırılan gamlarda notaların aralıkları iki tam, bir yarım, üç tam, bir yarım şeklindedir. Başka bir deyişle n-majör gamında *n*, *n*+2, *n*+4, *n*+5, *n*+7, *n*+9 ve *n*+11 notaları bulunur. Örneğin sol majör gamında şu notalar vardır: 7, 9, 11, 0, 2, 4, 6. Si bemol majör gamında ise şu notalar vardır: 10, 0, 2, 3, 5, 7, 9. Minör olarak adlandırılan gamlarda ise nota aralıkları bir tam, bir yarım, üç tam, bir yarım, bir tam şeklindedir. Başka bir deyişle n-minör gamında *n*, *n*+2, *n*+3, *n*+5, *n*+7, *n*+9 ve *n*+10 notaları bulunur. Örneğin re minör gamında şu notalar vardır: 2, 4, 5, 7, 9, 11, 0. Fa diyez minör gamındaki notalar ise şunlardır: 6, 8, 9, 11, 1, 3, 4.

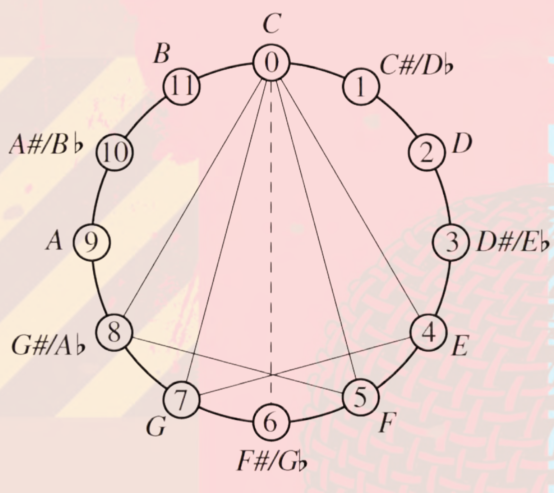
Eş zamanlı çalınan çok sayıda sesten oluşan harmonik ses kümelerine akor denir. Üç sesli majör ve minör akorlarda o majör ya da minör gamdaki 1., 3., ve 5. notalar yer alır. Başka bir deyişle *n*-majör akoru *n*, *n*+4 ve *n*+7; notalarından *n*-minör akoru ise *n*, *n*+3 ve *n*+7 notalarından oluşur. Örneğin do majör akorunda 0 (do), 4 (mi) ve 7 (sol) notaları, mi minör akorunda ise 4 (mi), 7 (sol) ve 11 (si) notaları vardır.

T/I Grubu

İnceleyeceğimiz ilk grup T/I. Bu grup adını İngilizcede "yer değiştirme" anlamına gelen "*transposition*" ve "tersinme" anlamına gelen "*inversion*" kelimelerinden alıyor. Adından da anlaşılabileceği gibi T/I grubunda yer değiştirme ve tersinme işlemleri var. Öncelikle 0-11 aralığındaki tam sayılara (notalara) uygulanacak bu işlemlerin tanımını yapalım:

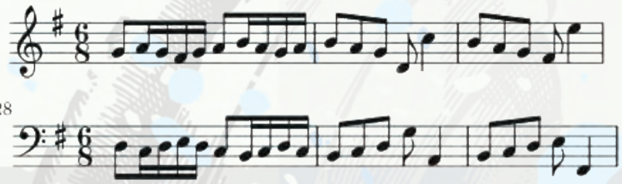
n, 0 ile 11 arasında bir tam sayı olmak kaydıyla
$T_n(x) := x + n \bmod 12$
$I_n(x) := -x + n \bmod 12$

n sayısının alabileceği her bir değere karşılık gelen 12 ayrı T_n ve 12 ayrı I_n işlemi vardır. Bu gruptaki simetri işlemlerini müzik saati üzerinde kolaylıkla gözlemleyebiliriz. T_n işlemleri her bir notayı n yarım ses yukarı taşır. Örneğin T_2 işlemi 0'ı 2'ye, 1'i 3'e, 2'yi 4'e ... taşır. Bu işlemi D_{12} grubundaki dönme işlemlerine benzetebiliriz. T_n işlemleri müzik saatini 30*n derece döndürür. T_2 işleminin sonucunu bulmanın bir yolu müzik saatini 30*2=60 derece döndürmektir. Benzer biçimde, T_5 işlemi de müzik saatini 30*5=150 derece döndürür. I_n işlemleri ise D_{12} grubundaki yansıma işlemlerine benzer ve müzik saatindeki notaların çeşitli düzlem aynalardaki yansımalarını hesaplar. Örneğin I_0 işlemi 0'ı 0'a, 1'i 11'e, 2'yi 10'a ... taşır. Bu işlemi görselleştirmenin bir yolu müzik saatindeki notaları 0 ve 6'dan geçen hayalî bir düzlem aynada yansıtmaktır. Benzer biçimde, I_3 işlemi 0'ı 3'e, 1'i 2'ye, 3'ü 0'a ... taşır. Bu işlemi görselleştirmenin bir yolu da müzik saatindeki notaları 1 ile 2'yi ve 7 ile 8'i birleştiren yayların orta noktalarından geçen bir düzlem aynada yansıtmaktır. T/I grubundaki tersinme işlemleri de D_{12} grubundaki yansıma işlemleri gibi kendi kendilerinin tersidir. Aynı işlem art arda iki kez uygulandığında tüm notalar başlangıçtaki konumlarına geri döner.

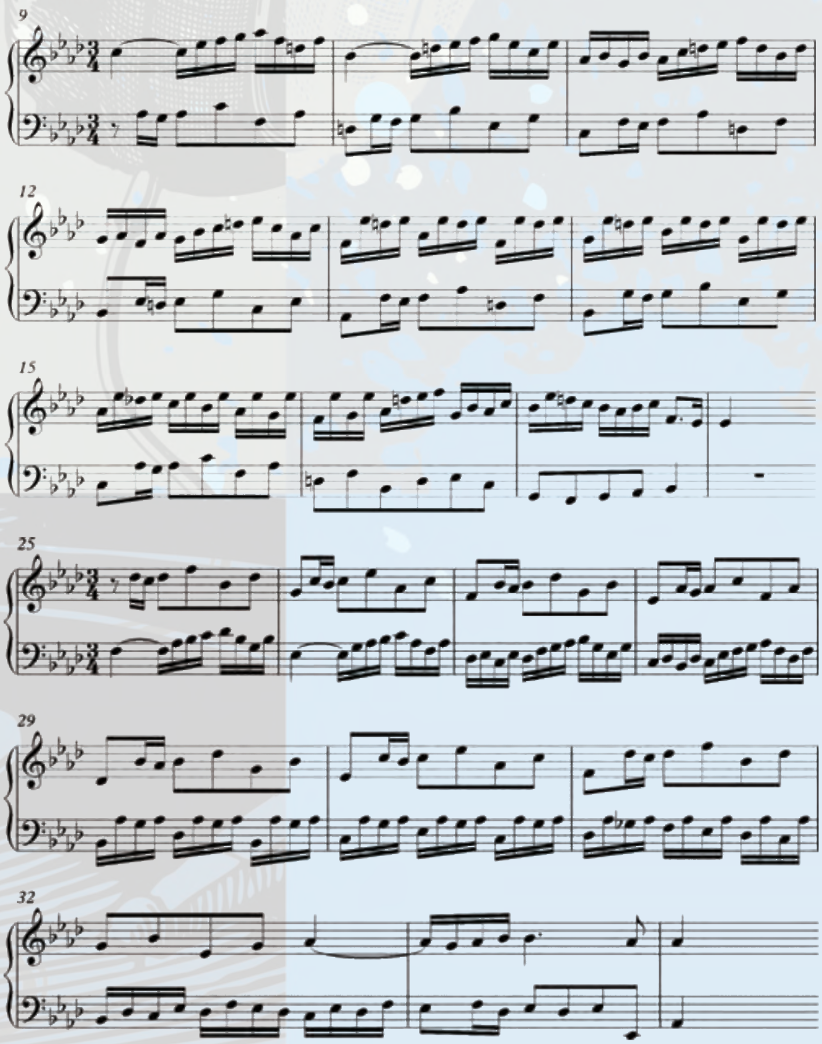


C=<0, 4, 7> (do majör) akoruna I_0 işlemi uygulandığında sonuç *f*=<0, 8, 5> (fa minör) akoru olur.

T/I grubundaki simetrilerin bulunduğu melodilerin örneklerine füglerde sıklıkla rastlanır. Özellikle Alman besteci John Sebastian Bach ile anılan bu tür klasik müzik eserlerinde başlangıçta sunulan bir müzikal tema, transpoze edilmiş (tüm notalar eşit miktarda yer değiştirmiş) ya da tersinmiş biçimlerde farklı aralıklarla tekrarlanır.



John Sebastian Bach'ın *Well Tempered Clavier* seçkisinde yer alan bir fügden kısımlar. Başlangıçta sunulan müzikal tema 28 numaralı kısımda tersinmiş olarak tekrar ediliyor.



John Sebasitan Bach'ın *Well Tempered Clavier* seçkisinde yer alan bir fügden kısımlar. 9. bölümden sonra başlayan melodi 29. bölümden sonra tekrar edilirken sol anahtarıyla yazılmış (üst satırdaki) notalar ile fa anahtarıyla yazılmış (alt satırdaki) notalar yer değiştiriyor.

T/I grubundaki simetrileri üç sesli akorlara uyguladığımızda, tıpkı notalarda olduğu gibi bir grup yapısı ile karşılaşırız. *T/I* grubundaki işlemler, bir majör ya da minör akoru alarak başka bir majör ya da minör akora taşır (*bkz*. sağdaki tablo).

Güzel bir melodi bulmak için farklı akorlar arasında nasıl gezinilebileceğine *PLR* grubunu inceledikten sonra değineceğiz.

Majör Üçlüler	Minör Üçlüler
C = <0, 4, 7>	<0, 8, 5> = *f*
C#=D♭= <1, 5, 8>	<1, 9, 6> = f# = *g♭*
D = <2, 6, 9>	<2, 10, 7> = *g*
D#=E♭= <3, 7, 10>	<3, 11, 8> = g# = *a♭*
E = <4, 8, 11>	<4, 0, 9> = *a*
F = <5, 9, 0>	<5, 1, 10> = a# = *b♭*
F# = G♭ = <6, 10, 1>	*<6, 2, 11>* = *b*
G = <7, 11, 2>	*<7, 3, 0>* = *c*
G# = A♭ = <8, 0, 3>	<<8, 4, 1> = *c# = d♭*
A = <9, 1, 4>	<9, 5, 2> = *d*
A# = B♭ = <10, 2, 5>	<10, 6, 3> = *d# = e♭*
B = <11, 3, 6>	<11, 7, 4> = *e*

Majör ve minör üçlülerdeki notalar. Yaygın kullanıma uygun biçimde majör akorlar büyük harflerle, minör akorlar küçük harflerle gösteriliyor. T_n işlemleri her bir akoru aynı sütunun *n* satır altındaki (mod 12) akora taşıyor. I_n işlemleri ise her bir akoru diğer sütunun *n* satır altındaki (mod 12) akora taşıyor. Tablodaki verilerin doğruluğunu T_n ve I_n işlemlerini üçlülerdeki notalara tek tek uygulayarak kontrol edebilirsiniz. Ör: $T_2E = T_2<4, 8, 11> = <T_2(4), T_2(8), T_2(11)> = <6, 10, 1>$.

PLR Grubu

PLR grubunu tartışmaya başlamadan önce $<y_1, y_2, y_3>$ olarak ifade edeceğimiz üç sesli majör ve minör akorlar üzerinde P, L ve R olarak adlandıracağımız üç adet simetri işlemi tanımlayacağız.

$$P <y_1, y_2, y_3> = I_{y1+y3} <y_1, y_2, y_3>,$$
$$L <y_1, y_2, y_3> = I_{y2+y3} <y_1, y_2, y_3>,$$
$$R <y_1, y_2, y_3> = I_{y1+y2} <y_1, y_2, y_3>.$$

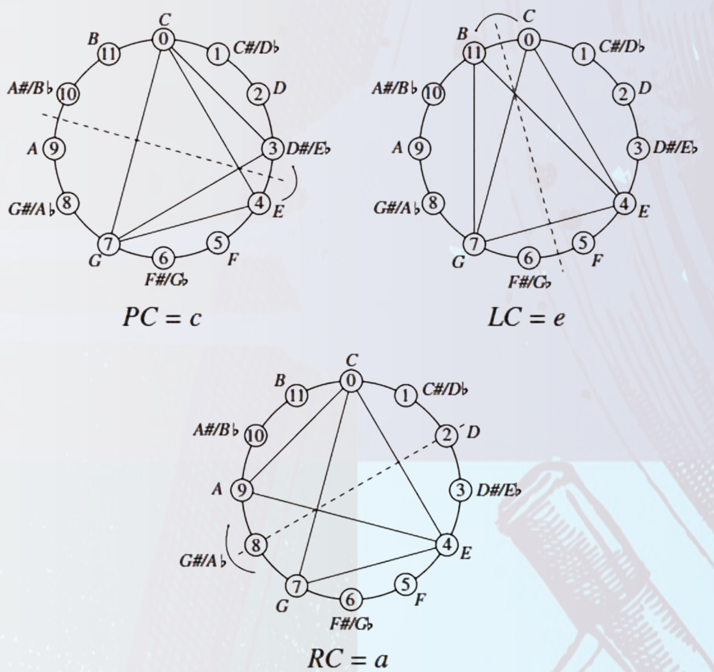
I_n adlı tersinme işleminin tanımını *T/I* grubundan bahsederken vermiştik. Müzik saatine bakarak bu tersinme işlemlerinin ne yaptığını görebiliriz. *P* işlemi $(y_1+y_3)/2$ ile $((y_1+y_3)/2)+6$ noktalarından geçen eksene göre, *L* işlemi $(y_2+y_3)/2$ ile $((y_2+y_3)/2)+6$ noktalarından geçen eksene göre, *R* işlemiyse $(y_1+y_2)/2$ ile $((y_1+y_2)/2)+6$ noktalarından geçen eksene göre yansıtma yapıyor. Bu yansıma işlemleri sonucunda üç sesli akorlardaki iki nota aynı kalıyor, sadece bir tanesi değişiyor. Örneğin:

P (C) = *P* <0, 4, 7> = <7, 3, 0> = *c*,
P (E)= *P* <4, 8, 11> = <11, 7, 4> = *e*,
L (B♭) = *L* <10, 2, 5> = <9, 5, 2> = *d*,
L (A) = *L* <9, 1, 4> = <8, 4, 1> = *c#*,
R (G♭) = *R* <6, 10, 1> = <10, 6, 3> = *d#*,
R (F) = *R* <5, 9, 0> = <9, 5, 2> = *d*.

P, L ve *R* işlemlerinin her biri kendi kendinin tersidir. Bu işlemler herhangi bir akora art arda iki kez uygulandığında yine aynı akor bulunur (bunu doğrulayabilirsiniz). Daha önce *PLR* grubunun D_{12} grubu ile izomorfik olduğunu belirtmiştik. Bu durumu görmenin bir yolu *LR* işlemine odaklanmak. Önce *R* sonra da *L* işlemini üç sesli bir majör akora uyguladığımızda şu sonucu buluyoruz:

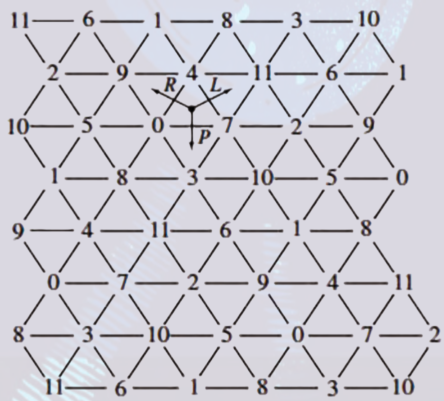
LR n-majör = *LR* $<n, n+4, n+7>$ = *L* $<n+4, n, n+9>$ = *L* $(n+9)$-minör = $<n+5, n+9, n>$ = $(n+5)$-majör.

LR işlemi herhangi bir major akoru 5 yarım ses yukarı taşıyor. Başka bir deyişle *LR* işlemi müzik saatindeki herhangi bir akoru 150 derece döndürüyor. Herhangi bir majör akordan başlayarak ve bu işlemi art arda uygulayarak 12 majör akorun tamamını elde etmek mümkün. Benzer bir biçimde, herhangi bir minör akordan başlanarak ve *LR* işlemi art arda uygulanarak herhangi bir minör akor da elde edilebilir. *LR* işlemini, D_{12} grubundaki 30 derece döndürme işlemine benzetebiliriz. Benzer biçimde *P, L* veya *R* işlemlerinden herhangi biri de D_{12} grubundaki yansıtma işlemine benzetilebilir. *P, L* ve *R* işlemlerinin art arda uygulanmasıyla elde edilebilecek herhangi bir işlemi sadece *LR* ve *L* işlemlerini çeşitli kombinasyonlarda art arda uygulayarak da elde etmek mümkün.



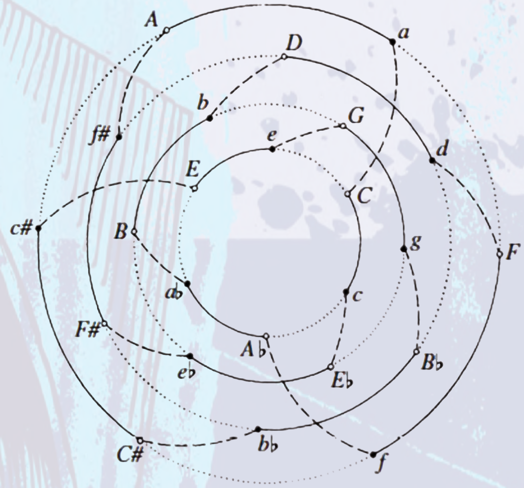
P, L ve *R* işlemleri *C* (do majör) akoruna uygulandığında *c* (do minör), *e* (mi minör) ve *a* (la minör) akorları elde ediliyor.

Peki *PLR* grubu hangi grafiğe uygulanabilecek simetri işlemlerini içeriyor? Bu sorunun cevabı Oettingen/Riemann *tonnetz*'i. *Tonnetz* kelimesi Almancada ses ağı anlamına gelir. Oettingen/Riemann *tonnetz*'i de notaların üçgenlerin köşelerine yerleştirildiği bir grafiktir (*bkz*. aşağıdaki grafik). Bu grafikteki her bir üçgenin köşelerinde üç sesli majör ve minör akorlardaki notalar yer alır. *P, L* ve *R* işlemleri de bu üçgenleri bir kenarlarından geçen eksenler etrafında 180 derece döndürür (ya da bu eksenlerden geçen düzleme dik düzlem aynalarda yansıtır). Örneğin <0, 4, 7> notalarından oluşan do majör akorunu ele alalım. Önce *tonnetz*'de 0, 4 ve 7 notalarından oluşan üçgeni bulalım. Bu üçgeni R işlemi uygulayarak 0 ve 4 notalarından geçen eksen etrafında 180 derece döndürdüğümüzde; köşelerinde 0, 4, 9 notaları bulunan üçgeni yani la minör akorunu elde ederiz. Benzer biçimde do majör üçgeninin *P* işlemini uygulayarak 0 ve 7 notalarında geçen eksen etrafında 180 derece döndürdüğümüzde; köşelerinde 0, 3 ve 7 notaları bulunan do minör üçgenini buluruz. Benzer biçimde do majör üçgenini *L* işlemini uygulayarak 4 ve 7 notalarından geçen eksen etrafında 180 derece döndürdüğümüzde ise köşelerinde 4, 7 ve 11 notaları bulunan üçgeni, yani mi minör akorunu buluruz.

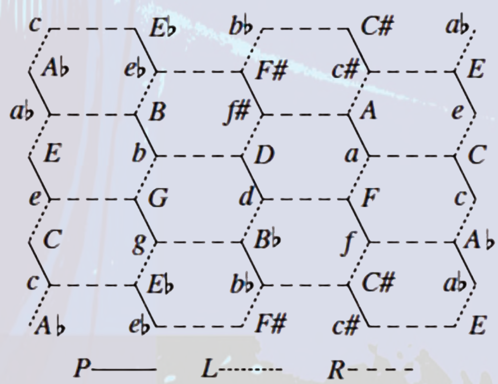


Oettingen/Riemann *tonnetz*'i. Ses ağındaki her bir üçgen, üç sesli bir akora karşılık gelir. Komşu üçgenler *P, L* ve *R* simetrileriyle bağlantılıdır.

Peki Oettingen/Riemann *tonnetz*'i ne işe yarar? Bu ses ağında neden *P, L* ve *R* simetrileriyle bağlantılı olan akorlar bir arada yer alır? Bir beste yapmaya çalıştığınızı düşünün. İnsanların kulağını tırmalamadan farklı melodi parçalarını birbirine nasıl bağlayabilirsiniz? Yaygın olarak kabul gören görüş, farklı parçalar arasındaki ses değişiminin mümkün olduğunca az olmasıdır. Oettingen/Riemann *tonnetz*'i de aralarında çok az fark olan üç sesli akorları bulmanın kolay bir yolunu sağlar: *P, L* ve *R* simetrileriyle ilişkili iki akorun ikişer notası aynı, birer notası farklıdır. Pek çok klasik müzik bestesinde art arda gelen melodi parçalarındaki akorların *PLR* simetrileriyle bağlantılı olduğunu görmek mümkündür.

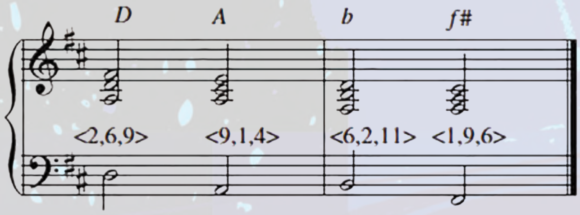


Waller *tonnetz*'i. Oettingen/Riemann *tonnetz*'ine alternatif olan bu *tonnetz*'de bir akora *P, L* ve *R* simetrileri uygulandığında elde edilecek akorlar sürekli, kesikli ve noktalı çizgilerle gösteriliyor.



Douthett ve Setinbach *tonnetz*'i. *P, L* ve *R* simetriyle bağlantılı üç sesli akorların bir başka grafiksel gösterimi.

$$
\begin{tikzcd}
D \arrow[r, mapsto, "T_7"] \arrow[d, "R"'] & A \arrow[d, "R"] \\
b \arrow[r, mapsto, "T_7"'] & f\sharp
\end{tikzcd}
$$



Johann Pachelbel'in *Canon in D* adlı eserinden bir kısım. Ardışık iki kısımdaki akorlar T_7 ve R simetrileriye bağlantılı.

$$
\begin{tikzcd}
A\flat \arrow[r, mapsto, "T_5"] \arrow[d, "R"'] & D\flat \arrow[d, "R"] \\
f \arrow[r, mapsto, "T_5"'] & b\flat
\end{tikzcd}
$$

Johann Pachelbel'in *Canon in D* adlı eserinden bir kısım. Ardışık iki kısımdaki akorlar T_7 ve R simetrileriye bağlantılı.

Sonuç

Matematik ve müzik arasındaki ilişki üzerine yüzlerce yıldır çalışmalar yapılıyor. Günümüzde kümeler teorisinden soyut cebire, aritmetikten topolojiye kadar pek çok matematik alanından hem var olan besteleri daha iyi anlamak hem de yeni besteler yapmak için yararlanılıyor. Grup teori de müzikte alanında uygulamaları olan bir matematik dalı.

Bu yazıda konu edilen çeşitli simetri örnekleri aslında müzikte karşılaşılan simetrilerin çok küçük bir kısmını örneklendiriyor.

Hem sanat hem de simetri güzellikle ilişkilendirilen kavramlardır. Dolayısıyla, yaptıkları besteleri güzelleştirmeye çalışan müzisyenlerin simetriden de yararlanıyor olması hiç de şaşırtıcı olmasa gerek. ■

Kaynak

Grans, A. S., ve ark., "Musical Actions of Dihedral Groups", *American Mathematical Monthly*, Cilt 116, p. 479-495, 2009.

Yarım Saat Boyunca Su Altında Gizlenebilen Örümcek Keşfedildi

Dr. Mahir E. Ocak | *TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Birmingham Üniversitesinden Dr. Lindsey Swierk, tropikal bir örümcek türünün insanlardan kaçıp yarım saate kadar su altında gizlendiğini gözlemledi. Bilimsel adı *Trechalea extensa* olan örümcek türünün su altında gizlendiği ya da bu kadar uzun süre su altında kalabildiği daha önceleri bilinmiyordu. Dr. Swierk, örümceğin yarım saat kadar su altında kaldığını ve bu sırada vücudunun tamamının ince bir hava katmanı tarafından çevrelendiğini söylüyor. Hem örümceğin ısı kaybını azaltmaya yardımcı olduğu hem de solunum organlarına su dolmasını engellediği düşünülen hava katmanının, örümceğin tüm vücudunu kaplayan hidrofobik tüyler tarafından bir arada tutulduğu tahmin ediliyor. Araştırmanın sonuçları *Ethology* dergisinde yayımlandı. ■

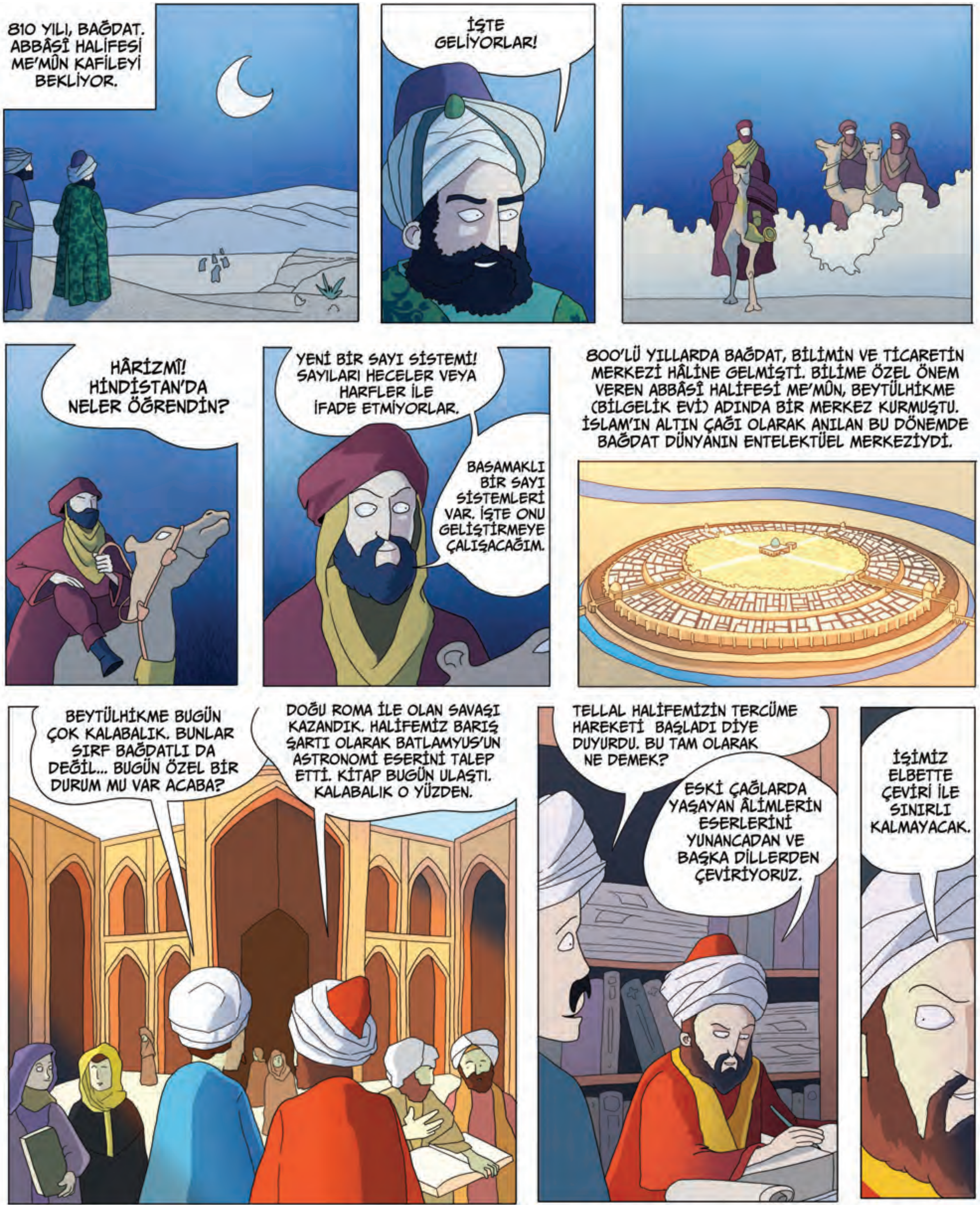
Kaynak

Swierk, L., ve ark., "Diving behavior in a Neotropical spider (*Trechalea extensa*) as a potential antipredator tactic", *Ethology*, Cilt 128, s. 508, 2022.

Bilim Çizgi

Sinancan Kara [*btcizgiroman@tubitak.gov.tr*

Hârizmî




MATEMATİĞİN VE BİLİMİN GELİŞİMİ, ANTİK MISIR'DA BAŞLADI.
ARİSTO GİBİ BÜYÜK FİLOZOF VE BİLGELER SAYESİNDE ANTİK YUNAN'DA İLERLEDİ. 800'LÜ YILLARA GELİNDİĞİNDE, BİLİMİ İLERLETME GÖREVİNİ HÂRİZMÎ GİBİ MÜSLÜMAN ÂLİMLER ÜSTLENDİ.
SAYGIDEĞER HALİFEMİZ, CEBİR VE DENGELEME HESABI ADINI VERDİĞİM KİTABI TAMAMLADIM.
ARTIK HESAP YAPMAK ÇOK DAHA KOLAY!
TİCARİ HESAPLARA KATKISI BÜYÜK OLACAK. AMA ASIL MÜHİM OLAN, BİLİME NE KATKISI OLACAĞI.
İŞİN ÖZÜ EŞİTLİĞİN İKİ TARAFINI DENGELEME.
HÂRİZMÎ, İKİNCİ DERECEDEN DENKLEM ÇÖZÜMÜNDE, TERİMLERİ EŞİTLİĞİN KARŞI TARAFINA ATMA İŞLEMİNE "CEBİR" ADINI VERDİ. TARİHTE İLK KEZ GÖSTERİLEN BU YÖNTEM, HİNT SİSTEMİNE BENZEYEN ARAP SAYILARI SAYESİNDE MÜMKÜN OLMUŞTU.
$a^2=40a-4a^2$
$a^2+4a^2=40a$
$5a^2=40a$
$5a=40$
$a=8$
HALİFE GEOMETRİ VE FELSEFE ODAKLI OLMAYAN BİR MATEMATİK ANLAYIŞINI BAŞLATTIĞINI SÖYLÜYOR
EVET, ÖYLE. CEBİR YÖNTEMİYLE MATEMATİK ANLAYIŞIMIZ DEĞİŞECEK.
BUNDAN SONRA DA MATEMATİK ÇALIŞACAĞIM. AMA ÖNCE DÜNYA'NIN ÇAPINI ÖLÇMEK VE HARİTASINI ÇİZMEK İSTİYORUM.
HÂRİZMÎ'NİN DENKLEM ÇÖZME İŞLEMLERİNİ ANLATTIĞI CEBİR KİTABI, YILLAR SONRA AVRUPA DİLLERİNE ÇEVRİLDİ. HÂRİZMÎ'NİN, BİLİNMEYEN ÖGELER İÇİN KULLANDIĞI "ŞEY" TERİMİ, "Ş" SESİ TELAFFUZ EDİLEMEDİĞİ İÇİN YUNANCA KAİ HARFİ İLE GÖSTERİLMEYE BAŞLANDI. BU HARF, ZAMANLA BİLİNMEYENLER İÇİN KULLANILAN "X" TERİMİNE DÖNÜŞTÜ.
شيء
ŞEY (ARAPÇA)
χ
KAİ (YUNANCA)
X
HÂRİZMÎ'NİN ÇALIŞMALARI, GÜNÜMÜZÜN İSPANYA TOPRAKLARINDA YER ALAN COĞRAFYA ÜZERİNDEN, AVRUPA DİLLERİNE ÇEVRİLDİ. KENDİ ÇALIŞMALARININ YANINDA YUNANCA VE DİĞER DİLLERDEN ÇEVİRDİĞİ BİLİMSEL METİNLER DE ARAPÇA ÜZERİNDEN AVRUPA DİLLERİNE TERCÜME EDİLDİ.
$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$
$E=mc^2$
$\Phi_B=\iint B(x).dA$
$F=m.a$
$ax^2=bx+c$
MUHAMMED BİN MÛSÂ EL-HÂRİZMÎ (780 - 850), ÖZBEKİSTANLI MATEMATİKÇİ. YAPTIĞI ÇALIŞMALAR VE GELİŞTİRDİĞİ YÖNTEMLERLE MATEMATİĞİN İLERLEMESİNE KATKI SAĞLADI. "ALGORİTMA" SÖZCÜĞÜ HÂRİZMÎ'NİN LATİNCE KAYNAKLARDA GEÇEN ADINDAN GELİR. ÜNLÜ BİLİM TARİHÇİSİ SALOMON GANDZ, HÂRİZMÎ'Yİ "MATEMATİĞİN BABASI" OLARAK TANIMLAR.


cotg C = b/c
cosec B = 1/sin B = a/b
cosec C = 1/sin C = a/c
0.02 A
Ra 1,6
x-1≥0
x≥1
x-1=4
x=5
S={5}

İpler, Keçiler ve Koca Dünya

Prof. Dr. Ali Sinan Sertöz | *Bilkent Üniversitesi, Matematik Bölümü*

Matematikte bazı problemler yalnızca eğlenceli olduğu için ortaya atılır. Bunların çözümünün bilimde yeni ufuklar açması değil, çözene zevk vermesi beklenir. Problem ve sonucu yeterince eğlenceli ise değişik versiyonları ortaya atılır ve eğlence sürdürülür. Her ne kadar bu çeşit problemler eğlence olsun diye ortaya çıkartılmışlarsa da çözümleri bazen derin matematik teknikleri gerektirir.

Bu yazıya konu olan iplerle ilgili problem de ilk kez 1748 yılında ortaya atıldı. Zaman içinde ufak tefek değişikliklerle tekrar tekrar soruldu. Tam istenen çözüm ise ancak 2020 yılında bulunabildi.

Bugün işte bu problemdeki iplerle ilgileneceğiz.

Problemin Öyküsü: Başlangıç

Problemimizin ilk versiyonu 1748'de *Ladies Diary* adlı yıllık bir dergide yayımlandı. Yalnız bu hâlinde bir keçi değil, bir at vardı. Problemde, yuvarlak bir havuzun dış kenarına uzunluğu havuzun çevresi kadar olan bir iple bağlanmış atın havuz çevresinde otlayabileceği alanın bulunması isteniyordu.

Eğer atın ipini havuz yerine bir kazığa bağlasaydık atın otlanacağı bölgenin alanı elbette ipin uzunluğunu yarı çap olarak alacağımız bir dairenin alanına eşit olacaktı. Kazık yerine havuz koyduğumuz zaman, hem atın havuzun kapladığı alanda otlamayacağını hem de at havuz etrafında dolaşmaya başlayınca havuzun kenarlarına dolanan ipin atın uzanabileceği bölgeyi kısıtlayacağını göz önünde bulundurmamız gerekecek.

Bu problemin çözümü, sözünü ettiğimiz dergi yıllık olduğu için ertesi yıl yayımlandı. Yani, okuyucular arasında merak edenlere problem üzerine çalışmaları için koca bir yıl süre tanındı veya çözümü merak edenlere sabırsızlıkla geçmesini bekledikleri bir yıl verildi.

Biz problemin bu ilk hâliyle ilgilenmeyeceğiz.

At Yok Oluyor!

Matematikçilerin havuz etrafında cereyan eden bir problemi duyup da problemi bir de havuz içinde sormadan geçebileceklerini düşünmek abes olur. Elbette önünde sonunda bir matematikçi çıkıp atı daire şeklindeki bir otlağa bağlayıp ne büyüklükte bir alanda dolaşabileceğini soracaktı ve sordu da! Ama bu sorunun ortaya çıkması yüz yıldan fazla sürdü.

Amerikan Matematik Birliğinin (Mathematical Association of America) meşhur aylık dergisi *Monthly*'nin 1894'teki ilk sayısında beklediğimiz problem nihayet soruldu. Derginin 30 numaralı geometri problemi olarak sorulan bu soruda at yoktu, sadece kesişen iki çember vardı.

Alanı bir birim olan dairenin çevresi üzerinde bir merkez alınarak ikinci bir daire çizilmiş, ortak kesişim alanları yarım birim oluyorsa ikinci dairenin alanı kaç olur diye sorulmuştu.

Dikkat ederseniz problemin bu hâliyle at ve havuzla ilgisi kalmadı ve kusursuz bir geometri problemine dönüştü. Matematikçiler ata ve havuza bakarken sadece çemberleri ve daire alanları görmüşler. Dışarıdaki alanı değil de içerideki alanı hesaplayalım demişler.

Peki ama bu versiyonda neden at ve havuz yok olmuş? Çünkü matematikçiler probleme bakınca sadece geometri görmüşler, astrofizikçilerin yıldızlara bakınca sadece nükleer reaksiyon gördükleri gibi.

At Keçi Olarak Geri Dönüyor!

İnsanlar hayvanlarla ilgili problemleri geometri problemlerinden daha ilginç bulmuş olacak ki *Monthly* dergisindeki problem, bir süre sonra bir keçi bulmacası olarak ortalıkta dolaşmaya başlamış.

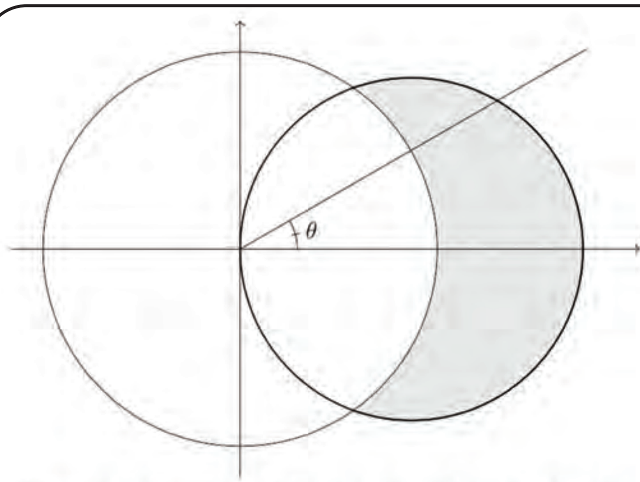
Bu bulmacada bir keçiyi daire biçiminde bir tarlanın kenarına bağlıyorsunuz ve keçinin boynuna bağladığınız ip ne uzunlukta olmalı ki keçi dairenin yalnızca yarısında otlanabilsin sorusuna cevap arıyorsunuz.

Keçi Nasıl Eşek Olur?

Keçi problemi Türk matematik dünyasına doksanlı yıllarda bir eşek problemi olarak girdi. İnternetin yeni yeni kullanıma girdiği bir dönemdi. Ofisimizden hiç ayrılmadan başka şehirlerde, hatta başka ülkelerdeki meslektaşlarımızla internet aracılığıyla yazışmak heyecan vericiydi. Nasıl olmasın ki? Ne postaneye gitme zahmeti ne kâğıda mektup yazma ne de cevap ne zaman gelecek sabırsızlığı kalmıştı. Üstelik yazdıklarımızı herkes aynı anda okuyabiliyor ve cevap verebiliyordu.

Henüz çevrim içi görüntülü görüşme konusu bir hayal olarak bile aklımızda yoktu. Yeni bir buluşun tadını çıkarıyorduk. İşte böyle bir ortamda arkadaşlardan biri bize bir eşek problemi sordu.

Daire biçimindeki bir tarlanın sınırına bağlanan eşeğin boynundaki ip ne uzunlukta olmalı ki eşek tarlanın ancak



Keçi problemini modellediğimizde yukarıdaki şekli elde ederiz. Sağdaki dairenin çapı 1 birimdir. Soldaki dairenin merkezi orijindedir ve çapı R birimdir. İki dairenin ortak alanı birinci dairenin alanının yarısı, yani $\pi/2$ olacak. Demek ki birinci dairenin ortak alan dışında kalan taralı kısmının alanı da $\pi/2$ olacak. Taralı alanı seçmemizin nedeni taralı alanı hesaplayacak integralin daha basit yazılabiliyor olmasındandır. Bu alanın $\pi/2$'ye eşit olmasını şu şekilde yazarız.

$$\int_{\theta=-\cos^{-1}\frac{R}{2}}^{\theta=\cos^{-1}\frac{R}{2}} \int_{r=R}^{r=2\cos\theta} r\,dr\,d\theta = \frac{\pi}{2}.$$

İntegrali açtığımızda ise

$$\frac{1}{2}R\sqrt{4-R^2} + 2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}R\right) - R^2\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}R\right) = \frac{1}{2}\pi$$

buluruz. Herhangi bir bilgisayar programı yardımıyla sayısal çözüm istediğimizde

$$R = 1,158728473...$$

buluruz. Demek ki keçinin boynuna bağlayacağımız ipin uzunluğu tarlanın çapının yaklaşık 1,15 katı kadar olursa keçi tarlanın yalnızca yarısına erişim sağlayabilecektir.

yarısında otlanabilsin. Problemin geçmişini bilmediğimiz için atın keçiye, keçinin de eşeğe nasıl dönüştüğünü merak etmemiştik.

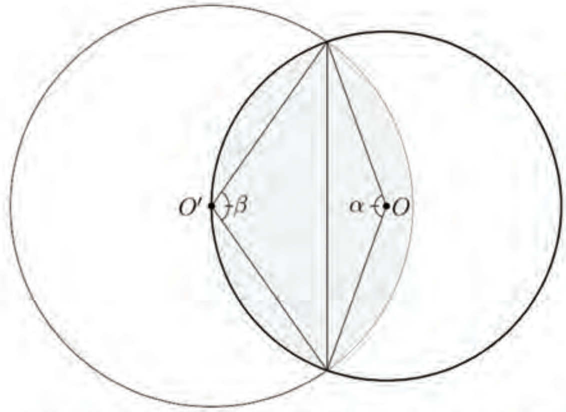
Problemi çoğumuz hevesle çözdük ve bize bir daha böyle basit şeyler sorma diye arkadaşa hava atmayı da ihmal etmedik.

Ama Kazın Ayağı Göründüğü Gibi Değil!

Kaz şimdi nereden çıktı demeyin! O lafın gelişi... Biz yine problemdeki keçiye dönelim.

Bu çeşit problemler, tarla kenarına bir keçi bağlayıp otladığı alanı ölçerek ve duruma göre ya daha kısa ya da daha uzun ipler bağlayarak, yani deneme yanılmayla çözülmez. Problem matematiksel bir modele çevrilir ve model üzerinden çözülür. Sonra meraklısı bu çözümü alıp gerçek hayata; eşek, keçi ya da ata uygulayabilir.

Bu problemin modeli elbette yüz yıl önce *Monthly*'de çıkan problemin ta kendisi. Yani, kesişen iki dairenin ortak alanı yarı çapları cinsinden hesaplanacak. Bunun için dairelerden birini sabit tutarız. Ortak alanın bu dairenin alanının kaçta kaçı olmasını istiyorsak bunu belirten bir denklem yazarız. Bu denklemi çözersek diğer dairenin yarı çapının kaç olması gerektiğini de buluruz.



Yukarıdaki şekilde yarıçapı 1 birim olan tarlanın merkezini O noktası ile, keçiyi bağladığımız noktayı, yani büyük dairenin merkezini de O' ile gösteriyoruz. Biraz düzlem geometri ve trigonometri kullanınca taralı ortak bölgenin alanının

$$\beta \cos\beta - \sin\beta + \pi$$

şekline yazılabileceğini görürüz. Bu alanın birim dairenin alanının yarısına eşit olmasını sağlayacak β açısının

$$f(x) = \sin x - x\cos x - \frac{\pi}{2}$$

fonksiyonun $[0, \pi]$ aralığındaki köklerinden biri olacağını görürüz. Öte yandan

$$f'(x) = x \sin x > 0, \quad x \in (0, \pi)$$

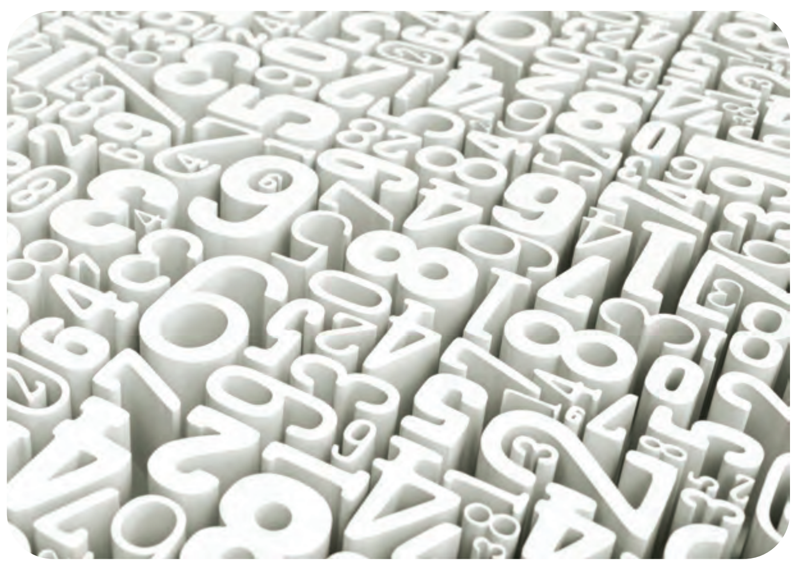
olduğundan bu aralıkta $f(x)$ fonksiyonunun artan bir fonksiyon olduğunu ve dolayısıyla bu aralıkta yalnız tek bir kökü olduğunu görürüz. Hatta bu kökün $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ aralığında olduğunu görmek mümkün.

Sonuç olarak eğer $f(\beta) = 0$ ise aradığımız R değeri

$$R = 2\cos\frac{\beta}{2}$$

olarak elde edilir.

Şimdi problem $f(x) = 0$ denkleminin çözümünü bulmaya indirgendi.



Ama her denklem de hemen çözülemez ki! Bizim bu modellemede karşımıza çıkan denklem de cebirsel bir denklem değildir. Yani burada bir polinomun köklerini aramıyoruz. Kaldı ki o da çok zor bir problemdir. Biz bu problemde trigonometrik fonksiyonlar içeren bir denklemi çözmeye çalışıyoruz. Bu çeşit denklemlere aşkın denklemler denir.

Aşkın denklemlerde genellikle kök için kapalı bir ifade bulmak zordur. Bunun yerine yaklaşık çözümler aranır. Yaklaşık bir çözümün anlamlı olması için bulunan yaklaşımın gerçek değerden farkının önceden belirlenen bir tolerans miktarını aşmamasını sağlayacak bir kuramsal alt yapıya sahip olması gerekir.

Yaklaşık Çözüm Arıyoruz

Çözmek istediğimiz denklem $f(x)=0$ olsun. Bu denklemi sağlayan x değerini kapalı bir ifade ile yazamayacağımızı düşündüğümüzü varsayalım. Çözümü veren yaklaşık bir değer arayacağız.

Aslında bu o kadar da kötü bir durum değil. Aradığımız kök eğer karekök iki olsaydı, kökü kapalı bir ifadeyle vermiş olmamız bize yalnızca entelektüel bir tatmin verecekti. Uygulamada biz yine karekök ikinin sonsuz olan ondalık açılımından belli sayıda terim kullanabilecektik. Ondalık virgülden sonraki ilk iki veya üç terimi almak da pek çok uygulama için yeterli olacaktı.

Astrofizikçiler pi sayısını genellikle üç olarak alır ve onların hesaplarında pi sayısının oynayacağı etkiyi bu üç sayısı yerine getirir.

Demek ki ne aradığımızı biliyorsak ve hata payını kontrol edebiliyorsak yaklaşık çözümün küçümsenecek bir yanı yok.

Öyleyse yaklaşık kök aramaya başlayabiliriz.

Orta Nokta Yöntemi

İlk yöntemimiz akla ilk gelen ve amatör bir yöntem. Bu yöntem aradığımız kökü istediğimiz hassasiyette bize verecek ama biraz sabırlı olmamız gerekecek çünkü bu yöntem köke çok yavaş yaklaşır.

Aradığımız köke β adını verelim. Bu β sayısının nerede olacağı konusunda bir beklentimiz olur genellikle.

Hiçbir problem üzerine bodoslama gidilerek çözülmez. Önce bir tahminimiz olur, sonra bu tahmine göre hareket ederiz. Problemi çözüm çabamız ilerledikçe, edineceğimiz yeni bilgiler ışığında, tahminimizi yeniden ayarlamamıza engel bir durum yok elbette.

Rotası olmayan bir yelkenliye hiçbir rüzgâr yardım etmez!

Biz de aradığımız β sayısının bulunacağını beklediğimiz yerlerde rastgele sayılar alıp $f(x)$ fonksiyonunun bu sayılardaki değerlerine bakarız. Fonksiyonumuzun işaret değiştirdiği bir aralık ararız. Yani deneyerek öyle a ve b sayıları bulacağız ki eğer $f(a)>0$ ise $f(b)<0$ olacak, ya da $f(x)<0$ ve $f(b)>0$ olacak.

Şimdi ilerlemek için fonksiyonumuzun sürekli olduğundan emin olmamız gerekir. Biz fonksiyonumuzun sürekli olduğunu gözledik diye düşünüp devam edelim.

Fonksiyonumuz sürekli ve $[a,b]$ aralığında işaret değiştirdi. Demek ki bu aralığın içinde bir yerde sıfır oldu. Aradığımız kök bu aralığın içinde.

Eğer bu aralığın orta noktasına c der ve aradığımız kök için yaklaşık değer c'dir dersek yaptığımız hata $(b-a)/2$'den büyük olamaz.

Yani $|\beta - c|<(b-a)/2$.

Eğer $(b-a)/2$ size yeterli hassasiyeti vermediyse devam edelim.

Elimizdeki $[a,b]$ aralığının orta noktası olan c noktasında fonksiyonumuzun aldığı değere bakalım. Bu değer eğer sıfır ise kökü bulduk demektir. Eğer sıfır değilse $f(c)$ ya pozitiftir ya da negatiftir. Bu durumda fonksiyonumuz ya $[a,c]$ aralığında ya da $[c,b]$ aralığında işaret değiştiriyordur.

Fonksiyonumuzun işaret değiştirdiği aralığı alıp o aralığın orta noktasını kökümüz için yaklaşık değer olarak verirsek yapacağımız hata $(b-a)/4$'den fazla olamaz.

Eğer bu hassasiyet de yetmediyse tatmin oluncaya kadar devam edebiliriz. Sistem mükemmel bir şekilde çalışacaktır ama pratikte istenen hassasiyete yaklaşmak için yukarıdaki işlemi çok fazla yinelemek gerektiğini göreceksiniz. Bu da aslında bir bilgisayar programıyla aşılamayacak bir sorun değil.

Newton Metodu

Bilim dünyasında adını duyduğumuz kişilerin adlarının beklenmedik anlarda karşımıza çıkması çok rastlanan bir olgudur. Bunun nedeni bu insanların çok çalışıp çok şey üretmiş olmalarındandır. Hayatı boyunca hiçbir şey üretmemiş bir insanın adını yüz yıl sonra kim niye hatırlasın?

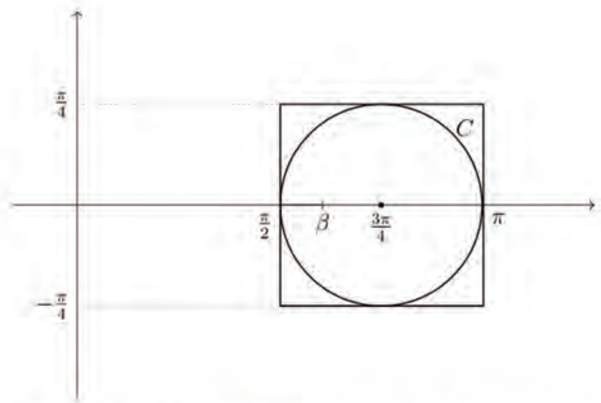
Newton metodunu uygulamak için aradığımız kökün bulunacağı civarda rastgele bir x_1 sayısı seçeriz. Bu bizim ilk tahminimizdir. Eğer $f(x_1)=0$ ise aradığımız kökü büyük bir şans eseri bulduk demektir. Genellikle böyle bir şey olmaz elbette! Bu aşamada Newton metodu devreye girer. Fonksiyonumuzun grafiğinin x_1 noktasındaki teğet doğrusunun x eksenini kestiği noktaya x_2 deriz. Sonra aynı işlemi x_2 noktasındaki teğeti kullanarak yineleriz.

Bu işlemi tekrarlayarak aradığımız t değerine çok çabuk varmamız mümkün. Elbette yöntemin bizi şaşırttığı durumlar da olur ama bu teknik ayrıntılara girmeyelim. Hata payı hesapları yerine de $x_1, x_2, x_3, \ldots$ dizisinde birbirini takip eden sayıların basamakları aynı olmaya başlayınca duracağımızı kabul edelim.

Bu yöntemi denerseniz köke yukarıda açıklanan orta nokta yöntemiyle kıyaslanamayacak kadar çabuk yaklaştığınızı göreceksiniz.

Ama İlle de Tam Çözüm...

Keçinin boynuna bağlayacağımız ipin uzunluğunu yaklaşık yöntemlerle istediğimiz hassasiyette elde ettiğimize göre artık bu problemle işimizin bittiğini düşünmeyin. Bu problem zaten bir merak sonucu ortaya atılmıştı. Şimdi de merak ettiğimiz konu bu denklemi niye cebirsel olarak çözemediğimiz. Aradığımız β kökü için kapalı bir ifade bulmak ne kadar güzel olurdu. Bunu yapamamak bazı matematikçilerin uykusunu kaçırsa da bazen elden bir şey gelmiyor.



Reel x değişkeni yerine z karmaşık değişkenini koyarak karmaşık düzlemin her noktasında analitik olan karmaşık değerli

$$f(z) = \sin z - z\cos z - \frac{\pi}{2}$$

tam fonksiyonunu elde ederiz. Bu fonksiyonun yukarıdaki dikdörtgen içindeki tek kökünün reel doğru üzerinde olduğu, hatta bu kökün $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$ aralığında olduğu gösterilebilir. Özellikle dikdörtgen içindeki C çemberi üzerinde $f(z)$ fonksiyonunun kökü yoktur ve C çemberinin içinde bir tek kökü vardır. Bu köke β dersek, temel karmaşık analiz kavramları kullanarak

$$\beta = \frac{\displaystyle\int_C \frac{z}{f(z)}\,dz}{\displaystyle\int_C \frac{1}{f(z)}\,dz}$$

yazabiliriz. Burada C çemberinin $|z - \frac{3\pi}{4}| = \frac{\pi}{4}$ olarak yazılabileceğini de ekleyelim.

Bu durumda $R = 2\cos(\beta/2)$ olduğundan aranan cevap

$$R = 2\cos\left(\frac{1}{2}\frac{\displaystyle\int_C \frac{z}{f(z)}\,dz}{\displaystyle\int_C \frac{1}{f(z)}\,dz}\right)$$

olarak bulunur. Bu denklemin sağ tarafında R olmadığı için R için çözülmesi gereken bir denklem değil, R değerini doğrudan veren bir ifade bulduk ki 100 yılı aşkın bir süredir aranan sonuç Ingo Ullisch'in bu çözümüydü.

Neyse ki bu konuyu 2020 yılında genç bir matematikçi sonuca ulaştırdı da artık geceleri biz de biraz daha rahat uyuyoruz. (Uykumuzu kaçıran tek problem bu değil ki!)

Gelin bu probleme bir daha bakalım. Keçiler, ipler, tarlalar ve otlar var. Bir problem daha ne kadar gerçek dünyanın içinde olabilir? Böyle bir problemi çözmek için karmaşık sayılar kuramının devreye gireceği kimin aklına gelir? Ingo Ullisch'in aklına geldi işte.

Çözmek istediğimiz fonksiyonumuzun *f(x)* ifadesinde yer alan x bir gerçel değişkendir. Biz x yerine z karmaşık değişkenini koyup *f(z)* fonksiyonuna baktığımızda, bunun karmaşık analizde her yerde tanımlı analitik bir fonksiyon olduğunu görürüz. Bu durumda tüm karmaşık analiz teoremleri bu fonksiyon için kullanılabilir.

Sadece bakış açımızı değiştirerek daha önce hiç söz konusu dahi olmayan muazzam bir birikimi kullanmanın yolunu açmış olduk.

Bu arada karmaşık sayıların herhangi bir dünya meselesini ya da mühendislik problemini çözmek için değil, sadece entelektüel bir oyun olarak, üçüncü derece polinom kökleriyle oynarken Girolamo Cardano tarafından on altıncı yüzyılda ortaya atıldığını da hatırlayalım.

Daha sonra Louis Cauchy, Bernhard Riemann ve Karl Weierstrass gibi matematikçilerin yoğun

çalışmalarıyla saygın ve olağanüstü yetkin bir matematik dalı hâline gelen karmaşık analiz; bugün bilimsel hesaplar yapan bir insanın olmazsa olmaz repertuarı içindedir.

Karmaşık analizin temel sonuçlarından biri de analitik bir fonksiyonun kapalı bir eğri üzerindeki integralinin sıfır olmasıdır. Bunun uzantısı olarak da fonksiyonun türevini fonksiyona bölüp de bir kapalı eğri üzerinde integralini alırsanız çıkan sonuç size fonksiyonun o kapalı bölgedeki köklerinin sayısı hakkında bilgi verecektir.

Hemen hemen her karmaşık analize giriş kitabının başlarında yer alan bu iki teorem, çok zekice hazırlanmış bir plan dâhilinde uygulandığında bize keçi probleminin kapalı bir çözümünü verir.

Kısa Tarihçe

Bu problemin geçmişini yazmak istesek elbette 1540 yılında Cardano'nun yayımladığı *Ars Magna* (Latince büyük sanat anlamına gelir) kitabından başlamamız gerekir. Negatif sayıların kareköklerini bir sayıymış gibi olağan cebir işlemlerine tabi tutarsak nasıl sonuç alabileceğimiz ilk kez bu kitapta açıklandı.

Sonra 1748'de bir havuzun kenarına bağlı bir at problemi, çözümün nerelere varacağı konusundan habersiz, eğlencelik bir problem olarak ortaya atıldı. Bu problemden doğal olarak bağımsız bir şekilde on dokuzuncu yüzyılda matematikçiler karmaşık sayı değeri alan fonksiyonların kuramını geliştirdiler.

On dokuzuncu yüzyılın son yıllarında *Monthly* dergisinde bizim keçi problemi kesişen iki daire olarak tekrar ortaya çıktı.

Ondan sonraki yüz otuz yıl boyunca problem gerek keçi gerekse eşek baş aktörleri aracılığıyla değişik mecralarda soruldu ve birbirinden değişik aşkın denklemlerin çözümü olarak cevabın bulunacağı gösterildi.

Nihayet 2020 yılında Ingo Ullisch adlı genç bir Alman matematikçi Cardano'nun mirasından yararlanarak bu probleme son noktayı koydu.

Bir tuhaflık olarak ortaya atılan karmaşık sayılar ve eğlence olsun diye öne sürülen bir bilmecenin yüzlerce yıl sonra birleşip mutlu sonla biten bir hikâye oluşturmalarına nasıl şaşmaz insan!

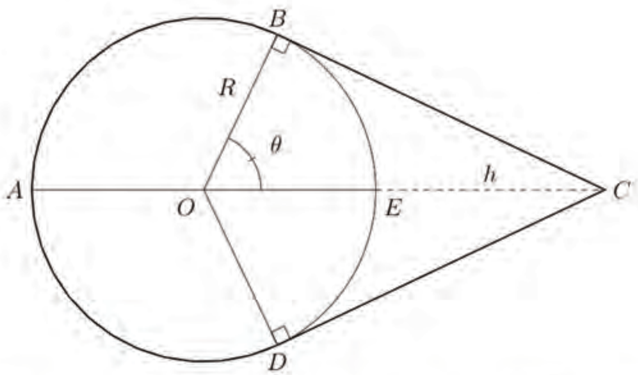
İp Diye Başlamışken...

İpi bir keçiye bağlamak size yeterince büyük bir problem olarak görünmediyse gelin bu ipi dünyanın etrafına saralım.

Gerçek hayat problemlerinin modellenmesinde bir ideal yaklaşım vardır. Yaptığımız model gerçek hayatı temsil eder ama gerçek hayat değildir. Örneğin, biz de dünyanın etrafına ip bağlamaya kalktığımızda aşmamız gereken dağları, geçmemiz gereken okyanusları matematik modelimize taşımayız. Dünyayı kusursuz bir küre olarak kabul ederiz.

Ekvator hattı etrafına bir ip bağladığımızı düşünün. Bu ipi sıkıca bağladıktan sonra fikir değiştirelim ve bu ip çok sıkı oldu bunu biraz gevşetelim diyelim. Fazla da abartmayalım ve ipe yalnızca bir metre ek yapalım. İp şimdi biraz bol oldu. İpi çekip germek ve altından geçebilir miyiz diye bakmak istiyoruz.

Elbette bu sorunun cevabını öğrenmek için gerçekten de Dünya'nın etrafına binlerce kilometre uzunluğunda ip sarmamız mümkün değil. O yüzden problemi kendi modelimiz üzerinde çözeceğiz.



Dünyayı saran ipe 1 metre ekleyip C noktasından çekip gerdik. Şimdi $h = EC$ uzunluğunu hesaplamak istiyoruz. Şeklimiz geometrik ayrıntıların rahatça görülebilmesi için temsili olarak çizilmiştir ve gerçek oranları yansıtmaz.

Basit gözlemlerle

$$h = R(\sec\theta - 1)$$

olduğunu görürüz. Öte yandan AB yayının uzunluğunu $\widehat{AB}$ olarak gösterirsek aradığımız θ değerinin

$$\widehat{AB} + BC = \pi R + \frac{1}{2}$$

denklemini sağladığını görürüz. Bu arada

$$BC = R\tan\theta, \quad \text{ve} \quad \widehat{AB} = (\pi - \theta)R$$

olduğunu göz önüne alarak θ değerinin sağlaması gereken denklemin

$$\tan\theta - \theta = \frac{1}{2R}$$

şekline büründüğünü görebiliriz. Burada $R = 6.378.134\text{m}$ olarak alındığında sayısal çözüm olarak

$$\theta = 0,006172536504\ldots \quad \text{ve} \quad h = R(\sec\theta - 1) = 121,503m$$

buluruz. Demek ki ip yerden 121 metre 50 santimetre 3 milimetre yükselecek.

Ekvatoru sıkıca saran ipe bir metre daha ek yaparsak ipi tutup çektiğimizde yerden ne kadar yükselir?

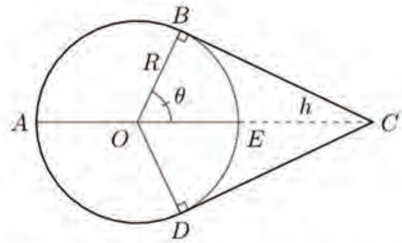
Ekvatorun etrafına saracağımız ipin uzunluğu kırk bin kilometre civarında, yani kırk milyon metre civarında olacak ve bu kırk milyon metrelik ipe biz sadece bir metre daha ekleyeceğiz. Sonra ipi tutup yukarı doğru çekip gereceğiz. İp gerildiğinde yerden ne kadar yükselebilir? Biz artık bu ipin altından geçebilir miyiz yoksa biraz daha uzatmamız gerekir mi?

Çözüm Arayışı

Bu problemin cevabı da yine aşkın bir denklemin kökü olarak karşımıza çıkacak. Bu çeşit denklemlerin sayısal çözümleri artık bilgisayar programları aracılığıyla kolayca elde edilebiliyor.

Bu soru için bilgisayarın verdiği cevaba elbette inanamıyor insan. Bu kez makine kesin yanıldı diye düşünüp insan kendisi çözümü arıyor.

İlk akla gelen yöntem denklemin içinde adı geçen fonksiyonların Taylor açılımlarını kullanmak.



İp probleminin çözümünde temel analiz tekniklerinin gücünü deneyebiliriz.

$$\tan\theta - \theta = \frac{1}{2R}$$

denkleminde $\tan\theta$ için Taylor açılımı olan

$$\tan\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^4 + \frac{17}{315}\theta^7 + \frac{62}{2835}\theta^9 + \cdots$$

yerine açılımın ilk iki terimini alıp

$$[\theta + \frac{1}{3}\theta^3] - \theta = \frac{1}{2R}$$

denklemini çözersek

$$\theta = 0,006172567861\ldots$$

buluruz. Bu değeri

$$h = R(\sec\theta - 1)$$

denkleminde yerine koymadan önce $\sec\theta$ için verilen Taylor açılımından

$$\sec\theta = 1 + \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{5}{24}\theta^4 + \frac{61}{720}\theta^6 + \frac{277}{8064}\theta^8 + \cdots$$

yalnızca ilk iki terimi alıp

$$h = R([1 + \frac{1}{2}\theta^2] - 1)$$

eşitliğini yukarıda bulduğumuz θ değeriyle hesapladığımızda

$$h = 121,505m$$

buluruz. Yani 121 metre 50 santimetre 5 milimetre.

Temel analiz teknikleriyle yaptığımız yaklaşım hesaplarında 40 milyon metreden fazla uzunluğu olan bir iple ilgili bir problemde sadece 2 milimetre hata yaptık. Bilgi kudrettir!

Bir fonksiyonun Taylor açılımı, o fonksiyonu türevleri cinsinden yazılan bir sonsuz toplama eşit kılma olgusudur. Kimse oturup bu sonsuz sayıdaki terimi toplamayacağı için böyle bir açılım ilk başta gereksiz bir güzellik olarak algılanabilir. Oysa Taylor açılımlarını yararlı ve kullanışlı kılan özellikleri genellikle ilk üç beş terimi kullanmanın o fonksiyonun değerlerini büyük bir hassasiyetle hesaplamakta yeterli olabilmesidir.

Sonsuz toplamlarla ilk ilgilenen matematikçi Zeno'dur. Bir yolu katetmek için her aşamada kalan kısmın yarısını katetmek gerektiğini ve bu işlemin sonsuz defa yapılması gerektiğini görmüş ve varılması gereken yere hiçbir zaman varamayacağımız sonucunun çıkması gerektiğini ama elbette her zaman o yere varabildiğimizi söyleyip Zeno paradoksunu ortaya atmıştır.

Sonsuz tane değeri toplayıp sonlu bir sayı bulabileceğimizi ilk kez Arşimet göstermiştir. On dördüncü yüzyılda Hint matematikçileri bazı trigonometrik fonksiyonlara eşit olan sonsuz kuvvet serileri bulmuşlardır. Konunun yaygın kullanıma girmesi on yedinci yüzyıl İngiliz matematikçilerinin çalışmaları sonucu gerçekleşmiştir.

Biz de şimdi bu mirası kullanıp fonksiyonumuzun Taylor açılımına başvurup Dünya'nın etrafına sardığımız ipi bir metre uzatsak altından geçebilir miyiz sorusuna cevap arıyoruz.

Taylor açılımındaki ilk birkaç terimi kullanarak ipin yerden ne kadar yükseleceğini hesaplıyoruz ve yaptığımız hesaplarla bilgisayarın bize verdiği cevap arasında sadece iki milim fark olduğunu görüyoruz.

İp yerden yüz yirmi bir metre yukarı kalkıyor. Göz önüne getirmek mümkün değil ama hesaplar kesin. Kırk milyon metrelik ipi bir metre uzatınca dünya etrafındaki ipin gevşekliğinin ipi yüz yirmi metre yukarı çıkaracağına inanmayanlara Nasrettin Hoca'dan miras kalan cevabı vermek gerekir: "İnanmayan ölçsün!".

Sonunda Biraz da Gerçek Hayat

Ullisch'in 2020'deki çözümünü anlatan bir derginin internet sayfasında okuyucuların bu çözüm hakkında yaptıkları yorumlar yer alıyor. Bu yorumlar arasında insanı matematiğin fantastik dünyasından yaşadığımız gerçek dünyaya geri getiren tatlı bir yorum vardı. Bu okuyucu yıllarca keçi beslediğini ve keçilerin bu probleme hiç de uygun aktörler olmadığını yazmıştı: "Keçilerin tarlanın yarısındaki otları yemesini boşuna beklersiniz. Keçiler o ipi de yer, tarladaki tüm otları da yer. Sonra da tarlanın çitlerini yiyip dağılırlar. Toplayıp geri getireceğim diye canınız çıkar.".

Oysa matematik modellerdeki atlar, eşekler ve keçiler ne kadar uslu ve sakin. ■

Kaynaklar

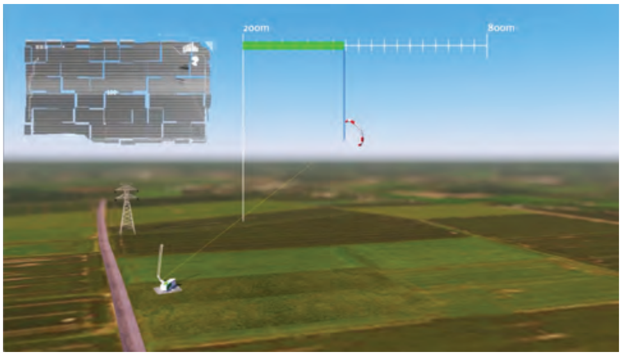
Ingo Ullisch, "A closed-form Solution to the Geometric Goat Problem", *The Mathematical Intelligencer*, 42, 12-16, 2020.
Marshall Fraser, "A Tale of Two Goats", *Mathematics Magazine*, 55, 221-227, 1982.
Ali Sinan Sertöz, "Eşekliğin Alemi Yok!" *Matematik Dünyası*, 6, 13-17, 1996.
https://www.quantamagazine.org/after-centuries-a-seemingly-simple-math-problem-gets-an-exact-solution-20201209/

Gürkan Caner Birer [*teknoyasam@tubitak.gov.tr*

Enerji Uçurtması

Her çocuk uçurtma uçurmayı sever ve artık bu eğlenceli aktivite çevreci enerji için de kullanılıyor. Rüzgâr enerjisinin değerlendirilmesi için geliştirilen enerji uçurtması 400 m yükseklikte uçuyor. Yere ve zamana göre değişmekle birlikte, bu yüksekliklerde rüzgâr hızı yeryüzüne göre iki üç kat fazla olabiliyor. Rüzgâr hızı, üretilen elektrik enerjisi üzerinde üstsel etki sağladığı için, bu yüksekliklerde üretilen enerji 25 kat fazla olabiliyor.

Sistem bir paraşüt, bir vinç ve elektrik üretimi için kullanılan yer istasyonundan oluşuyor. Paraşüt yeryüzünden uzaklaşırken jeneratör aracılığıyla elektrik üretiliyor. Belli bir uzaklığa eriştikten sonra bu defa üretilen elektriğin küçük bir kısmı kullanılarak makara geri sarılıyor. Bu esnada düşük rüzgâr direnci için paraşüt üzerindeki kontrol mekanizması en verimli rotaya göre hareket sağlıyor. Enerji uçurtması hem karaya, hem denize, hatta gemilere dahi kurulabiliyor. Henüz çok yeni bir teknoloji olsa da bu alanda çalışan onlarca firma mevcut. Sistemin çalışmasını anlatan bir video izlemek için https://youtu.be/DwiXTye681M sitesini ziyaret edebilir ya da aşağıdaki kare kodu akıllı cihazınızdaki barkod okuyucuya okutabilirsiniz.



Öte yandan rüzgâr enerjisine yapılan yatırım her geçen gün artıyor. 29 Mart'ta ABD'de ilk defa 24 saat boyunca rüzgârdan elde edilen enerji kömür ve nükleer enerji santrallerinden fazla oldu. Elbette mart ayının rüzgârlı olması bu durumun ortaya çıkmasında önemli bir etkendi. Yine de ABD'nin toplam enerji ihtiyacının yaklaşık %10'u rüzgâr enerjisinden karşılanıyor. Dolayısıyla önümüzdeki yıllarda hem ülkemizde hem de dünyada rüzgâr enerjisine dönük yatırımların artacağını söyleyebiliriz.

https://bit.ly/e-ucurtma
https://bit.ly/ruzgar-enerjisi

Filtreli Kablosuz Kulaklık

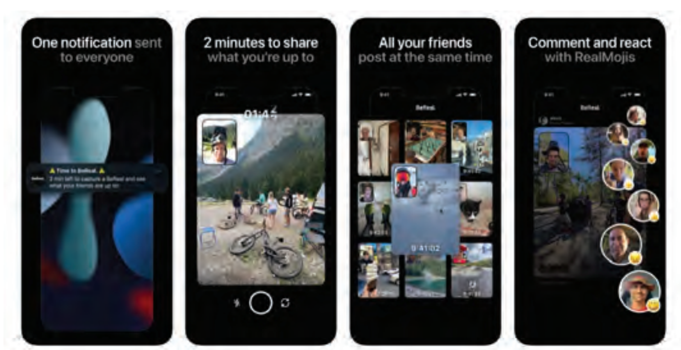
Elektrikli süpürgeleriyle bilinen Dyson firması Zone adında kablosuz bir kulaklık çıkardı. Bu ürünü ilginç kılansa yüzünüze filtrelenmiş temiz hava üfleme özelliğinin de bulunması. Kulak üzerine gelen kısımlarda bulunan minik kompresör motorlar yardımıyla çekilen hava, çeşitli filtrelerden geçirilerek temizleniyor. Polen ve bakteri gibi 0,1 mikron büyüklüğündeki partikülleri tutan filtrelerden geçen hava, yüzün ön tarafına doğru uzanan kanallar aracılığıyla ağız ve burna üfleniyor. Ek olarak satılan maske aparatıyla COVID-19'a karşı da maske olarak kullanılabiliyor. Dyson Zone havalandırma sisteminin yanında aktif gürültü engelleme özelliğine sahip kulaklık ve mikrofon da içeriyor. Ürünün fiyatı henüz belli olmasa da çok ucuz olması beklenmiyor.

–
https://bit.ly/dyson-zone

BeReal: Daha Gerçekçi Sosyal Medya

İnsanların sosyal medyadaki abartılı paylaşımlarından sıkıldıysanız BeReal tam size göre bir uygulama. Uygulama kullanıcıların istediği fotoğrafı paylaşması yerine, günde sadece bir fotoğraf yüklemelerine izin veriyor. Her gün rastgele bir saatte tüm kullanıcılara bir bildirim gönderiliyor ve bildirimi alan kullanıcıların 2 dakika içinde akıllı telefonlarının ön veya arka kamerasını kullanarak fotoğraf çekip yüklemeleri gerekiyor. Uygulama telefonun hafızasından fotoğraf yüklenmesine izin vermiyor. Kullanıcıların ne zaman ve nasıl fotoğraf yükleyeceklerini belirlemenin dışında, uygulama yüklenen fotoğrafların bir gün içinde kaybolmasını da sağlıyor. Özellikle üniversite öğrencileri arasında hayli popüler olan BeReal orijinal fotoğraflar ve basit akışıyla diğer uygulamalardan sıyrılıyor. Ne kadar başarılı olacağı bilinmez ama cesur bir deneme olduğu açık. Uygulamayı Google Play ve Apple AppStore üzerinden BeReal adıyla aratarak akıllı telefonunuza kurabilirsiniz.

–
https://bit.ly/bereal-app



NFT Çip

Nitelikli Fikri Tapu olarak Türkçeye çevrilen NFT, dijital bir ürünün gerçekliğini kanıtlamak için sıkça kullanılır oldu. Americana adındaki firma da gerçek hayatta satın aldığımız ürünlerin orijinal olup olmadığını kanıtlamayı sağlayan NFT çipler üretmeye başladı. Bu ürünlere yapışık olarak gelen çipleri akıllı cihazınıza okutarak ürüne ait NFT'yi görebiliyorsunuz.

New York'ta hizmete başlayan bir NFT otomatıysa kredi kartınızla NFT sanat eseri satın almanızı sağlıyor. İçinde küçük NFT kutuları olan makineden kredi kartınızla ödeme yaparak bir kutu alıyorsunuz. Kutunun içinden çıkan barkodu akıllı cihazınızla okutarak esere ulaşıyorsunuz. NFT otomatı pek anlamlı görünmese de dijital ile gerçek hayatı birleştiren bu tür projeler NFT gibi teknolojilere alışmamızı kolaylaştıracaktır.

Immortal.game adresindeki web sitesi ise NFT ile satrancı buluşturmaya çalışıyor. Site üzerinden oynadığınız satranç oyunlarındaki galibiyetiniz size GMT adındaki oyun içi para biriminden kazandırıyor. Kazandığınız GMT'lerin miktarı rakibinizin gücü ve sizin oyun içinde yaptığınız etkili hamlelere göre değişiyor.

–

https://americana.io
https://reut.rs/3wgAKvH

Erken Uyarı Sistemli Kulaklık

Google'ın NextSense adını verdiği kulaklığı normal kulaklıkların tersine çalışıyor. Bir tür EEG cihazı olarak çalışan kulaklıklar beyin dalgalarını dinleyerek kişiye özel frekans haritası çıkarıyor. Bu sayede uyku kalitesini artırmayı ve özellikle epilepsi hastalarının nöbet geçirmelerinin öncesinde bir tür erken uyarı sistemi oluşturmayı hedefliyor. Elbette beyin verisi ve Google bir arada olunca projenin amacı daha fazla veri toplamak olabilir mi sorusu da akla geliyor ancak projenin hayata geçmesi hâlinde özellikle epilepsi hastaları için hayat kurtarıcı olacağı söylenebilir.

–

https://bit.ly/next-sense

Otomobiller İçin Elektronik Çit

Stockholm ve Gothenburg gibi Avrupa şehirleri Geo-Fencing adı verilen elektronik çit teknolojisini otomobiller ve toplu taşıma araçları için denemeye başladı. Hareketli bir nesneyi coğrafi konum bilgisini kullanarak harita üzerinde işaretlenmiş bir alanda tutmak veya belli bölgelerdeki davranışını kontrol altına almak için kullanılan teknoloji, elektronik çit olarak da adlandırılıyor. Özellikle drone gibi araçların belirli alanlara girmesini engellemek için kullanılan bu teknoloji otomobiller için de uygulanabilir. Belli alanlara girildiğinde otomobillerin hızının otomatik düşürülmesi veya hava ve gürültü kirliliğinin önlenmesi için hibrit araçların elektrik moduna alınması gibi uygulamalar planlanıyor. Şimdilik deneme aşamasındaki uygulamanın yaygınlık kazanması için mevcut otomobillerin de dönüşmesi gerekiyor. Yine de bu uygulama şehir trafiğinin gelecekte nasıl olabileceğini göstermesi açısından önemli bir deneme olarak değerlendirilebilir.

Öte yandan ABD'de sıcak havalarda otomobillerin içinde unutulan çocukların zarar görmesini engellemek için bir yasa tasarısı hazırlandı. Sıcak otomobil yasası adıyla önerilen yasa, otomobillerde kalan çocuk veya evcil hayvanların zarar görmemesi için alarm, SMS ile bildirme, klima sistemlerinin otomatik çalışması gibi önlemlerin zorunlu hâle getirilmesini amaçlıyor. Her yıl yüzlerce çocuğun sıcak havalarda otomobilde kaldığı için hayatını kaybettiği düşünüldüğünde, bu tür önlemlerin hayati olduğu ortaya çıkıyor.

–

https://nyti.ms/37Q7umg
https://bit.ly/sicak-arac

Faydalı Birkaç Site

Ülkelerde kullanılan otomobil plakalarını merak ediyorsanız worldlicenseplates.com tam size göre. Türkiye de dâhil birçok ülkeye ait geçmiş ve güncel plakalar bu sitede listeleniyor.

Bir başka dijital müzeyse Tükenmekte Olan Sesler Müzesi. İnternete modem ile bağlanma sesi gibi artık duyamayacağımız nostaljik sesleri dinlemek için http://savethesounds.info adresini ziyaret edebilirsiniz.

Eğer geçtiğimiz yıllara ait kullanılmamış bir ajandanız varsa endişe etmeyin. Gelecek yıllarda bunları tekrar kullanabilirsiniz. WhenCanIReuseThisCalendar.com veya kısaca bit.ly/tekrardan adresinden ulaşabileceğiniz web sitesi bu konuda size yardımcı olacaktır. Örneğin 2011, 2005 veya 1994 yıllarına ait bir ajandanız varsa bu yıl kullanabilirsiniz.

İnternet evreninde hoşunuza giden içerikler bulmak kimi zaman çok zor olabilir. Bu konuda jumpstick.app sitesi işinizi kolaylaştırabilir. İlginizi çeken konuları seçtikten sonra roket simgesine tıklayarak bu konuları içeren web sitelerine ışınlanabilirsiniz.

Henüz Çözülemememiş Anlaşılması En Kolay **Matematik Problemleri**

Dr. Elif Ebren Kaya [*TÜBİTAK Bilim Genç*

Matematikte çözülemememiş birçok problem var. Bu problemlerden bazıları kolay bazıları ise çok zor. Hatta bazen soruya olan ilgiyi artırmak amacıyla problemi çözene para ödülü verilebiliyor. Gelin hep birlikte anlaşılması gayet kolay ancak henüz bir çözümü bulunamamış matematik problemlerinden birkaçını inceleyelim.

Collatz Varsayımı

Anlaşılması en kolay çözülememiş problemlerden biri "Collatz varsayımı". Lothar Collatz tarafından 1937 yılında ortaya konan bu varsayım aynı zamanda 3n+1 varsayımı olarak da biliniyor.

Gelelim varsayıma. Bunun için önce pozitif bir n sayısı seçelim. Eğer seçtiğimiz sayı tek ise 3 ile çarpıp 1 ekleyelim. Eğer seçtiğimiz sayı çift ise sayıyı 2'ye bölelim.

Collatz varsayımını n=5 seçerek örneklendirdiğimizde, elde edeceğimiz ilk sayı 16 olur. Çünkü 5 tek sayı olduğu için 3 ile çarpıp 1 eklemeliyiz. 16 ise çift sayı olduğundan ikiye bölmeliyiz. Bu durumda elde edeceğimiz sayı 8 olur. Bu sayı da çift olduğundan yeniden ikiye böleriz ve bu şekilde devam ettiğimizde elde edeceğimiz dizinin terimleri sırasıyla 4, 2, 1, 4, 2, 1, … olur.

Collatz varsayımıyla ilgili çözülememiş soru ise şu: Hangi pozitif tam sayıdan başlanırsa başlansın, kural uygulandığında elde edilen dizinin terimleri hep 4, 2, 1, 4, 2, 1, … döngüsüyle mi devam eder?

Siz ne düşünüyorsunuz?

Matematikçilerin çoğu bu soruya "evet" cevabını veriyor. Ancak henüz kimse bu varsayımı kanıtlamayı veya 4, 2, 1, … döngüsüyle bitmeyen bir karşı örnek bulmayı başaramadı.

Erdös-Strauss Varsayımı

İkinci olarak "Erdös-Strauss varsayımı"nı öğrenelim. Paul Erdös ve Ernst Strauss tarafından ilk kez 1948'de sorulan, birim kesirler hakkındaki büyüleyici soru şöyle:

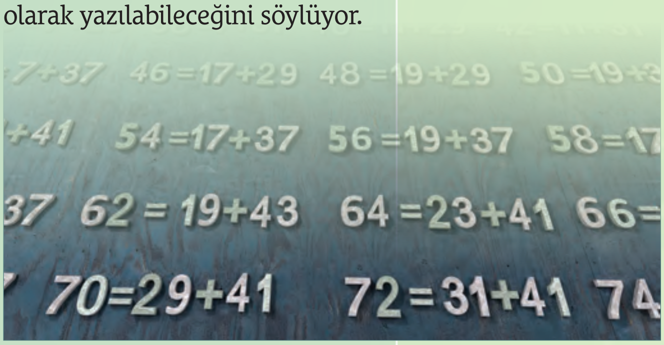
Her pozitif n tam sayısı için, n ≥ 2 ise $\frac{4}{n}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ denklemini sağlayan a, b, c pozitif tam sayılarını bulmak mümkün mü? Başka bir deyişle, ikiye eşit veya
ikiden büyük tam sayılar için $\frac{4}{n}$ kesiri, üç pozitif birim kesrin toplamı şeklinde yazılabilir mi? Erdös-Strauss varsayımını n=5 seçerek örneklendirdiğimizde $\frac{4}{5}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$ eşitliğinin sağlandığını kolayca görebiliriz. Matematikçilerin çoğu yine Erdös-Strauss varsayımındaki soruya "evet" cevabını veriyor.

Çok basit bir soru içermesine rağmen Erdös-Strauss varsayımı da henüz ispatlanamamış başka bir matematik problemidir.

Goldbach Varsayımı

Bir diğer anlaşılması kolay ancak çözümü henüz bulunamamış problem Goldbach varsayımıdır. Matematikçi Goldbach, 2'den büyük çift sayıların iki asal sayının toplamı şeklinde yazılabildiğini gözlemledi. Ancak henüz kimse bu hipotezi kanıtlamayı veya iki asal sayının toplamı şeklinde yazılamayan 2'den büyük çift bir sayı bulmayı başaramadı.

Bununla birlikte kanıtlanmış benzer bir soru var. "Zayıf Goldbach varsayımı" olarak adlandırılan bu varsayım, 5'ten büyük her tek tam sayının üç asal sayının toplamı olarak yazılabileceğini söylüyor.



İkiz Asallar Varsayımı

Aynı şekilde "ikiz asallar varsayımı" olarak bilinen, "İkiz asalların sayıları sonsuz mudur?" sorusu da henüz çözülememiş bir problemdir.

İkiz asallar, aralarındaki fark 2 olan asal sayılardır. Örneğin 3 ile 5, 5 ile 7, 11 ile 13 veya 17 ile 19 sayıları ikiz asallardır.

Anlaşılması en kolay problemleri sıraladık. Son olarak yukarıdakilerden biraz daha zor, çözülememiş bir problem olan Riemann hipotezinin basit versiyonunu öğrenelim.

Riemann Hipotezinin Basit Versiyonu

Riemann hipotezi, Riemann zeta fonksiyonun kompleks kökleriyle ilgili ünlü bir problemdir. Asal sayıların dağılımlarıyla ilgili bilgi veren Reimann hipotezi, sayılar teorisinde büyük ilgi uyandırdı. Riemann hipotezi 2002 yılında Jeffrey Lagarias tarafından basitleştirildi. Jeffrey Lagarias bu versiyonun, çözümü bulunamayan Riemann hipotezine eş değer olduğunu kanıtladı.

Bu varsayım logaritma ve üstel fonksiyonlar içerir. Bu çözülememiş problemin sorusu ise şöyledir:

Her n pozitif tam sayısı için, $\sigma(n)$ ile n'yi bölen tam sayıların toplamını gösterelim. H_n ise n. harmonik sayıyı $(H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3} \dots \frac{1}{n})$ temsil etsin.

Bu durumda her n≥1 için, $\sigma(n) \leq H_n + \ln(H_n)e^{(H_n)}$ eşitsizliği doğru mudur?

Riemann hipotezine ilişkin bu versiyonun çözüme kavuşması, matematikçiler için bir hayli önemlidir. Hatta ünlü matematikçi David Hilbert bu konu ile ilgili şöyle demiştir:

"Eğer 500 yıl uyuduktan sonra uyanırsam, ilk sorum Riemann hipotezi ispatlandı mı olacaktır."
Belli mi olur, belki de çok yakın bir zamanda bu problemlerin bir çözümü bulunur. ■

Bu yazı TÜBİTAK'ın dijital popüler bilim yayını olan Bilim Genç'te yayınlanmıştır.

Kaynaklar

https://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html
https://oeis.org/wiki/Erdős–Straus_conjecture
https://plus.maths.org/content/mathematical-mysteries-goldbach-conjecture
https://mathworld.wolfram.com/TwinPrimeConjecture.html
https://dept.math.lsa.umich.edu/~lagarias//doc/elementaryrh.pdf

Kalp Hücreleri ile Biyohibrit Balık Üretildi

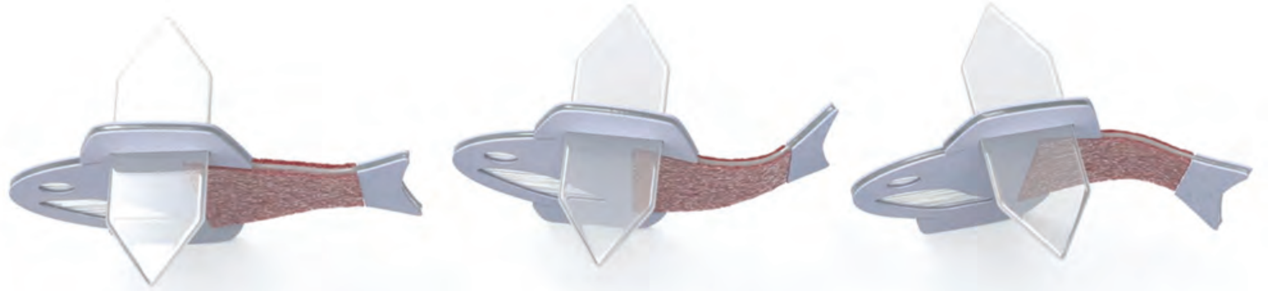
Dr. Mahir E. Ocak | *TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

İnsan kök hücrelerinden üretilen kalp hücreleri ile yüzebilen biyohibrit balık geliştirildi. Elde edilen başarı, yapay kalp geliştirmeye giden yolda önemli bir adım olarak görülüyor.

Hem fizyolojik kontrol mekanizmalarını daha iyi anlamak hem de çeşitli sağlık sorunlarına robotik çözümler geliştirmek amacıyla yapılan bilimsel çalışmalarda, canlı bileşenler içeren biyohibrit cihazlar geliştiriliyor. Harvard ve Emory üniversitelerinde çalışan ve nihai amaçları yapay kalp geliştirmek olan bir grup araştırmacı da yakın zamanlarda bir biyohibrit balık geliştirdi. Görünümü ve hareketleri zebra balıklarına benzeyecek biçimde tasarlanan biyohibrit cihazda, insan kök hücrelerinden üretilmiş kalp hücreleri bulunuyor. Kuyruğun iki tarafında bulunan kalp hücreleri, tıpkı insan vücudundaki kalp hücreleri gibi, kasılıp gevşiyor ve böylece kuyruğun hareket etmesini sağlıyor.

Kuyruğun iki tarafındaki kasların birbirleriyle koordineli olarak çalışmasına, basınca duyarlı proteinler aracılık ediyor. Kuyruğun bir tarafındaki gevşeme, basınca duyarlı proteinler aracılığıyla diğer taraftaki kasılmayı tetikliyor. Böylece biyohibrit cihazın kuyruğu balıklarınınkine benzer bir biçimde hareket ediyor. Biyohibrit balıkta, kalp ritmini düzenleyen kalp pillerine benzer otonom bir parça da yer alıyor. Kasların çalışmasını ve ritmini düzenleyen bu mekanizmalar biyohibrit balıkların daha uzun süre, daha hızlı ve daha verimli bir biçimde çalışmasını sağlıyor.

Geliştirilen biyohibrit balığın, kalp hücreleri ile geliştirilmiş ilk otonom biyohibrit cihaz olduğu belirtiliyor. Detayları *Science*'ta yayımlanan bu araştırmadan elde edilen başarı, yapay kalp geliştirmeye giden yolda önemli bir adım olarak görülüyor. ■



Kaynak

Lee, K. Y., ve ark., "An autonomously swimming biohybrid fish designed with human cardiac biophysics", *Science*, Cilt 375, s. 639, 2022.

Algımızı Zorlayan Nesne: Möbius Şeridi

Dr. Elif Ebren Kaya [*TÜBİTAK Bilim Genç*

Bir kâğıt parçasının biri önde, diğeri arkada iki farklı yüzü vardır. Peki, bu kâğıt parçasıyla tek yüzlü bir cisim elde edebilir miyiz?

Möbius şeridi, sonsuzluğu ifade eden sembole benzerliği ile bilinir. İnce, uzun dikdörtgen şeklindeki bir kâğıt parçasının uçlarını, uçlardan birini 180^0 döndürüp, birbirine yapıştırarak Möbius şeridini elde edebiliriz. Möbius şeridinin meşhur olmasının sebebi iki farklı yüzü (ön ve arka) olan bir kâğıt parçasıyla tek yüzlü bir cisim oluşturulabilmesidir. Möbius şeridi, 1858 yılında iki Alman matematikçi August Ferdinand Möbius ve Johann Benedict Listing tarafından birbirlerinden bağımsız olarak keşfedildi. Möbius şeridinin tek yüzü olduğuna kendimizi ikna etmek için, şeridin herhangi bir noktasından başlayıp ileri doğru düz çizgi çizebiliriz. Bu çizgi ile tüm şeridi dolaşıp başladığımız noktaya tekrar geliriz. Burada katettiğimiz mesafe, kâğıt parçasının ön ve arka yüzünün toplamı kadardır.

M. C. Escher, National Gallery of Art

İnce, uzun dikdörtgen şeklindeki kâğıdın uçlarını birbirine herhangi birini döndürmeden yapıştırdığımızda ise elde edilen şeridin iki farklı yüzü olur. Bu silindirik şeridin herhangi bir noktasından başlayarak çizgi çizdiğimizde ise şeridin tek tarafını yani yarısını dolaşırız.

Kazakistan'daki millî kütüphane binası

Bu yazı TÜBİTAK'ın dijital popüler bilim yayını olan Bilim Genç'te yayınlanmıştır.

Ayrıca bu şeridi ortasına çizilen bir çizgi boyunca kestiğimizde iki farklı şerit elde ederiz.

Peki, Möbius şeridini ortasına çizilen bir çizgi boyunca kestiğimizde şerit iki parçaya ayrılır mı veya bunun sonucunda nasıl bir şekil oluşur?

Möbius şeridi ortasına çizilen bir çizgi boyunca kesilirse iki ayrı şerit yerine iki döngüsü olan uzun bir şerit elde edilmesi hayli ilginçtir. Hatta Möbius şeridi genişliğinin üçte biri boyunca kesildiğinde elde edilecek şekil daha da şaşırtıcıdır. Çünkü bu defa birbirine kenetlenmiş iki şerit elde edilir. Biri uzun, diğeri kısa olan bu şeritlerden uzun olanı iki döngüye sahiptir, kısa olanı ise başka bir Möbius şerididir.

Möbius şeridi, topolojinin çalışma konuları arasında yer alır. Topoloji, bir şeklin sürekli bükülerek ve esnetilerek yeni şekiller elde edilmesi ve bu şekillerin özellikleri ile ilgilenen, matematiğin alt dallarından biridir. Bu tür deformasyonlarla bir nesnenin geometrisi değişirken yüzey topolojisi değişmez.

Gizemli Möbius şeridi bazı sanatçılara ve mimarlara da ilham verdi. Bunlardan en bilineni M. C. Escher isimli sanatçının bir karınca ailesinin şeridin tek ve hiç bitmeyen yüzeyinden geçtiğini resmettiği eserdir. Yine Kazakistan'da bulunan millî kütüphane, Möbius şeridi şeklinde tasarlandı ve bu tasarım uluslararası yarışmada birinci oldu.

Möbius şeridi çeşitli alanlarda da kullanılır. Örneğin havalimanlarında bavulları taşıyan bantlar çok büyük Möbius şeritleri olarak tasarlanır. Böylece bantların tüm yüzeyi eşit miktarda aşınır ve daha uzun süre dayanması sağlanır. Möbius şeritleri ayrıca kaset kayıtlarında da kullanılır. Möbius şeridi ilginizi çektiyse, Möbius şeridi gibi tek yüzlü üç boyutlu bir geometrik nesne olan Klein şişesini de kendiniz araştırabilirsiniz. ■

Möbius şeridinin nasıl yapıldığını öğrenmek için kare kodu akıllı cihazınıza okutabilirsiniz.

https://youtu.be/MpMWmQFfI8A

Kaynaklar

https://www.theguardian.com/science/2018/apr/23/can-you-solve-it-the-puzzle-with-a-twist
https://tra.extension.colostate.edu/wp-content/uploads/sites/9/2020/04/Paper-Engineering-The-Mobius-Strip.pdf
https://www.nature.com/news/2007/070709/full/news070709-16.html

Mesut Erol [merak.ettikleriniz@tubitak.gov.tr

Afrika Fillerinin Derisi Neden Kırışıktır?

Yaşayan en büyük kütleli kara hayvanı unvanını elinde tutan Afrika savan fili türünü de barındıran Afrika fili cinsi, kavurucu sıcaklıktaki Afrika savanlarında yaşamını sürdürür. Afrika fili bol kırışıklı kalın derisindeki çatlakların oluşturduğu ağ benzeri yapı sayesinde derisini nemli ve serin tutar. Fil derisinin bu temel özelliği uzun süredir bilinse de derinin gelişim süreci 2018 yılında yapılan bir çalışmayla aydınlatıldı.

Bir Afrika fili yeni doğduğunda derisi küçük çıkıntı ve çukurlardan oluşur. Keratinleşmiş ölü hücrelerinin bulunduğu, epidermisin en dışında yer alan ve korun da denilen *stratum corneum* tabakaları insanlardaki gibi dökülmez, alttan gelenlerle birlikte sürekli kalınlaşır. Zamanla üst üste biriken korun, insan derisinin yaklaşık 50 katı kalınlığa kadar ulaşabilir. Çukurlara inen ölü deri tabakası üzerindeki basınç kalınlaşmanın etkisiyle artar ve derinin çıkıntıları arasında derin çatlaklar oluşur. Bu çatlaklar tüm deri boyunca uzanan bir kanal sistemi gibi birbirine bağlanır.

Filin bir su birikintisine girmesi ya da hortumuyla vücuduna su püskürtmesi sonucu deriye gelen su, bu kılcal çatlaklar boyunca ilerler ve tüm deriye nüfuz eder. Böylece filin derisi aynı alana sahip pürüzsüz bir yüzeye kıyasla yaklaşık 10 kata kadar daha fazla su tutabilir. Bu sayede, ter bezleri bulunmayan filler derilerine hapsettikleri suyun kademeli biçimde buharlaşmasıyla serinler ve vücut sıcaklığını dengede tutmayı başarır.

Bol çatlaklı ve kırışık deri aynı zamanda sürtünme katsayısını artırarak toz ve çamurun da deride uzun süre tutunmasına yol açar. Deri üzerindeki bu fazladan tabakaysa hayvanı zararlı güneş ışınlarından ve parazitlerden korur.

Asya filleri ise daha sulak bir kıtada yaşadıkları için Afrika fillerine kıyasla daha az pürüzlü bir deriye sahiptir.

Bazı insanlarda korun tabakası zamanla dökülmez ve fillerdeki gibi üst üste birikir, buna balık pulu hastalığı denir. Yakın gelecekte fillerdeki deri oluşum sürecinin daha iyi anlaşılmasıyla balık pulu hastalığına tedavi geliştirilebileceği düşünülüyor.

Kaynaklar

Martins, A.F., Bennett, N.C., Clavel, S. et al. Locally-curved geometry generates bending cracks in the African elephant skin. *Nat Commun* **9**, 3865 (2018).

unige.ch/communication/communiques/en/2018/comment-lelephant-craque-sa-peau-pour-se-refroidir

Köpekler **Neden** Bazen **Başlarını Yana Yatırır?**

Bir insanı dinlerken ya da bazen çevrelerinde farklı bir ses duyduklarında başlarını yana yatırmaları, köpekleri sevimli yapan onlarca nedenden sadece bir tanesi. Yapılan çalışmalar köpeklerin insanları daha iyi görmek, daha iyi duymak ya da duyduklarını belleklerindeki verilerle eşleştirebilmek adına başlarını yatırdıkları olasılıkları üzerinde duruyor.

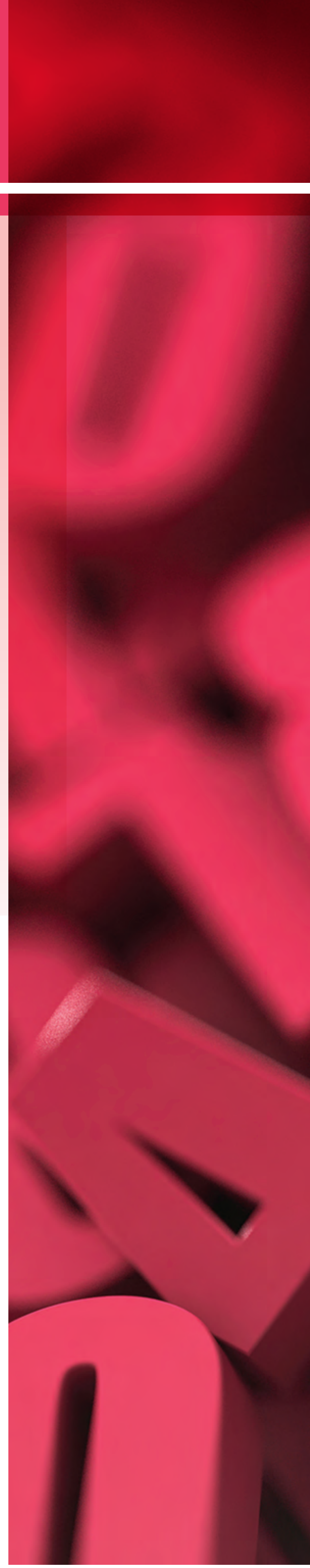
Köpekler insanların yüz ifadelerini anlamada oldukça başarılıdır. Ancak burun çıkıntısı uzun olan köpek cinsleri insanların yüz ifadelerini görmekte zorlanabilir. Farklı burun yapılarına sahip yaklaşık 600 köpekle yapılan bir araştırmada, orta ve uzun burun çıkıntılı köpeklerin %71'inin sıklıkla başlarını yana yatırdıkları bildirildi. Araştırmada bu hareket daha iyi bir görüş alanı elde etmekle ilişkilendirilse de daha kısa burun çıkıntılı ya da daha düz bir yüze sahip köpeklerin de %52'sinin benzer durumlarda başlarını yatırması, bu hareketin tetiklenmesinde farklı etkenlerin de söz konusu olabileceğini işaret ediyor.

Köpekler insanlara kıyasla daha geniş bir frekans aralığındaki sesleri duyabilir. Ancak seslerin kaynağını belirlemede insanlar kadar başarılı değildir. Bazı hayvan davranışı uzmanları, köpeklerin duydukları sesin kaynağını belirlemek için dikkat kesildiklerinde başlarını yana eğdiğini düşünüyor. Baş yöneliminin değişmesiyle dış kulak yolları daha açık hâle gelen köpekler böylece ses kaynağının yerini tayin etme imkanlarını artırıyor.

Geçtiğimiz yıl yürütülen bir araştırmaysa köpeklerin baş yatırma hareketini insan konuşmalarını anlama becerileriyle ilişkilendirdi. Çalışmada, sahiplerinden farklı bir odada bulunan oyuncakları getirme komutları alan köpek cinsleri karşılaştırıldı. 10'dan fazla oyuncağın adını akıllarında tutabilen üstün anlama becerisine sahip köpekler, komutların %43'ünde başlarını yana yatırırken; bu konuda daha az yetenekli diğer köpeklerdeyse oran yalnızca %2 olarak görüldü. Çalışma sonucunu değerlendiren bilim insanları, baş yatırma hareketinin konuşulanları anlamak için dikkat kesilmeyle ya da köpeklerin duyduklarını belleklerinde yer edinmiş görsel ögelerle eşleştirmeyle ilişkilendirilebileceğini düşünüyor. İnsanlardaki sağ ya da sol el kullanma yatkınlığına benzer biçimde, köpeklerin de başlarını hep aynı yöne yatırmalarının fark edilmesi bu araştırmanın diğer bir bulgusu olarak dikkat çekti.

Kaynaklar

psychologytoday.com/intl/blog/canine-corner/201312/why-some-dogs-tilt-their-heads-when-you-talk-them
scienceabc.com/nature/animals/why-do-dogs-tilt-their-heads.html
smithsonianmag.com/smart-news/why-do-dogs-tilt-their-heads-new-study-offers-clues-180978980



Gizemli Matematiksel Köprüde Çığır Açıcı Gelişme

İlay Çelik Sezer [*TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*
Prof. Dr. Ekin Özman [*Boğaziçi Üniversitesi, Matematik Bölümü*

Matematikteki pek çok önemli sonuç birbirinden uzakmış gibi görünen alanlar arasında kurulan bağlantılar hakkındadır. Ünlü matematikçi Andrew Wiles 1990'lı yıllarda "Fermat'nın son teoremi" diye bilinen teoremi ispatladığında, birbiriyle ilgisiz gibi görünen iki alan (Diophantine Denklemleri ile otomorfik formlar) arasında bir köprü kurulabilmesi ümidi doğmuştu.

Wiles'ın ispatının ardından çok sayıda matematikçi kariyerini söz konusu köprüyü geliştirmeye adadı. Ancak bu çalışmalar bir türlü aşılamayan bir engele takılmış durumdaydı. Son yıllarda yayımlanan iki makale işte bu engelin aşılmasını sağladı.

Pierre de Fermat (1601-1665)

1990'ların başında Andrew Wiles'ın Fermat'nın son teoremini kanıtlaması sadece matematik dünyası için değil tüm insanlık için muazzam bir adım diye kabul edilir. Teoremin ifadesi oldukça basittir:

$x^n + y^n = z^n$ eşitliğinde, n'nin 2'den büyük değerleri için pozitif tam sayı çözümü yoktur. Bu denklem Fermat denklemi olarak bilinir.

Fransız matematikçi Pierre de Fermat, teoremi Yunan matematikçi Diophantus'un *Arithmetica* adlı kitabının bir nüshasında bir sayfanın kenar boşluğuna çiziktirivermiş, yanına ise pek de hoş anılmayan bir not düşerek, teorem için bu kenar boşluğuna sığdıramayacağı uzunlukta gerçekten olağanüstü bir ispat keşfettiğini belirtmişti. Bu basit iddia, 350 yıldan uzun bir süre boyunca pek çok matematikçiyi cezbedip uğraştırdı. Yüzyıllar boyunca gerek profesyonel matematikçiler gerekse amatör meraklılar Fermat'nın yazmadığı ispatın ya da bu teoremin herhangi bir ispatının peşinden koştu.

Wiles'ın (Richard Taylor'ın da yardımıyla) bulduğu ispat, Fermat'nın asla hayal edemeyeceği bir ispattı. Teoremin üstesinden dolaylı olarak geliyor ve bunu matematik dünyasındaki -tabiri caizse- iki uzak kıta arasında bir köprü kurarak yapıyordu. Daha önce matematikçilerin var olduğunu sezdiği ancak kuramadığı bu devasa köprüyü bulan Wiles, aslında bu köprüyü iki kıta üzerindeki çok küçük iki kara parçası arasında kuruyordu. Yepyeni derinlikli fikirlerle dolu olan bu ispat, akabinde köprünün her iki tarafına dair bir sonuçlar silsilesini de tetikledi. Bu açıdan Wiles'ın büyüleyici ispatı aslında çok daha büyük bir bulmacanın minicik bir parçasını çözmüş oldu.

Imperial College London'dan Toby Gee'ye göre ispat, 20. yüzyıl matematiğindeki en iyi keşifler arasındaydı ancak aynı zamanda varlığı önceden kestirilmiş olan ve Langlands köprüsü olarak anılan köprünün sadece küçük bir parçasıydı. Köprünün tamamlanmış hâli ise kavramları bir taraftan diğer tarafa geçirerek matematiğin alabildiğine engin ufuklarının aydınlatılabilmesi ümidini doğuracak. Zira, Fermat'nın son teoremi de dâhil olmak üzere pek çok problem köprünün bir tarafında zor görünürken diğer tarafa taşındığında çok daha kolay problemlere dönüşüyor.

Wiles'ın ispatının ardından başka matematikçiler büyük bir hevesle çalışarak onun kurduğu köprüyü iki kıtanın daha büyük kısımlarına doğru genişletti. Ancak bir noktada bir çeşit duvara tosladılar. Köprüyü genişletmeye yönelik iki doğal yön bulunuyor ancak her iki yön için de Taylor-Wiles yöntemi aşılması imkânsız görünen bir engele takılıyordu. Bu engelin aşılabilmesi pek çok matematikçinin hayaliydi. Ne var ki bunun başarılması pek mümkün görünmüyordu.

İşte yakın zamanda yayımlanan ve bir düzineden fazla matematikçinin emeği geçen iki makaledeki sonuçlarla, bu engelin üstesinden gelinerek yukarıda bahsettiğimiz her iki doğal yönün de önü açıldı. Elde edilen bulguların Fermat'nın son teoreminin pozitif tam sayıların ötesinde, başka sayı sistemleri için de ispatlanmasına yardımcı olabileceği düşünülüyor.

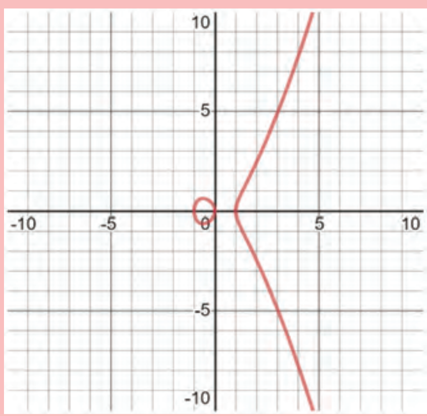
Fermat'nın son teoremini ispatlayan Andrew Wiles 2016'da Abel Ödülü'nü kazandı.

Boşluktaki İğne

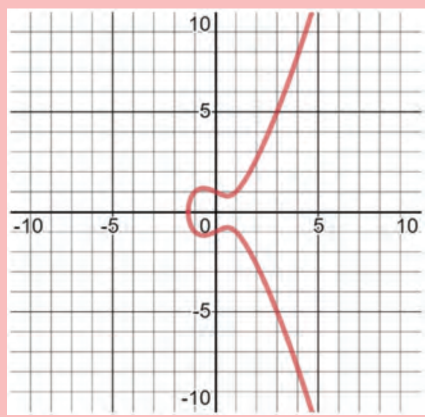
Langlands köprüsünün bir tarafı kurulabilecek en basit denklemlerden olan "Diophantine" denklemlerine odaklanır. "Diophantine" denklemleri $y = x^2 + 6x + 8$ ya da $x^3 + y^3 = z^3$ gibi, değişkenlerin, üslerin ve katsayıların kombinasyonları biçimindedir. Binlerce yıl matematikçiler tam sayıların hangi kombinasyonlarının belirli bir Diophantine denklemini sağladığını bulmaya çalıştı. Temel motivasyonları bunun son derece basit ve doğal bir soru olması idiyse de bu çalışmaların bir kısmı kriptoloji gibi alanlarda önceden öngörülemeyen uygulamalar buldu.

Eski Yunan'dan bu yana matematikçiler, sadece iki değişkeni olan ve üssü 1 ya da 2 olan Diophantine denklemlerinin tam sayı çözümlerini bulmayı biliyordu. Ancak daha yüksek üslere sahip denklemler için tamsayı çözümleri bulmak hiç de kolay değil. Bu durumun ilk örneklerinden olan eliptik eğrileri temsil eden denklemler, sol tarafında y^2 ve sağ tarafında en büyük kuvveti 3 olan, yani x^3+4x+7 gibi bir ifade bulunan denklemlerdir. Bunlar, daha düşük kuvvetli denklemlere göre, Gee'nin ifadesiyle "katbekat daha zor problemler" oluşturur.

Eliptik Eğriler



$y^2 = x^3 - x$



$y^2 = x^3 - x + 1$

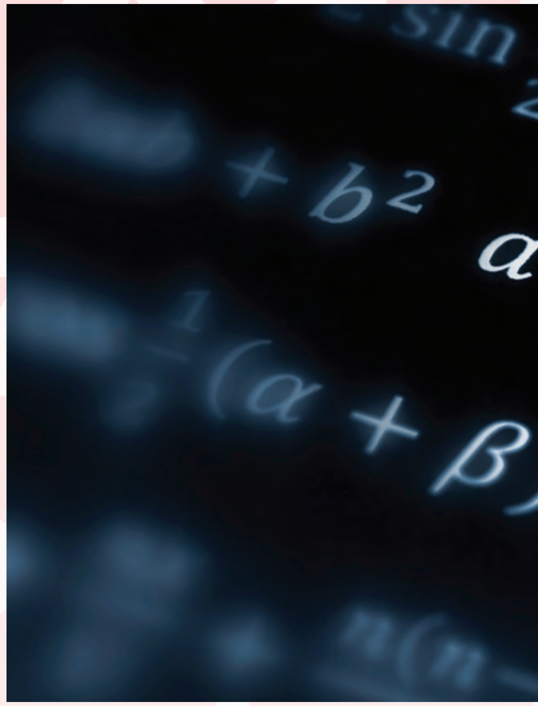
Matematikte eliptik bir eğri, aşağıda gösterilen biçimdeki bir düzlemsel cebir eğrisidir:

$y^2=x^3+ax+b$

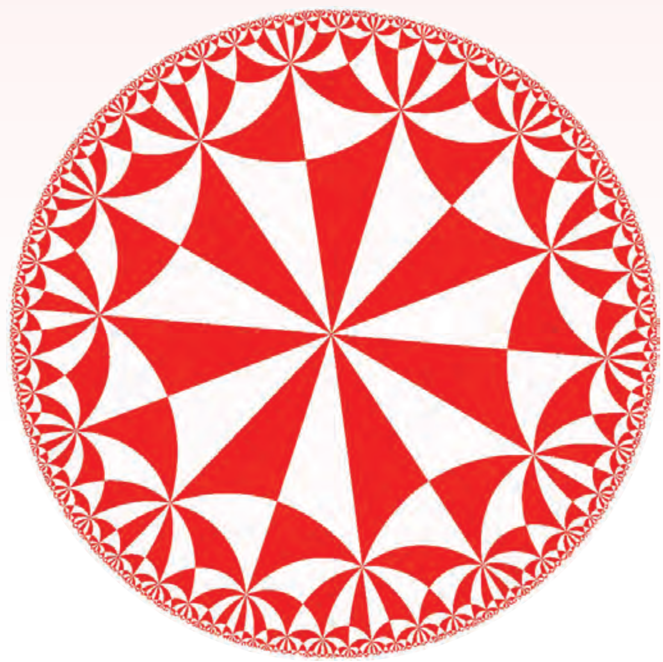
Bu eğriler düzgün eğrilerdir, yani sivri köşeleri yoktur ve kendileriyle kesişmezler. Grafiklerde iki eliptik eğri örneği gösteriliyor.

Köprünün diğer tarafında ise otomorfik formlar olarak adlandırılan, bazı fayans bezemelerindeki simetrik desenlere benzetilebilecek matematiksel nesneler vardır. Wiles'ın çalıştığı problemde bu fayans bezemeleri meşhur grafik sanatçısı M. C. Escher'in, kenarlara doğru giderek küçülen balıkları resmettiği iki boyutlu mozaiklere benzetilebilir. Daha geniş Langlands evreninde ise fayans bezemelerinin üç boyutlu bir topu kapladığı ya da daha yüksek boyutlu bir uzayı doldurduğu hayal edilebilir. Aslında Wiles'in kurduğu köprünün bir tarafında otomorfik formların özel bir tipi olan modüler formlar yer alır. Modüler formlar, kompleks düzlemin üst yarısında tanımlı oldukça simetrik fonksiyonlardır. Tıpkı sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının kendini tekrar eden değerler alması gibi, modüler formlar da bunlara benzer ancak çok daha karmaşık simetriler içerir. Düzlemde tanımlı, yani iki boyutlu modüler formlar, üç boyuta geçildiğinde yerlerini otomorfik formlara bırakır.

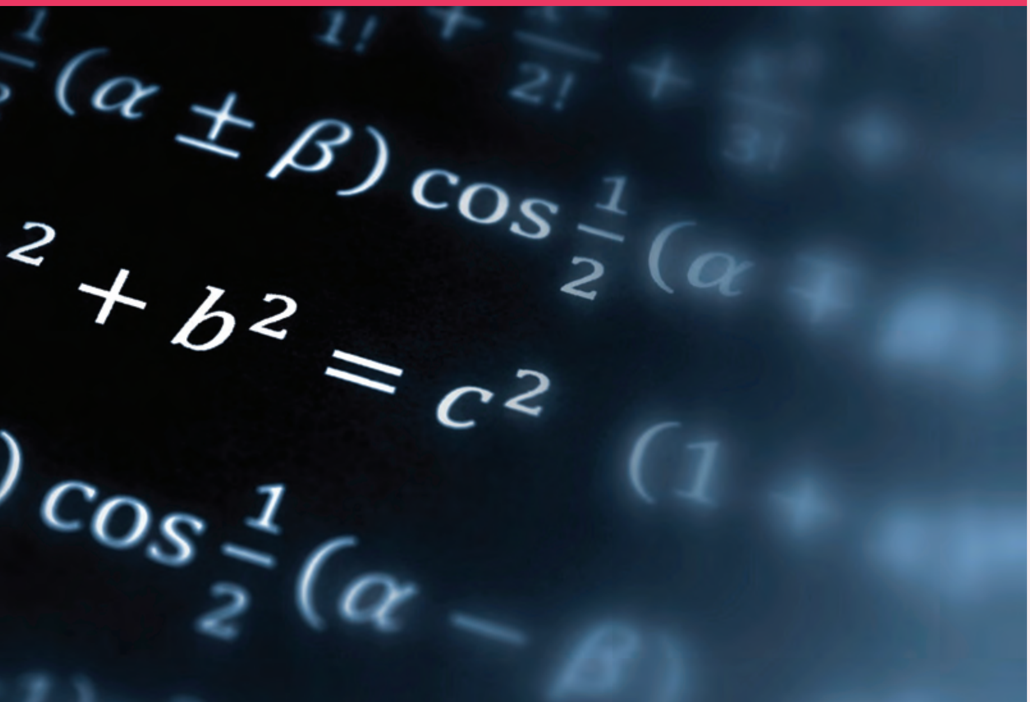
Bu iki matematiksel nesne türü (Diophantine denklemleriyle otomorfik formlar) tabiri caizse tamamen ayrı telden çalar. Bununla birlikte 20. yüzyılın ortasında ispatlanan sonuçlarla bu iki nesne arasındaki derin ilişkiler ortaya çıkmaya başladı. 1970'lerin başlarında İleri Araştırmalar Enstitüsünden (Institute for Advanced Study)



Robert Langlands, Diophantine denklemleriyle otomorfik formların birbirine çok özel bir biçimde karşılık geldiği yönünde bir sanı öne sürdü.



Wiles'ın çalıştığı problemdeki otomorfik formlar M. C. Escher'in, kenarlara doğru giderek küçülen balıklar ya da başka figürleri resmettiği mozaiklere benzetilebilir (solda). Sağda ise bilgisayar yardımıyla oluşturulmuş bir otomorfik form temsili görülüyor.



Buna göre hem Diophantine denklemlerinin hem de otomorfik formların sonsuz bir sayı dizisi üretmesinin doğal bir yolu vardır. Bir Diophantine denklemi için, denklemin her bir modüler aritmetik sisteminde kaç çözümü olduğu sayılabilir. Bu çözümler doğal olarak bir sayı dizisi oluşturur. Langlands köprüsünde görünen türden bir otomorfik form için de benzer bir sayı dizisi tanımlanabilir. Örneğin, otomorfik formların özel bir tipi olan modüler formları sinüs ve kosinüs fonksiyonları cinsinden yazmak mümkündür. İşte bu yazımdaki sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının katsayılarından oluşan dizi de modüler forma karşılık gelen dizi olur. Langlands, Diophantine denklemleri için mod sayısının asal sayı olduğu modüler aritmetik sistemlerindeki çözümler söz konusu olduğunda, bu iki dizinin (Diophantine denklemlerinden gelen dizi ile otomorfik formlardan gelen dizinin) şaşırtıcı biçimde birbirine karşılık geldiği sanısını ortaya attı. Apayrı matematiksel dünyalardan gelen bu objelerin birbirine karşılık gelmesi devrim niteliğinde oldu.

Örneğin, University of Chicago'dan Matthew Emerton bu bağlantının "telepatiden de tuhaf" olduğunu düşünüp şöyle demişti: "Bu iki tarafın birbiriyle iletişim biçimi... 20 yıldan fazladır bunu incelediğim hâlde bana olağanüstü ve büyüleyici geliyor.".

Aslında söz konusu köprünün bir yönünün başlangıcı 1950'lerde ve 1960'larda oluşturuldu: Japon matematikçi Goro Shimura önderliğindeki ekip, belirli modüler formlardan yola çıkıp katsayıları rasyonel sayılar olan eliptik eğrilere -ki bunlara rasyonel eliptik eğri denir- nasıl gidileceğini keşfettiler. Daha sonra 1990'larda Wiles, Richard Taylor'ın da katkılarıyla belirli bir eliptik eğri ailesi için köprünün diğer yönünü de inşa etti, yani belirli bir tip rasyonel eliptik eğri ailesinin modüler formlara karşılık geldiğini ispatladı. İkilinin elde ettiği sonuç, Fermat'nın son teoremi için de bir ispat sundu. Fermat denkleminin pozitif tam sayı çözümü var ise (yani Fermat'nın son teoremi

Modüler Aritmetik

Modüler aritmetik matematikte sayıların mod denilen belirli bir değere ulaştığında "başa sardığı", tam sayılarda geçerli bir aritmetik sistemidir. Modüler aritmetiğe ilişkin modern yaklaşım Carl Friedrich Gauss tarafından geliştirilmiş, Gauss'un 1801'de yayımlanan *Disquisitiones Arithmeticae* kitabında açıklanmıştı.

Modüler aritmetiğin aşina olduğumuz bir kullanımı, bir günün iki adet 12 saatlik devreden oluştuğu 12 saatlik saat gösterim sistemidir. 12'li saat aritmetiğinde saat zamanı 12 saatte bir "başa sarar", yani mod 12'dir. Buna göre, örneğin şu anda saat 7.00 ise 8 saat sonra saat 3.00 olacaktır, yani bu sistemde 7+8 = 3 eşitliği geçerlidir.

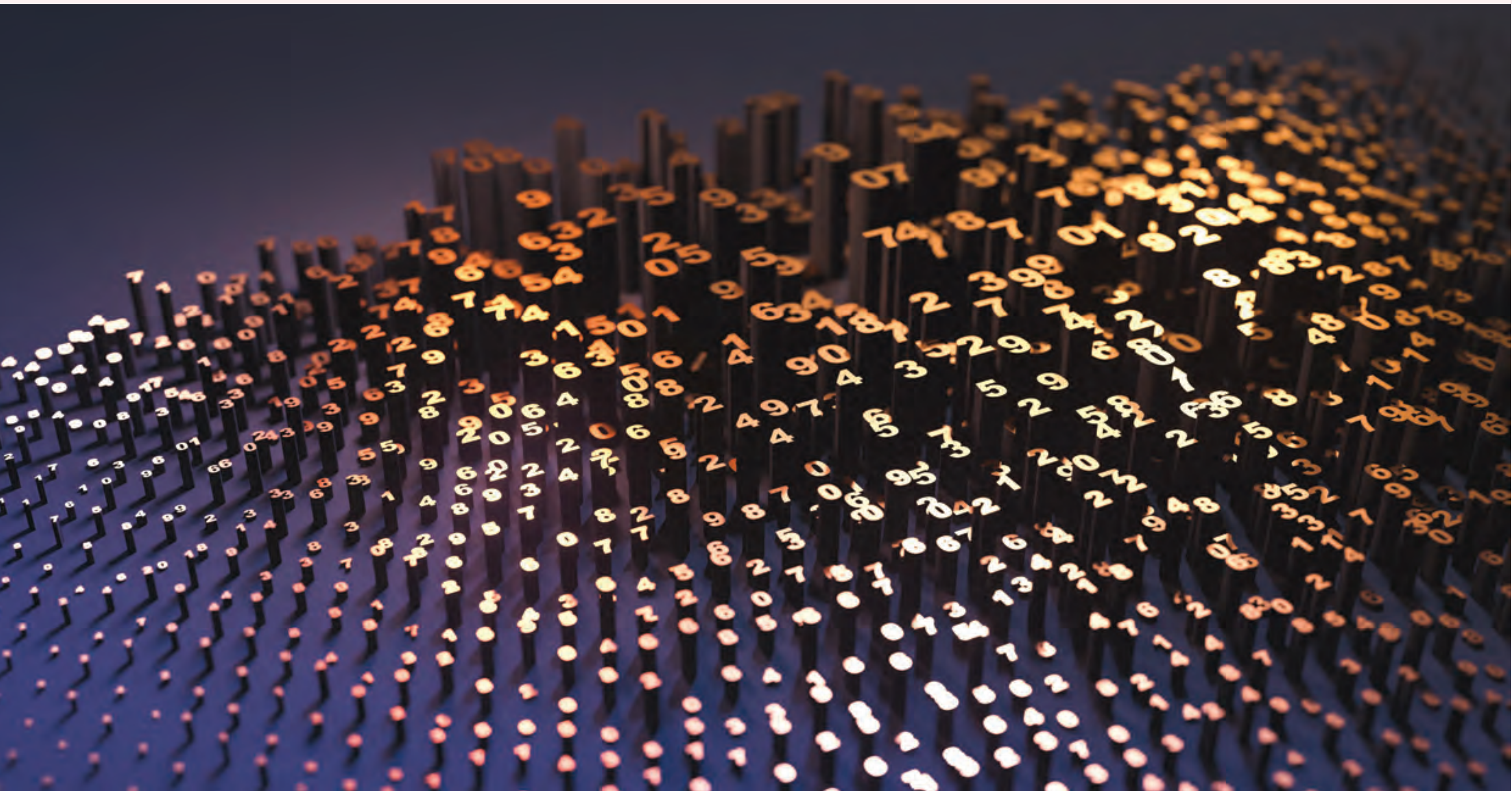
yanlış ise), bu çözüme karşılık gelen bir rasyonel eliptik eğri ve Wiles'ın ispatı neticesinde söz konusu eliptik eğriye karşılık gelen bir modüler form olması gerekiyordu. Ancak daha önce (Serre, Ribet, Frey ve başka pek çok matematikçinin katkısıyla) böyle bir modüler form olmadığı gösterilmişti.

Daha açık ifade edecek olursak, eğer (a, b, c) Fermat denkleminin pozitif tam sayılardan oluşan bir çözümü ise -yani $a^n+b^n=c^n$ ise- bu çözümle ilişkilendirilen $y^2 = x(x-a^n)(x-b^n)$ eliptik eğrisine karşılık gelen bir modüler formun olmadığı biliniyordu. Wiles ve Taylor öncülüğündeki çalışmalar ile tüm rasyonel eliptik eğrilerin bir modüler forma karşılık geldiği ispatlanınca $y^2 = x(x-a^n)(x-b^n)$ şeklinde bir eliptik eğri olamayacağı, dolayısıyla da Fermat denkleminin (a, b, c) şeklinde pozitif tam sayılardan oluşan bir çözümünün olamayacağı ispatlanmış oldu.

Fermat'nın son teoreminin ispatı, söz konusu köprünün kurulmasıyla ortaya çıkan ya da mümkün hâle gelen çok sayıda keşiften yalnızca biriydi. Matematikçiler köprüyü başka problemler söz konusu olduğunda da örneğin eliptik bir eğrinin modüler aritmetik çözümlerinin sayısının istatistiksel dağılımına ilişkin onlarca yıllık bir problem olan Sato-Tate sanısının ispatında da kullandı.

Wiles ve Taylor'ın bulguları yayımlandıktan sonra, inşa ettikleri yöntemin hâlâ geliştirilmeye açık yönleri olduğu anlaşıldı. Matematikçiler kısa bir süre sonra bu yöntemi rasyonel katsayılı tüm eliptik eğrileri kapsayacak şekilde nasıl geliştirebileceklerini çözdüler. Daha yakın bir zamanda yöntemin, katsayıları $3 + \sqrt{2}$ gibi basit irrasyonel sayılar olan denklemlerle verilen eliptik eğrileri nasıl kapsayabileceği de keşfedildi.

Matematikçilerin başaramadıkları şey ise Taylor-Wiles yöntemini katsayıları karmaşık sayılar [örneğin, i (-1'in karekökü olarak tanımlanan hayali sayı), 3+i ya da $\sqrt{2}i$ gibi] içeren eliptik eğrileri kapsayacak biçimde genişletmekti.



Aynı şekilde, kuvvetleri eliptik eğrilerinkinden çok daha yüksek olan Diophantine denklemleriyle başa çıkmayı da başaramamışlardı. Sağ tarafındaki en yüksek kuvvet 3 yerine 4 olan denklemlerin çözümü Taylor-Wiles yöntemiyle "çantada keklik"tir. Ancak kuvvet 5'e çıkar çıkmaz yöntem işe yaramaz hâle gelir.

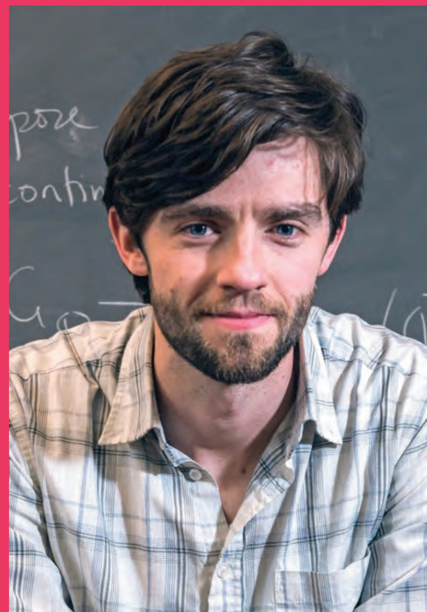
Matematikçiler zamanla Langlands köprüsünde gerçekleşen bu iki doğal genişlemenin sadece Taylor-Wiles yöntemi üzerinde ufak değişiklikler yapma meselesi olmadığını anladı. Görünüşe göre çok temel bir engelle karşı karşıyaydılar.

Sorun, Taylor-Wiles yönteminin, bir Diophantine denklemiyle eşleşen otomorfik formu, art arda gelen başka otomorfik formlara yuvarlayarak bulmasıydı.

Ancak denklemin katsayılarının karmaşık sayılar içerdiği ya da kuvvetinin 5 ve üstü olduğu durumlarda, otomorfik formlar giderek daha nadir hâle geliyordu. Öyle ki genellikle belirli bir otomorfik formun yakınlarında yuvarlama amacıyla kullanılabilecek bir otomorfik form bulunmuyordu. Dolayısıyla bu durumlarda Taylor-Wiles yöntemini kullanarak bir Diophantine denklemiyle eşleşen otomorfik formu bulmak neredeyse imkânsız oluyordu.

Ay'a Gitmek

Günümüzün sayı teorisyenlerinin pek çoğu Wiles'ın ispatı sıralarında yetişti. O sıralar 13 yaşında olan Gee, "Bir gazetenin ön sayfasında matematikle ilgili gördüğüm tek haberdi." diyor ve ekliyor "Pek çok insan için bu haber, heyecan verici buldukları, anlamak istedikleri ve sonuçta bu alanda çalışmalarına sebep olan bir şeydi."



David Geraghty 2015'te Boston College'da iken.

Dolayısıyla 2012'de, University of Chicago'dan Frank Calegari ve şu anda Facebook'ta araştırmacı olarak çalışan David Geraghty, Taylor-Wiles yönteminin genişletilmesinin önünde duran engelin üstesinden gelinebilecek bir yol olduğunu öne sürünce yeni nesil sayı teorisyenleri arasında bir heyecan dalgası oluştu.

İkilinin çalışması, Gee'nin ifadesiyle "daha ileriye gidilmesinin önündeki bu temel engelin aslında engel falan olmadığını" gösteriyor; bunun yerine Taylor-Wiles yönteminin görünürdeki sınırlılıkları bize "elimizdekinin Calegari ve Geraghty'nin sunduğu daha genel yöntemin sadece bir gölgesi olduğunu" anlatıyor.

Engelin ortaya çıktığı durumlar, otomorfik formların, Wiles'ın incelediği iki boyutlu Escher tarzı fayans bezemelerindekinden daha yüksek boyutlu (hayali) fayans bezemelerinde yaşanan durumlar. Bu daha yüksek boyutlu uzaylarda, otomorfik formlar zorlayıcı derecede nadirdir. Ancak işin ilginç yanı daha yüksek boyutlu fayans bezemelerinde genellikle iki boyutlu fayans bezemelerinden daha zengin bir yapı bulunmasıdır. Calegari ve Gerathy'nin geliştirdiği kavrayış, otomorfik formların kıtlığını telafi etmek üzere bu zengin yapılardan faydalanmaya yönelikti.

Daha özel olarak, elinizde bir otomorfik form varken, ona ait fayans bezemesindeki boyamaları, seçeceğiniz herhangi bir fayans parçasındaki ortalama rengin bir ölçüsü olarak kullanabilirsiniz. İki boyutlu düzende, otomorfik formlar, esasen bu tür bir ölçüm için elde olan tek araçlardır. Ancak daha yüksek boyutlu fayanslarda, "torsiyon sınıfları" adı verilen yeni ölçüm araçları ortaya çıkar. Bunlar, her bir fayans parçasına

ortalama bir renk yerine modüler aritmetikten bir sayı tayin eder. Bu torsiyon sınıflarında bir bolluk söz konusudur. Torsiyon, bir değişmeli grubun sonlu mertebedeki elemanlarına verilen isimdir.

Calegari ve Gerghty, bazı Diophantine denklemlerine karşılık gelen otomorfik formları, denklemleri başka otomorfik formlara değil de torsiyon sınıflarına yuvarlayarak bulmanın mümkün olabileceğini öne sürdü. Böylece Calegari ve Geraghty, Diophantine denklemlerinden otomorfik formlara giden, Wiles ve Taylor'ın kurduğuna göre çok daha geniş bir köprünün kılavuzunu ortaya koydu. Yine de ortaya koydukları fikirler tamamlanmış bir köprü oluşturmaktan uzaktı. Bu köprünün işe yarayabilmesi için matematikçilerin önce üç büyük sanıyı ispatlaması gerekecekti. Calegari bu durumu şuna benzetiyor: Geraghty'yle yazdıkları makale âdeta birilerinin bir uzay aracı, roket yakıtı ve uzay giysisi üretivermesi koşuluyla Ay'a nasıl gidileceğini tarif ediyordu! Calegari'ye göre bu üç sanı onların boyunu aşıyordu.

Calegari ve Geraghty'nin yöntemi özellikle de diğer yönde, otomorfik formlardan Diophantine denklemleri tarafına, hâlihazırda bir köprü olmasını gerektiriyordu. Bu köprünün de sadece otomorfik formları değil, torsiyon sınıflarını da taşıyabilmesi gerekiyordu. Şu anda Stanford Üniversitesinde görev yapan Taylor bu konuda şöyle diyor: "Calegari ve Geraghty programlarını ilk açıkladıklarında pek çok insan bunun ümitsiz bir problem olduğunu düşündü."

Ne var ki Calegari ve Geraghty'nin makalelerinin çevrimiçi olarak yayınlanmasının üzerinden bir yıl bile geçmeden, Bonn Üniversitesinde görev yapan ve daha sonra matematik alanındaki en prestijli ödüllerden biri olan Fields Madalyası'nı kazanan Peter Scholze, katsayıları, örneğin 3+2i ya da $4-\sqrt{5}i$ gibi basit karmaşık sayılar olan eliptik eğrilerin durumunda torsiyon sınıflarından Diophantine denklemlerinin tarafına nasıl gidileceğini çözerek Calegari ve Geraghty'nin planındaki ilk ve en önemli sanıyı ispatladı. Taylor, Scholze'nin pek çok heyecan verici şey yaptığını ancak bunun belki de Scholze'nin en büyük başarısı olduğunu düşünüyor.

Scholze, Calegari ve Geraghty'nin üç sanısından ilkini ispatladıktan sonra Imperial College London'dan Ana Caraiani ile ortak yazdığı makalesi de ikinci sanıyı ispatlamaya yaklaşmıştı. Bu makalelerde Scholze'nin köprüsünün doğru özellikleri taşıdığı da gösterilmişti.

Peter Scholze 2018'de, kısmen Langlands köprüsünde genişleme sağlayan çalışmalarından dolayı büyük bir prestije sahip olan Fields Madalyası'nı kazandı.

2016'nın sonbaharında Ana Caraiani ve Richard Taylor İleri Araştırmalar Enstitüsünde "gizli" bir çalıştay düzenledi. Çalıştayda iki önemli problem hızla çözüldü ve sonuçta 10 yazarlı önemli bir makale ortaya çıktı. Caraiani 2020 yılında, bu alandaki çalışmaları nedeniyle, 35 yaş altı Avrupalı matematikçilere verilen çok prestijli bir ödül olan Avrupa Matematik Derneği (European Mathematical Society) ödülünü almaya hak kazandı.

Artık programın erişilebilir olduğu hissi oluşmaya başlamıştı, bu yüzden Caraiani ve Taylor daha fazla ilerleme kaydedebilmek amacıyla 2016 sonbaharında İleri Araştırmalar Enstitüsünde, Calegari'nin "gizli" bir çalıştay olarak adlandırdığı bir çalışma toplantısı düzenledi. Calegari, odayı kontrol altında tuttuklarını ve başka hiç kimseyi içeri almadıklarını anlatıyor.

Birkaç gün süren açıklayıcı konuşmaların ardından çalıştay katılımcıları hem ikinci sanıyı nasıl çözümleyeceklerini hem de üçüncü sanıyla uğraşmak zorunda kalmadan nasıl ilerleyebileceklerini anlamaya başladı. Katılımcılardan Gee şöyle anlatıyor: "Tüm problemleri açıkça ortaya koyduktan belki de bir gün sonra hepsi çözülmüştü."

Katılımcılar haftanın geri kalanını ispatın çeşitli yönlerini ayrıntılandırarak geçirdi ve takip eden iki yıl içinde bulgularını sundukları 10 yazarlı (bir sayı kuramı makalesi için neredeyse hiç duyulmamış bir sayı) bir makale hazırladılar. Makaleleri temelde, katsayıları rasyonel sayılardan, irrasyonel sayılardan ve karmaşık sayılardan oluşan herhangi bir sayı sisteminden gelen eliptik eğriler için Langlands köprüsünü kuruyor.

Gee çalıştayla ilgili olarak, "Başlangıçta plan bir şeylerin kanıtlanmasına ne kadar yaklaşılabileceğini görmekti. Katılımcılardan herhangi birinin sonucu ispatlamayı umduğunu sanmıyorum." diyor.

Köprüyü Genişletmek

Bu esnada, köprünün eliptik eğrilerin de ötesine genişletilmesiyle ilgili paralel bir öykü gelişiyordu. Calegari ve Gee, şu an Fransa'daki École Normale Supérieure de Lyon'da görev yapan George Boxer ile birlikte Diophantine denklemindeki en yüksek kuvvetin -hâlihazırda bilinen, 3 ya da 4 olduğu durumu değil de- 5 ya da 6 olduğu durumu ele almışlardı. Ancak bu üç matematikçi argümanlarının kilit bir noktasında takılmıştı.

"Gizli" çalıştaydan hemen sonraki hafta sonu École Normale Supérieure'den Vincent Pilloni tam da bu güçlükten sıyrılmanın nasıl mümkün olabileceğini gösteren bir makale yayımladı. Calegari'nin anlattığına göre Calegari-Gee-Boxer üçlüsü hemen "Şu anda her ne yapıyorsak bırakıp Pilloni'yle çalışmamız gerekiyor!" fikrinde birleşti.

Kısa süre içinde dört matematikçi bu problemi de çözdü. Ancak fikirlerini ayrıntılı şekilde açıklamaları birkaç yıl aldı ve çalışmaların sonuçları yaklaşık 300 sayfalık bir yayına dönüştü. Makaleleri, 10 yazarlı diğer makaleyle

İleri Araştırmalar Enstitüsündeki gizli çalıştaydan kısa bir süre sonra Frank Calegari (solda), Toby Gee (ortada) ve Vincent Pilloni (sağda); George Boxer ile birlikte çalışarak Langlands köprüsünü eliptik eğrilerin ötesine genişletmenin bir yolunu buldular.

birlikte, dört gün arayla 2018'in Aralık sonunda çevrimiçi olarak yayımlandı.

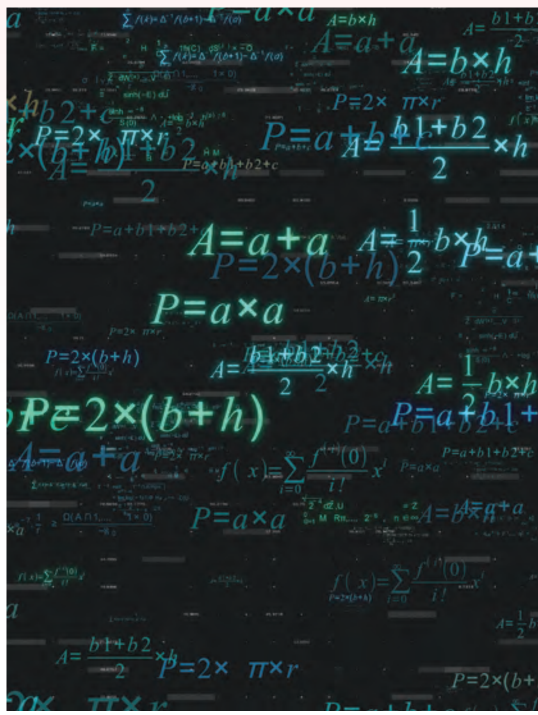
Emerton iki makaleyle ilgili olarak, "Gerçekten devasa işler. Bu makaleler ve öncülleri olan yapı taşları, konuyla ilgili gelinen son noktayı temsil ediyor." demişti.

Bu iki makale temelde Diofant denklemleri ve otomorfik formlar arasındaki gizemli ilişkinin yeni kavramlara da genişlediğini kanıtlasa da bir uyarı yapmak gerek: Bu makalelerin iki taraf arasında kusursuz bir köprü kurduğu da söylenemez. Aslında her iki makale de "potansiyel otomorfi" temelini kuruyor. Bu şu demek: Her bir Diofant denkleminin kendisine karşılık gelen bir otomorfik formu var ancak o otomorfik formun kendi kıtası üzerinde matematikçilerin umduğu bölgede bulunup bulunmadığını bilmiyoruz. Öte yandan, potansiyel otomorfi pek çok uygulama için yeterli. Örneğin Diofant denklemlerinin modüler aritmetikteki çözümlerinin istatistiğiyle ilgili Sato-Tate sanısı, 10 yazarlı makalede ortaya konan yeni yaklaşım sayesinde öncesine göre çok daha geniş bağlamlarda kanıtlanabildi.

Dahası matematikçiler şimdiden bu potansiyel otomorfi sonuçlarını nasıl geliştirebileceklerini çözmeye başladı bile. Örneğin, 2019'un Ekim ayında üç matematikçi; University of Illinois, Urbana-Champaign'den Patrick Allen, University of California, Los Angeles'tan Chandrashekhar Khare ve Cambridge Üniversitesinden Jack Thorne, 10 yazarlı makalede incelenen eliptik eğrilerin önemli bir kısmının gerçekten tam da tahmin edilen yerlerde ayakları olan köprülere sahip olduğunu ispatladı.

Bu düzeyde hassasiyete sahip köprüler sonunda matematikçilerin, Fermat'nın son teoreminin yüz yaşını deviren bir genellemesi de dâhil olmak üzere bir sürü yeni teoremi ispatlamasına imkân tanıyabilir. Fermat'nın son teoremine ilişkin söz konusu genelleme, teoremin kalbindeki denklemin, x, y ve z sadece tam sayılardan geldiğinde değil, tam sayılar ile hayali sayı i'nin kombinasyonlarından oluştuğu zaman da çözümsüz kalmaya devam ettiği kestiriminde bulunuyor.

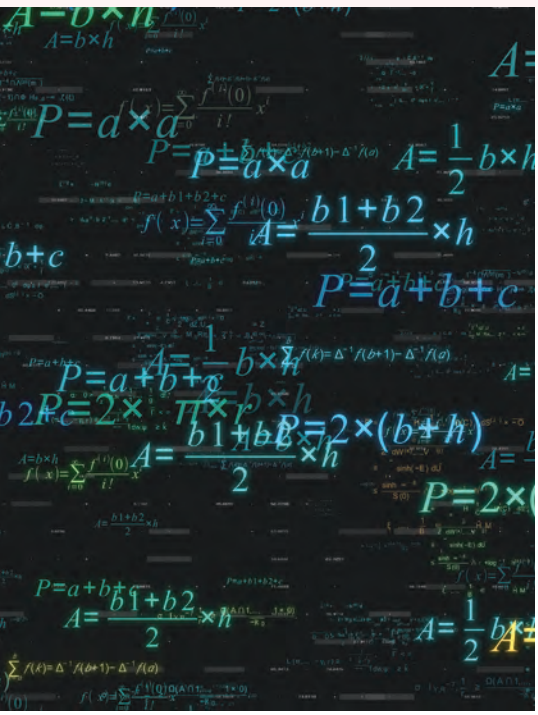
Yazımıza konu olan yeni makaleler daha öncesine göre Langlands kıtalarının çok daha geniş bölgelerini bağlıyor olsa da bu kıtalarda hâlâ keşfedilmemiş uçsuz bucaksız bölgeler var. Diofant denklemleri tarafında, daha büyük dereceli ya da daha



fazla değişkene sahip denklemler var. Diğer tarafta ise şimdiye kadar incelenmiş olanlardan daha karmaşık simetrik uzaylarda yaşayan otomorfik formlar var.

Emerton, "Bu makaleler şu anda başarının doruk noktası gibi görünüyor. Fakat gün gelecek geriye bakıldığında upuzun bir yolda atılmış birkaç basit adım gibi görünecekler." diyor.

Langlands'ın kendisi otomorfik formlar üzerinde düşünürken torsiyonu hiç hesaba katmamıştı. Dolayısıyla matematikçileri bekleyen zorluklardan biri bu farklı çizgileri birleştiren bir bakış açısı bulmak. Taylor ise bu konuda, "İşin kapsamı genişliyor. Langlands'ın ortaya koyduğu rotadan kısmen çıktık ve nereye gittiğimizi pek de bilmiyoruz." diyor. ■



Robert P. Langlands

ABD ve Kanada vatandaşı olan Robert P. Langlands, geniş bir yelpazede önemli uygulamaları olan şaşırtıcı matematiksel bağlantılar keşfetmesi dolayısıyla 2018 yılında matematikçilere verilen en saygın ödüllerden biri olan Abel Ödülü'nü kazandı. Langlands'in "matematiğin büyük birleşik kuramı" olarak da nitelenen tahminleri, sayılar kuramı ve harmonik analiz alanları arasındaki bağlantıyı çok genel bir çerçeve içine oturtuyordu. Langlands'in fikirleri o kadar kökten ve zengindi ki sayılar kuramı ve harmonik analiz arasındaki iletişimi kurmak için önerdiği mekanizmalar, sonunda Langlands programı adı verilen büyük bir projeye dönüştü. Söz konusu bağlantıları sağlayan "köprü" de Langlands köprüsü olarak anılmaya başladı. Programa son elli yılın en iyi matematikçilerinden yüzlercesi dâhil oldu. Modern matematikte başka hiçbir proje bu kadar geniş kapsamlı olmadı, bu kadar önemli sonuçlar ortaya koymadı ve bu kadar çok insanın katkısını içermedi. Başka araştırmacılar programın kapsamını daha da genişleten pek çok çalışma yaptı. Hatta üç araştırmacı "büyük resmin" küçük parçalarını doğruladıkları için Fields Madalyası kazandı. Programın ortaya koyduğu bağlantıların kapsamı o kadar geniş ki bu duruma bazen Langlands bile şaşırıyor.

Langlands programı bir bakıma araştırmacıların matematik problemlerini bir alandan başka bir alana aktarabilmesini sağladı. Böylece örneğin bir alanda çözümsüz görünen bir problem diğer alanda çözülebiliyordu. Bu yazıda konu edilen kilometre taşı niteliğindeki gelişmeler de Langlands programı kapsamındaki çalışmalar sonucunda elde edildi.

Robert P. Langlands 1936'da British Columbia'daki (Kanada) New Westminster'da doğdu. British Columbia Üniversitesinde 1957'de lisansını, 1958'de yüksek lisansını tamamladıktan sonra 1960'ta Yale Üniversitesinden doktorasını aldı. Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ), Princeton ve Yale üniversitelerinde öğretim üyeliği yapan Langlands, hâlen Princeton Üniversitesindeki İleri Araştırmalar Enstitüsünde, bir zamanlar Einstein'ın kullandığı bir ofiste profesörlük görevini sürdürüyor.

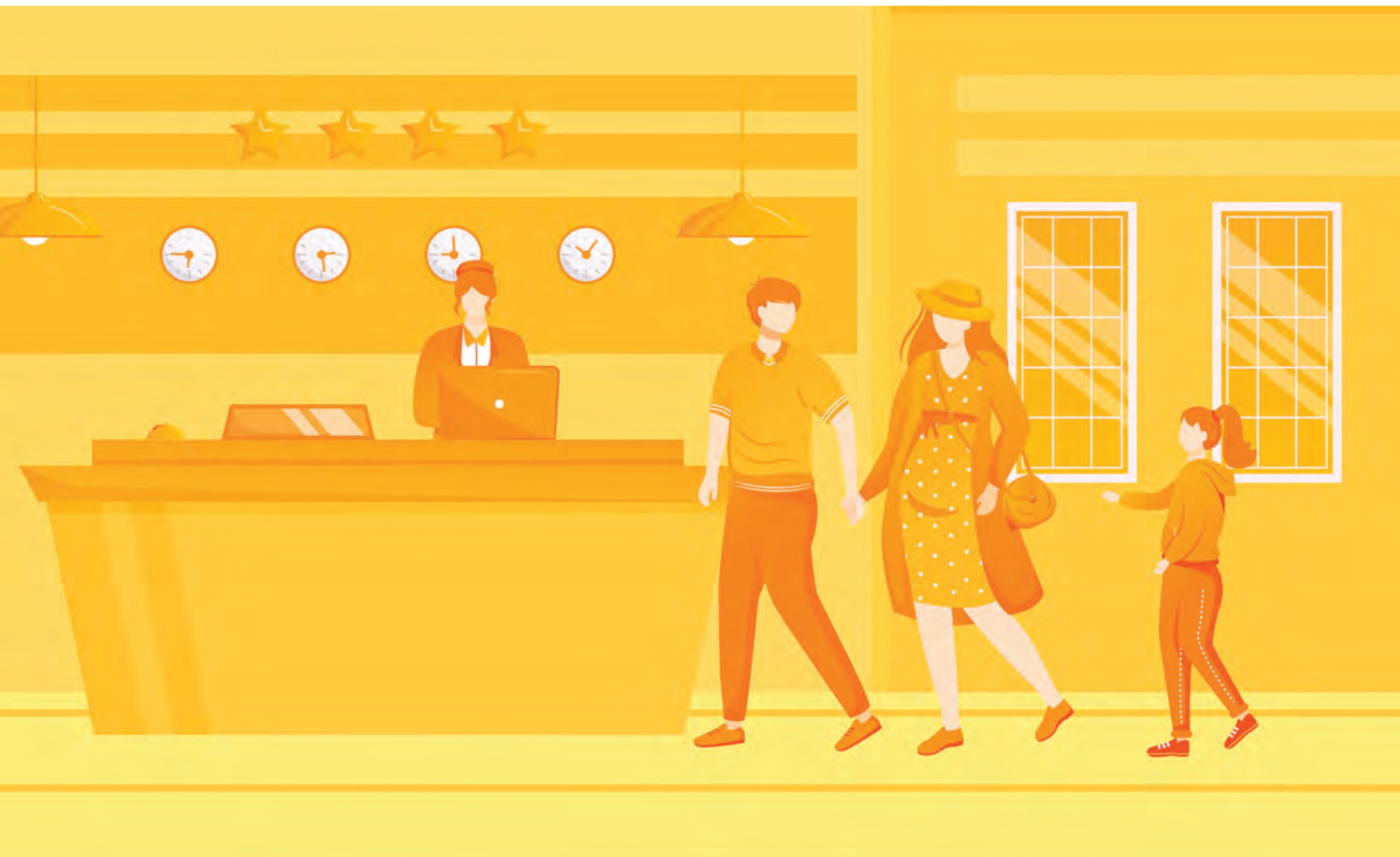
1967-1968'de ODTÜ'de Cahit Arf ile ofis komşusu olan Langlands; Türkçe, Almanca ve Rusça biliyor. 2004'te Arf Dersleri kapsamında ODTÜ'de, 2009'da Yıldız Teknik Üniversitesinde, 2011'de de Galatasaray Üniversitesinde verdiği dersleri Türkçe işlemişti. Langlands en son 2018 yılında Türk Matematik Derneğinin daveti üzerine Tosun Terzioğlu anısına düzenlenen konuşma dizilerinden üçüncüsünü vermek üzere İstanbul'a gelmişti. Türkçe konuştuğu bu etkinliğin kaydına Türk Matematik Derneğinin web sayfasından erişmek mümkün.

Kaynaklar

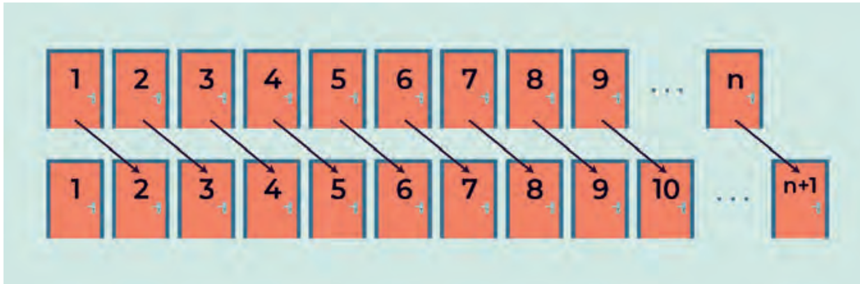
Klarreich Erica, "'Amazing' Math Bridge Extended Beyond Fermat's Last Theorem", *Quanta Magazine* WEB içeriği, https://www.quantamagazine.org/amazing-math-bridge-extended-beyond-fermats-last-theorem-20200406/
https://euromathsoc.org/magazine/articles/mag-3
http://tmd.org.tr/tterzioglu-3_langlands/

Hilbert'in Sonsuz Otel Paradoksu

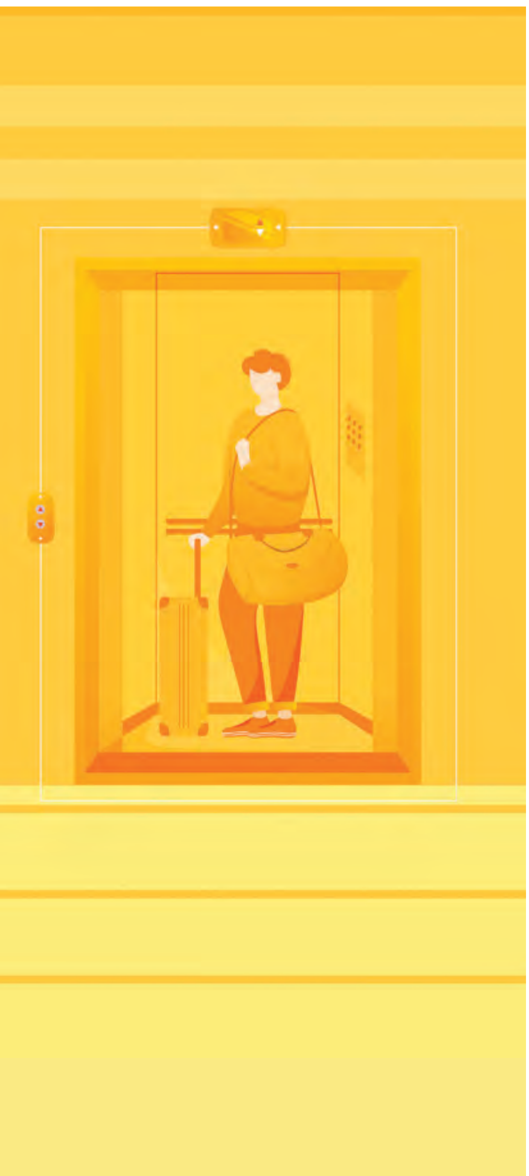
Dr. Elif Ebren Kaya | *TÜBİTAK Bilim Genç*



Sonsuz sayıda odasının tümü dolu olan bir otel düşünelim. Resepsiyona gelen yeni bir müşteriye bu otelde nasıl yer bulabilirsiniz? Peki, sonsuz sayıda yolcusu olan bir otobüsteki kişiler bu otelde konaklayabilir mi?



Hilbert’in otelinde sonsuz sayıda oda vardır ve bu odalar 1, 2, 3, … şeklinde pozitif tam sayılarla numaralandırılır. Tüm odaların dolu olduğu bir hafta sonu otele rezervasyonu olmayan bir müşteri gelir ve bir oda ister. Resepsiyon görevlisi, bu müşteriyi geri çevirmek istemez ve ona bir oda bulmaya karar verir. Nasıl mı?



Öncelikle Hilbert’in otelinde hiçbir zaman boş oda bulunmaz ancak yeni müşteriler için her zaman yer bulunabilir. Bu çelişkili durum sonsuzluk kavramıyla ilgilidir. Alman matematikçi David Hilbert’in bu düşünce deneyi, bizlere imkânsız gibi görünen sonuçlara nasıl ulaşılabildiğini sonsuzluk kavramının incelikleriyle gösteriyor.

Gelelim şimdi yukarıdaki sorunun cevabına.

Görevli 1. odada kalan kişinin 2. odaya, 2. odadakinin 3. odaya, 3. odadakinin ise 4. odaya taşınmasını ister. Bu şekilde devam edildiğinde n. odadaki kişi, n+1. odaya geçmiş olur. Böylece 1 numaralı oda boşalır ve görevli yeni gelen müşteriye bu odayı verebilir. Hilbert’in otelinde sonsuz sayıda oda olduğu için her yeni gelen müşteriye bu şekilde bir yer bulunabilir. Aslında burada mevcut oda numaralarından oluşan küme ile yeni oda numaralarından oluşan küme arasında yukarıdaki gibi birebir eşleme yapılır.

Fakat oda sayısı sınırlı olan herhangi bir otelde -otelin ne kadar çok odası olursa olsun- bu yöntemin işe yaramayacağını hepimiz biliyoruz. Çünkü sınırlı bir otelde en büyük numaralı odada kalan kişinin taşınabileceği yeni bir oda bulunmaz.

Peki, bu otele “Sonsuzluk Turizm” isimli sonsuz sayıda yolcusu olan bir otobüs gelirse bu otobüsteki kişilere otelde yer bulunabilir mi?

Evet, otel dolu olmasına rağmen bu otobüsteki kişilere de otelde yer bulunabilir ama yukarıdaki yöntemle değil. Çünkü 1. odadaki kişi yüz milyon sonraki odaya ve diğer odadakiler daha sonraki odalara taşınsa bile sadece bu yüz milyon kişiye oda bulunur. Fakat geriye hâlâ yerleşmeyi bekleyen sonsuz sayıda insan kalır. Bu durumda görevli sonsuz sayıda kişiye oda bulmak için başka bir yöntem uygulamalıdır. Sizce bu yöntem nasıl olmalı?

Eğer yeteri kadar düşündüyseniz resepsiyon görevlisinin izleyeceği yeni yöntemi inceleyelim.

Görevli 1. odada kalan kişinin 2. odaya, 2. odadakinin 4. odaya, 3. odadakinin ise 6. odaya taşınmasını ister. Bu şekilde devam edildiğinde n. odadaki kişi, 2n. odaya geçmiş olur. Yani pozitif tam sayılar kümesi ile pozitif çift tam sayılar kümesi arasında birebir eşleme yapılır. Böylece oteldeki tüm kişiler çift numaralı yeni odalara taşınır ve tek numaralı odalar boş kalır. Şimdi otele yeni gelen otobüsteki yolcular, boş olan tek numaralı odalara 1. koltuktaki kişi 1. odaya, 2. koltuktaki kişi 3. odaya, 3. koltuktaki kişi 5. odaya olacak şekilde yerleşebilir. Yani bu otobüste n. koltukta oturan kişi, 2n-1 numaralı odaya yerleşir. Böylece otobüsteki tüm kişiler otelde kalabilir.

Şimdi tüm odaları dolu olan Hilbert'in oteline sonsuz sayıda yolcu taşıyan "Sonsuzluk Turizm" isimli otobüslerden sonsuz tane geldiğini düşünelim ve tüm yolculara konaklayabilecekleri bir odayı nasıl bulabileceğimizi öğrenelim.

Aslında bir önceki sorunun sadece bir adım ötesinde olan bu problem, asal sayıların sonsuzluğu ile çözülür.

Bu problemin çözümüne, daha önce olduğu gibi, oteldeki tüm müşterilerden kaldıkları oda numaralarının iki katına eşit olan odaya taşınmaları istenerek başlanır. Böylece

Sonsuz tane asal sayı vardır.

2, 3, 5, 7, 11, … şeklinde devam eden, kendisinden ve 1'den başka pozitif böleni olmayan 2 ve 2'den büyük asal sayılar sonsuzdur. Tüm asal sayıları tek tek sayamayacağımıza göre sonsuz tane asal sayı olduğunu göstermenin tek yolu onu ispat edebilmektir.

1'den büyük her doğal sayının bir veya daha fazla asal sayının çarpımı şeklinde yazılabileceğini biliyoruz. Bu ifade aslında "aritmetiğin temel teoremi" olarak bilinir. İspatımızda bu teoremi kullanacağız.

Asalların sayıca sonlu olduğunu kabul edelim ve bu asal sayıları P_1, P_2, P_3, … , P_s , … , P_r ile gösterelim. En büyük asal sayımız Pr, asal sayılarımız arasındaki ilişkiyse $P_1 < P_2 < P_3 < \dots < P_s < \dots < P_r$ şeklinde olsun. Örneğin $P_1=2$, $P_2=3$, $P_3=5$, …

Tüm asalların çarpımı ile oluşturduğumuz sayıya N sayısı diyelim: $N = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot \dots \cdot P_s \cdot \dots \cdot P_r$.

N sayısından 1 eksilterek oluşturduğumuz (N-1) sayısı, aritmetiğin temel teoremi gereği, bir veya daha fazla asal sayının çarpımına eşittir. Bu durumda (N-1) sayısı, sonlu tane olan asal sayılarımızdan (P_1, P_2, P_3, …, P_s, …, P_r) en az biri ile tam bölünür. Farz edelim ki P_s asal sayısı (N-1)'i tam böler.

N sayısı tüm asal sayıların çarpımından oluştuğu için P_s asal sayısı, N sayısını da kalansız olarak böler. Çünkü P_s asal sayısı, N sayısının çarpanlarından biridir.

P_s asal sayısı hem N sayısını hem de (N-1) sayısını böldüğü için (N-(N-1)) sayısını da böler. (Bu önermenin doğruluğundan şüphe ediyorsanız yazının sonundaki ispatı inceleyebilirsiniz.) Fakat (N-(N-1)) sayısı aslında 1'e eşittir ve P_s asal sayısının 1'i bölebileceği sonucu yanlıştır. Çünkü 1 sayısının kendisinden başka böleni yoktur.

O hâlde ispatta bir şeyler yanlış gitmiştir. Fakat ispatın ilk cümlesindeki "asalların sayıca sonlu olduğu" varsayımından sonraki tüm satırlar mantıksal olarak doğrudur. Bu nedenle aslında ilk cümle doğru değildir. Sonuç olarak, asal sayıların sonlu olduğunu kabul etmek yanlıştır, asal sayılar sonsuzdur.

İspatımıza sonsuz tane asal sayı bulunduğunu göstermek için bu önermenin yanlış olduğunu kabul ederek başladık ve bu fikrin bir çelişkiye yol açtığını gösterdik. Burada kullandığımız ispat yöntemi matematikte "olmayana ergi yöntemiyle ispat" veya "çelişki ile ispat" olarak isimlendirilir.

Önerme: a, b, c $\in \mathbb{Z}^+$ (b>c) olmak üzere, eğer a sayısı hem b sayısını hem de c sayısını bölüyorsa (b-c) sayısını da böler.

İspat: a sayısı hem b hem de c sayılarını böldüğü için $b=a\cdot g$ ve $c=a\cdot h$ olacak şekilde g, h pozitif tam sayıları bulunur. Yani g, h $\in \mathbb{Z}^+$. (b-c) sayısı yerine yukarıda b ve c için elde ettiğimiz eşitlikleri kullanırsak, $(b-c)=a\cdot g-a\cdot h=a\cdot(g-h)$ şeklinde yazabiliriz. Sonuç olarak, a sayısı (b-c) sayısının bir çarpanıdır yani a sayısı (b-c) sayısını böler.

yeniden tek numaralı odalar boş kalır. Yeni gelen otobüslerden biri koltuk sırasına göre ilk tek asal sayı olan 3 ve 3'ün kuvvetlerine eşit odalara yerleşir.

Yani otobüsün 1. koltuğundaki kişi 3 numaralı odaya, 2. koltuğundaki kişi 9. odaya (3^2=9), 3. koltuğundaki kişi 27. odaya (3^3=27) ve bu şekilde n. koltuktaki kişi 3^n numaralı odaya yerleşir. Yeni gelen diğer bir otobüsün yolcuları ise koltuk sırasına göre 5 ve 5'in kuvvetlerine eşit odalara yerleşir. Yani otobüsün 1. koltuğundaki kişi 5. odaya, 2. koltuğundaki kişi 25. odaya (5^2=25), 3. koltuğundaki kişi 125. odaya (5^3=125) ve n. koltuğundaki kişi 5^n. odaya yerleşir. Sırasıyla diğer otobüslerdeki yolcular 7, 11, 13, ... şeklinde sonsuz sayıda olan asal sayıların kuvvetlerine eşit odalara yerleşebilir. Böylece bu son zorlu problem de çözülmüş olur.

Peki asal sayıların kuvvetlerine eşit oda numaralarının her zaman boş olacağını nasıl biliyoruz? İşte bu sorunun cevabı aritmetiğin temel teoreminde gizli. Çünkü pozitif her tam sayı, asal sayıların çarpımı şeklinde benzersiz olarak yani tek bir şekilde yazılabilir. Bu durumda herhangi bir oda numarası bir asal sayının kuvveti ise başka bir asal sayının kuvvetine eşit olamaz. Ayrıca tek asal sayıların hiçbir kuvveti ikiye bölünemez ve bu odalar boş olduğu için yeni bir misafir kabul edebilir.

Son olarak bütün yerleştirmeler tamamlandığında ikinin katı ve herhangi bir asal sayının kuvvetine eşit olmayan sonsuz sayıda odanın boş kaldığını fark etmişsinizdir. Örneğin 1, 15, 21, 33, 35, 39, 45, … numaralı odalar gibi. Yani, son anda gelen her yeni müşteri de bu otelde konaklayabilir.

Bu yazı TÜBİTAK'ın dijital popüler bilim yayını olan Bilim Genç'te yayınlanmıştır.

Kaynaklar

https://plus.maths.org/content/hilberts-hotel
https://www.youtube.com/watch?v=Uj3_KqkI9Zo
https://primes.utm.edu/notes/proofs/infinite/kummers.html

SİHİRLİ KARELER

Dr. Elif Ebren Kaya [*TÜBİTAK Bilim Genç*

1'den 9'a kadar olan sayıları sadece birer kez kullanarak, tüm satır ve sütunlar ile köşegenlerde bulunan sayıların toplamı eşit olacak şekilde 3x3'lük bir kare oluşturabilir misiniz?

Bir n'li sihirli kare, 1'den n^2'ye kadar olan farklı tam sayıların kare şeklinde dizilmesiyle oluşur. Öyle ki karenin tüm satır, sütun ve köşegen toplamları birbirine eşittir.

Lo shu karesi

2	7	6
9	5	1
4	3	8

3x3'lük bir kareye 1'den 9'a kadar olan sayılar görseldeki gibi yerleştirildiğinde ''3'lü sihirli kare'' elde edilir. Görseldeki 3'lü sihirli kareye Lo shu karesi de denir. Bu kareye sihirli kare denmesinin nedeni, sayıların belirli bir düzene göre dizilmesidir. Lo shu karesinin tüm satır ve sütunları ile köşegenlerinde bulunan sayıların toplamı hep aynı sayıya yani 15'e eşittir.

Efsaneye göre ''Lo nehri yazısı'' anlamına gelen Lo shu karesini MÖ 23. yüzyılda Antik Çin'de Kral Yu'nun Lo Nehri'ndeki bir kaplumbağanın kabuk deseninde gördüğü rivayet edilir.

Lo shu karesinden başka ''3'lü sihirli kareler'' de vardır. Lo shu karesini merkezi etrafında 90°, 180° ve 270° döndürdüğümüzde elde ettiğimiz kareler de birer sihirli karedir.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Ayrıca, Lo shu karesi ve döndürülmüş Lo shu karelerinin ayna yansımaları da birer sihirli karedir ve toplamda sekiz adet 3'lü sihirli kare bulunur.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	3	8
9	5	1
2	7	6

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Peki, 3'lü sihirli karelerden başka sihirli kareler var mı?

Cevabımız "evet". Sihirli kareler bir kenarda bulunan hücre sayısına göre isimlendirilir ve her bir kenardaki hücre sayısı artırılarak daha büyük dereceli sihirli kareler oluşturulabilir. Örneğin 4'lü, 5'li ve n'li sihirli kareler gibi… Sihirli karelerin derecesi büyüdükçe o derece için sihirli kare sayısı da artar. Fakat belirli bir derece için kaç farklı sihirli kare bulunduğunu veren bir formül ise bulunmuyor.

Sihirli kareler, kenarlardaki hücre sayısının tek veya çift oluşuna göre de isimlendirilebilir. Örneğin 4'lü sihirli karenin ''çift sihirli kare'' ve 5'li sihirli karenin ''tek sihirli kare'' olarak adlandırılması gibi…

Bir n'li sihirli kare, 1'den n^2'ye kadar olan farklı tam sayıların kare şeklinde dizilmesiyle oluşur. Öyle ki karenin tüm satır, sütun ve köşegenlerinde bulunan sayıların toplamı birbirine eşittir. Bu karede bulunan tam sayıların toplamı $1+2+3+\ldots(n-1)+n+(n+1)+\ldots+n^2=(n^2(n^2+1))/2$ 'dir. Yine bu karede toplamda n tane satır veya sütun olduğu için her bir satırdaki veya sütundaki sayıların toplamı $(n^2(n^2+1))/2n$ formülüyle bulunur. Örneğin 5'li sihirli karedeki tüm sayıların toplamı 325'e ve bu karenin her bir satır, sütun ve köşegeninde bulunan sayıların toplamı 65'e eşittir.

Peki, 5'li sihirli kareyi nasıl oluşturabiliriz?

Öncelikle 5'li bir sihirli kare oluşturmak için birçok farklı yöntem kullanılabilir. Bizim kullanacağımız yöntem ise bunlardan sadece biri.

		1		

1 sayısını karenin en üst sırasının tam ortasındaki hücreye yerleştirerek başlayalım.

Sonraki sayıları eğer yer varsa bir önceki sayının hep sağ üst çaprazındaki hücreye yazalım. Ancak 1'den sonra 2 sayısı için sağ üst çaprazda yer olmadığından, 2'yi sağdaki sütunun en altındaki hücreye yerleştirelim. Burada sihirli karenin en üst satırdan sonra en alttaki satır ile devam ettiğini düşünebiliriz. Daha sonra 3 sayısını 2'nin sağ üst çaprazındaki hücreye yazalım.

		1		
			2	

		1		
				3
			2	

Şimdi 4 sayısını yerleştirmeliyiz fakat 3'ün sağ üst tarafında yerimiz yok, karenin dışına çıkıyoruz. Bu durumda sağdaki son sütundan sonra soldaki ilk sütun devam ediyormuş gibi düşünebilir ve 4'ü aşağıdaki gibi yerleştirebiliriz.

		1		
4				
				3
			2	

5 sayısını ise 4'ün sağ üst çaprazına yerleştirdiğimizde sağdaki gibi bir kare elde ederiz.

		1		
	5			
4				
				3
			2	

6 sayısını 5'in sağ üst çaprazına yazamayız çünkü orada 1 sayısı var. Böyle bir durumda yeni sayımız bir önceki sayının hemen altında yer almalı. Yani 6 sayısını 5'in altına yazalım.

		1		
	5			
4	6			
				3
			2	

Artık diğer sayıları nasıl yerleştireceğimizi biliyoruz. 7 sayısını 6'nın sağ üst çaprazına, 8'i ise 7'nin sağ üst çaprazına yerleştirelim.

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

9 sayısını 8'in sağ üst çaprazında hücre bulunmadığı için son sütunun en alt satırına yazalım. Aynı şekilde 9'un sağ üst çaprazında yer olmadığı için 10 sayısını ilk sütunun dördüncü satırına yerleştirelim.

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	9

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
			2	9

11 sayısını 10'un sağ üst çaprazına yazamayız. O yüzden 11 sayısını 10'un hemen altındaki hücreye yazalım. Diğer sayılarımızı sırasıyla bir önceki sayının sağ üst çaprazındaki hücreye yerleştirelim.

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

16 sayısını yazmamız gereken yerde 11 sayısı olduğu için 16 sayısını 15'in hemen altına yazalım. Daha sonra 17, 18, 19 ve 20 sayılarını önceki sayılarda olduğu gibi yerleştirelim.

		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19		3
11	18		2	9

21 sayısını 20'nin hemen altındaki hücreye yazmamız gerektiğini biliyoruz. 22 sayısını da 21'in sağ üst çaprazına yazalım.

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

Son üç sayımızı da yerleştirdiğimizde
5'li sihirli karemizi oluşturmuş oluruz.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Oluşturduğumuz 5'li sihirli karenin merkezine eşit uzaklıkta olan karşılıklı hücrelerdeki sayıların toplamlarının, birbirlerine ve merkezde bulunan sayının iki katına eşit olduğunu fark etmişsinizdir.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Araştıralım!

5'li sihirli karemizi oluşturmak için izlediğimiz yöntemle tek sihirli karelerin tümünü oluşturabiliriz. Fakat 4'lü, 6'lı ve 8'li gibi çift sihirli kareleri bu yöntemle oluşturamayız. Çift sihirli karelerin nasıl oluşturulacağını da kendiniz araştırarak öğrenebilirsiniz. ■

Kaynaklar

https://www.nature.com/articles/26099
http://www.matematikdunyasi.org/?article=sihirli-kareler

Bu yazı TÜBİTAK'ın dijital popüler bilim yayını olan Bilim Genç'te yayınlanmıştır.

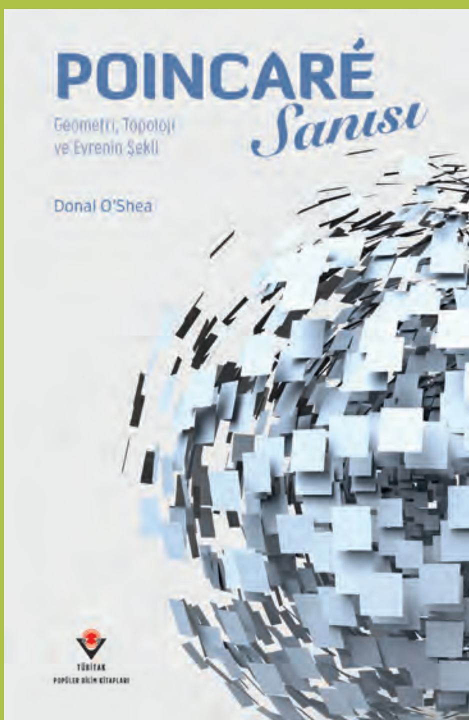
Ayın Sorusu

Prof. Dr. Azer Kerimov [*bteknik@tubitak.gov.tr*

Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi
Matematik Bölümü

Soruyu çözüp cevabı ad, soyad, adres ve telefon bilgileri ile birlikte bteknik@tubitak.gov.tr adresine gönderenler arasından çekilişle belirlenecek beş kişiye TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları Yayınları'ndan bir kitap hediye edeceğiz:

Bu ay:
POINCARÉ Sanısı



Çözümü ile birlikte gönderilmeyen cevaplar değerlendirmeye alınmayacaktır.

Doğru çözüm ve çekiliş sonuçları dergimizin sosyal medya hesaplarından (facebook ve twitter) önümüzdeki ayın ilk haftasında duyurulacak (www.bilimteknik.tubitak.gov.tr).

Satranç Tahtasında Zıplayan Böcek

(Matematik)

Başlangıçta 8×8'lik bir satranç tahtasının sol alt köşesindeki karenin merkezinde bir böcek bulunuyor. Böcek her hamlesinde bulunduğu birim karenin merkezinden bu kareyle aynı satırda ya da aynı sütunda bulunan başka bir birim karenin merkezine zıplıyor. Bir zıplamanın uzunluğu, bu zıplamanın başlangıç ve bitiş birim karelerinin merkezleri arasındaki uzaklık olarak tanımlanıyor. Buna göre, böcek bulunduğu birim kareden bu birim kareyle ortak kenar paylaşan herhangi bir birim kareye zıplarsa bu zıplamanın uzunluğu 1 birim, sol alt köşeden sol üst köşeye zıplarsa bu zıplamanın uzunluğu 7 birim olur. Bu durumda uzunluğu tam olarak 3 birim olan zıplamaların yapıldığı hamlelere orta çaplı hamle diyebiliriz.

Böcek sol alt köşenin merkezinden başlayarak 63 hamle yaptıktan sonra böceğin başlangıç birim kare dışındaki her bir birim karenin merkezine tam olarak bir kez uğradığı gözlemlendi. Buna göre, böceğin yaptığı orta çaplı hamle sayısının alabileceği en büyük değer kaçtır?

Bulduğunuz en büyük orta çaplı hamle sayısı için bir örnek verin ve bu sayının neden daha fazla olamayacağını kanıtlayın.

Tam Sayıların Kuvvet Dizilerini Oluşturan Yöntem

Moessner Mucizesi

Dr. Elif Ebren Kaya [*TÜBİTAK Bilim Genç*

Matematikte zaman zaman beklenmedik bir şekilde ortaya çıkan güzel diziler vardır. Bunlardan biri de 1951 yılında Alfred Moessner tarafından keşfedilen, pozitif tam sayıların kuvvetlerinin üretilmesi yöntemidir. Bu yöntem matematikte ''Moessner mucizesi'' olarak bilinir.

Ardışık pozitif tek sayıların toplamının bir tam kare sayıya eşit olduğunu hepimiz biliriz. Örneğin $1+3=4(=2^2)$, $1+3+5=9(=3^2)$, $1+3+5+7=16(=4^2)$… Alfred Moesner'in keşfettiği yöntem ise bu formülün biraz daha gelişmiş hâlidir. Moessner teoremi olarak bilinen bu yöntemde, sayılar teorisi kullanılarak pozitif tam sayıların n. kuvvetler dizisi yani $\{1^n, 2^n, 3^n, \dots\}$ şeklindeki sayılar oluşturulabilir. Nasıl mı?

Gelin şimdi hep birlikte pozitif tam sayıların 3. kuvvetlerini yani küplerini elde etmeye çalışalım. Bunun için öncelikle pozitif tam sayıları sıralayalım ve pozitif tam sayıların küplerini elde etmek istediğimiz için dizinin her üçüncü terimini diziden çıkaralım. Ardından kalan sayıların kısmi toplamlarını hesaplayalım. Kısmi toplam yaparken her sayıyı solundaki sayılarla toplayalım.

1	2	~~3~~	4	5	~~6~~	7	8	~~9~~	10	11	~~12~~	13	14	~~15~~	16	17	~~18~~	19	20	~~21~~	22	23	~~24~~	25	26	~~27~~	28 …
1	3		7	12		19	27		37	48		61	75		91	108		127	147		169	192		217	243		271 …

Şimdi de yukarıda elde ettiğimiz son dizinin her ikinci terimini diziden çıkaralım ve yine dizinin kısmi toplamlarını hesaplayalım. Bu durumda aşağıdaki görseldeki sayıları elde ederiz.

1	2	~~3~~	4	5	~~6~~	7	8	~~9~~	10	11	~~12~~	13	14	~~15~~	16	17	~~18~~	19	20	~~21~~	22	23	~~24~~	25	26	~~27~~	28 …
1	~~3~~		7	~~12~~		19	~~27~~		37	~~48~~		61	~~75~~		91	~~108~~		127	~~147~~		169	~~192~~		217	~~243~~		271 …
1			8			27			64			125			216			343			512			729			1000 …

Son satırdaki sayıların, pozitif tam sayıların küpleri şeklinde sıralandığını görebiliriz.

1	2	~~3~~	4	5	~~6~~	7	8	~~9~~	10	11	~~12~~	13	14	~~15~~	16	17	~~18~~	19	20	~~21~~	22	23	~~24~~	25	26	~~27~~	28 …
1	~~3~~		7	~~12~~		19	~~27~~		37	~~48~~		61	~~75~~		91	~~108~~		127	~~147~~		169	~~192~~		217	~~243~~		271 …
1			8			27			64			125			216			343			512			729			1000 …
1^3			2^3			3^3			4^3			5^3			6^3			7^3			8^3			9^3			10^3 …

Bu yazı TÜBİTAK'ın dijital popüler bilim yayını olan Bilim Genç'te yayınlanmıştır.

Bu yöntemi pozitif tam sayıların n. kuvvetler dizisini oluşturmak için de kullanabiliriz:

- Öncelikle pozitif tam sayıları sıralayıp ardından bu sayılardaki her n. terimi diziden çıkaralım ve kısmi toplamlar dizisini bulalım.
- Ardından kısmi toplamlar dizisinin her (n-1). terimini diziden çıkaralım ve yine dizinin kısmi toplamlarını hesaplayalım.
- Bu şekilde yöntemi devam ettirdiğimizde elde edeceğimiz son dizi, pozitif tam sayıların n. kuvvetleri olacaktır.

Yukarıdaki yöntemde görüldüğü gibi elde edilen dizilerden çıkardığımız terimler hep eşit aralıklıdır. Yani küpler dizisini oluşturmak için birinci adımda pozitif tam sayılar dizinin her 3. terimini diziden çıkardık.

Peki sizce dizilerden eşit aralıklı terimleri çıkarmak yerine artan aralıklı terimleri çıkarırsak ne olur?

Moessner teoreminin genelleştirilmiş hâli olarak bilinen bu durumda da özel bir sayı dizisi oluşturulur. Pozitif tam sayılardan terim silmeye 1'den başlayarak atladığımız terim sayısını birer artıralım ve kalan sayıların kısmi toplamlarını hesaplayalım.

~~1~~ 2 ~~3~~ 4 5 ~~6~~ 7 8 9 ~~10~~ 11 12 13 14 ~~15~~ 16 17 18 19 20 ~~21~~ 22 23 24 25 26 27 ~~28~~ ...

2 6 11 18 26 35 46 58 71 85 101 118 136 155 175 197 220 244 269 295 322 ...

Aynı şekilde yönteme devam ettiğimizde aşağıdaki sayıları elde ederiz.

~~1~~ 2 ~~3~~ 4 5 ~~6~~ 7 8 9 ~~10~~ 11 12 13 14 ~~15~~ 16 17 18 19 20 ~~21~~ 22 23 24 25 26 27 ~~28~~ ...

~~2~~ 6 ~~11~~ 18 26 ~~35~~ 46 58 71 ~~85~~ 101 118 136 155 ~~175~~ 197 220 244 269 295 ~~322~~ ...

~~6~~ 24 ~~50~~ 96 154 ~~225~~ 326 444 580 ~~735~~ 932 1152 1396 1665 ~~1960~~ ...

~~24~~ 120 ~~274~~ 600 1044 ~~1624~~ 2556 3708 5104 ~~6769~~ ...

~~120~~ 720 ~~1764~~ 4320 8028 ~~13132~~ ...

~~720~~ 5040 ~~13068~~ ...

5040 ...

Son durumda, sol üstten sağ alta doğru sıralanan sayılar pozitif tam sayıların faktöriyelleridir.

~~1~~ 2 ~~3~~ 4 5 ~~6~~ 7 8 9 ~~10~~ 11 12 13 14 ~~15~~ 16 17 18 19 20 ~~21~~ 22 23 24 25 26 27 ~~28~~ ...

~~2~~ 6 ~~11~~ 18 26 ~~35~~ 46 58 71 ~~85~~ 101 118 136 155 ~~175~~ 197 220 244 269 295 ~~322~~ ...

~~6~~ 24 ~~50~~ 96 154 ~~225~~ 326 444 580 ~~735~~ 932 1152 1396 1665 ~~1960~~ ...

~~24~~ 120 ~~274~~ 600 1044 ~~1624~~ 2556 3708 5104 ~~6769~~ ...

~~120~~ 720 ~~1764~~ 4320 8028 ~~13132~~ ...

~~720~~ 5040 ~~13068~~ ...

5040 ...

1! 2! 3! 4! 5! 6! 7! ...

Moessner teoremi ve onunla ilgili başka bir yöntemi öğrendik. Siz de kendi yönteminizle anlamlı sayı dizileri üretebilirsiniz. ■

Kaynaklar

https://www.cs.cornell.edu/~kozen/Papers/MoessnerNuprl.pdf

https://freethoughtblogs.com/intransitive/2021/07/19/math-rules-the-moessner-miracle-is-way-cool/

https://thatsmaths.com/2017/09/14/moessners-magical-method/

BİLİM TARİHİNDEN NOTLAR

Prof. Dr. Hüseyin Gazi Topdemir
[*Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Bilim Tarihi Anabilim Dalı*

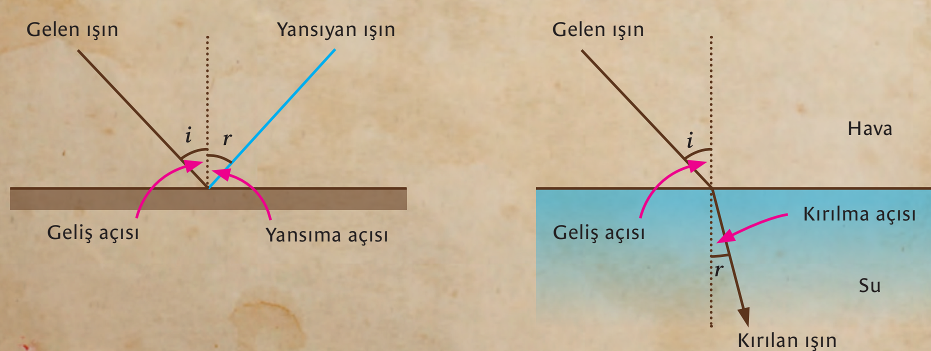
Işık ve Görme

Gözün sağlıklı görebilmesi için ışık temel bir bileşendir. Gözün görme yetisinin karanlıkta neredeyse yok denecek kadar azalması, ışığı görmenin olmazsa olmaz bir koşulu hâline getirir. Görme güven duygusunun başat unsurudur. İnsanlar gördüklerini daha çabuk kavrar ve kavradıkları hakkında daha rahat karar verebilirler. Dolayısıyla tarihin ilk dönemlerinden itibaren insanların Güneş, Ay ve yıldızlar gibi ışık saçan gök cisimlerine olan ilgileri ve alakaları zaman içinde ışık üzerine araştırmalarda bulunmalarına zemin hazırlamıştır. Mısır, Mezopotamya, Hint ve Çin gibi eski uygarlıklardan kalan belgelerde ışık ve görme konularında ortaya konulmuş anlatımlara rastlanır. Bu anlatımların mahiyeti kuşkusuz ki bugün için birer söylence olarak görülür ancak bugünün bilgi düzeyine ulaşılmasında bu söylencelerin ufuk açıcı olduğu kesindir. Nitekim başlangıçta ışık hakkındaki araştırmaların yapıldığı disiplin olan optik, sadece görmenin bilgisi olarak anlaşılmış ancak zamanla mistik ve metafizik açıklamalardan bilimsel açıklamalara doğru bir gelişme göstermiştir. Bununla birlikte biz bu ve daha sonraki "Bilim Tarihinden Notlar" yazılarımızda ilgimizi ışığa ilişkin bilimsel açıklamalarla sınırlandıracağız.

Antik Çağda Işık ve Görme

Işığa ilişkin ilk sistemli incelemelere ait bilgilere ve belgelere Antik Yunan dünyasında rastlanır. Işık ve görme arasında kurulan koşutluk, başlangıçta ışık konusundaki araştırmaların görme bilimi olarak adlandırılmasına neden oldu. Burada tartışılan temel problem, gözlemci ve görme nesnesi arasındaki bağlantının nasıl ve ne şekilde kurulduğunun belirlenmesinin yanında süreci etkileyen ışığın kaynağının göz mü yoksa nesne mi olduğunun anlaşılmasıydı. Başka bir deyişle, "Işıksız görme olamaz ama acaba görmeyi sağlayan ışık nesneden mi göze gelir, yoksa ışık salarak görmeyi sağlayan göz müdür?" soruları ele alınan temel sorulardı. Antik Çağ'da bu konuda çok çeşitli yaklaşımlar ortaya çıkmışsa da esasında iki farklı görüş geliştirildi.

Birincisine göre ışığın kaynağı gözdü. Gözden çıkan ışık nesneye ulaştığında görme gerçekleşirdi. İkincisine göre ise ışığın kaynağı nesneydi. Nesneden gelen ışık göze ulaştığında görme gerçekleşirdi. Bununla birlikte, kaynağı ne olursa olsun ışığın doğru çizgiler boyunca yayıldığı biliniyordu. Dolayısıyla, görme ışık aracılığıyla oluştuğu için,



Işığın Yansıması ve Kırılması

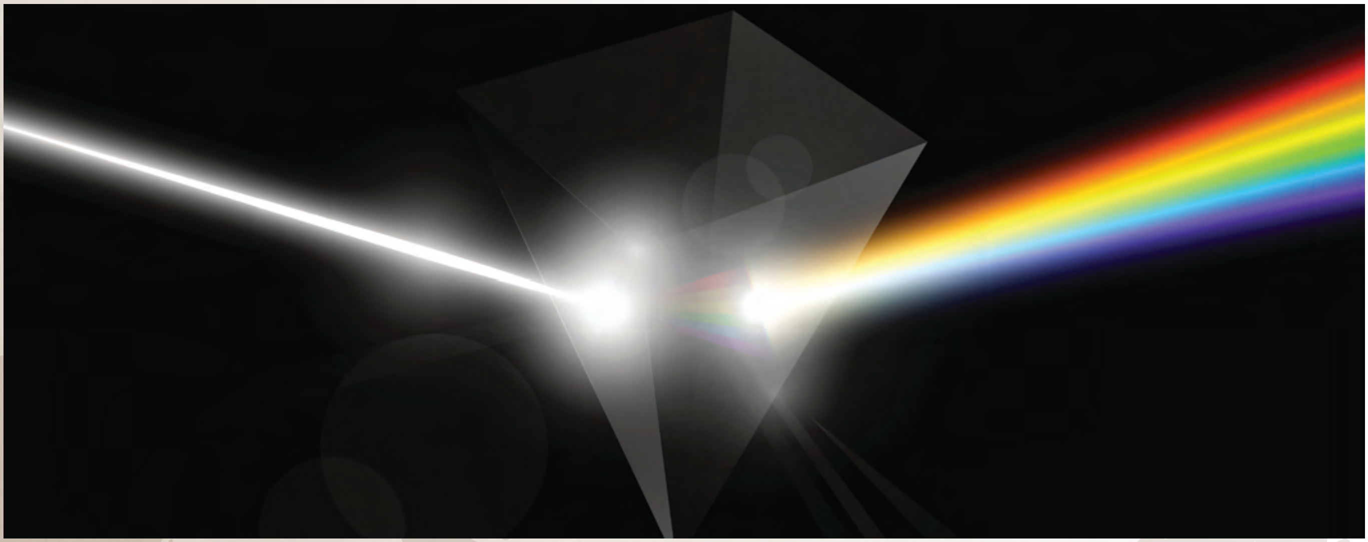
göz ile baktığı nesnenin aynı doğrultuda olması ve aralarında herhangi bir engelin bulunmamasının da zorunlu olduğu biliniyordu. Bu açıklamalar sistemli bir hâle getirilince "doğrudan görme" adı verilen optik dalı ortaya çıktı.

Doğrudan görme aynı zamanda optiğin geometri ile ilintilendirilmesine imkân veren kısmıdır ve buna ilişkin ilk anlatımları yapan da ünlü geometrici Öklid'dir. Bakılan bir nesnenin gözde oluşan görüntüsünün, bakış açısına göre değişiklik gösterdiğini fark eden Öklid, konunun perspektif ile bağını kurarak incelenmesine öncülük etmiş ve böylece görme konusu aynı zamanda bir geometri konusuna dönüşmüştür. Öklid'e göre, görmeyi sağlayan ışık ışınlarının kaynağı gözdür, gözden çıkan ışık ışınları doğrular boyunca yol alır ve birbirlerinden uzaklaşarak ilerledikleri için de yayılımın toplamı bir koni oluşturur.


Öklid

Işığın ayna gibi parlak yüzeylerden yansıması da erken dönemlerden itibaren fark edilmiş ve bu konu hakkında da epeyce bilgi toplanmıştı. Optik genel bir görme bilimi olarak görüldüğü için yansıma da başlangıçta "yansıma aracılığıyla görme" olarak değerlendirilmişti. Yansımaya ilişkin ilk sistemli araştırmalar da Antik Çağ'da gerçekleştirilmiş ve konunun ilk derli toplu anlatımını yine Öklid yapmıştı. Optik üzerine kaleme aldığı kitabında görmenin yanı sıra ışığın aynalardaki yansımasıyla da ilgilendi, düzlem ve küresel çukur aynalarda ışığın nasıl belirli bir noktada odaklandığını ve düz yüzeyli bir aynada bugün yansıma yasası olarak bilinen, "Ayna yüzeyine gelen ışık, geliş açısına eşit bir açıyla yansır." biçiminde ifade edilen yasayı açıkladı.

Doğrudan görme ve yansıma konularında, araştırmalarından söz edilmesi gereken ikinci önemli bilgin ise ünlü astronom Batlamyus'tur (MS 150'ler). Işığın gözden çıktığını kabul eden Batlamyus, kendisinden kısa bir süre önce ışığın yansıması konusunu bir kürenin düz ve sert bir yüzeye dikey, yüzeye yatay ve yüzeye belirli bir açıyla fırlatıldığında oluşan mekanik yansımayla analoji kurarak açıklayan İskenderiyeli Heron'un (MS 10-70) düşüncelerinden hareketle deney ve matematik yoluyla detaylı inceledi. Öklid'in ifade ettiği yansıma yasasının geçerli olduğunu deney aracılığıyla kanıtlamak isteyen Batlamyus, üzeri derecelenmiş ve tabanına düzlem bir ayna yerleştirilmiş yarım daire biçiminde bakır bir levha hazırladı, levhanın üzerine işlenmiş belirli bir açı derecesiyle ayna yüzeyine ışık gönderdi ve yansıdığı doğrultuyu işaretleyerek ışığın ayna yüzeyine gönderildiği açıya eşit bir açıyla yansıdığını belirledi. Batlamyus aynı zamanda gelen ışığın izlediği yolun, yansıyan ışığın izlediği yolun ve "normal" adı verilen ayna yüzeyine çizilen dik doğrunun aynı düzlemde bulunduklarını ve buna yansıma düzlemi dendiğini de ifade etti.



Batlamyus'un optik konusuna katkı yaptığı bir diğer alan ise kırılmadır. "Kırılma aracılığıyla görme" diye betimlenen bu optik dalını da deney ve matematik aracılığıyla ele alan Batlamyus, yansımada olduğu gibi kırılma açılarını belirlemekte kullanmak üzere kırılma ölçme aracı geliştirdi. Üzeri doksan derecelik dört bölgeye ayrılmış ve derecelendirilmiş daire şeklinde bakır bir levha hazırladı, levhayı suyun yüzeyine teğet olacak şekilde su dolu bir kabın içine yerleştirdikten sonra onar derecelik açılarla su içindeki levhaya ışık gönderdi ve su içerisinde ışığın izlediği yolu belirlemeye çalıştı. Kırılma yasasını bulmayı başaramamış olsa da ışığın az yoğun ortamdan (hava) çok yoğun ortama (su) geçtiğinde kırılmaya uğradığını tespit etti.

Batlamyus aynı zamanda ışığın kırılma miktarının girdiği ikinci ortamın (birinci ortam genellikle hava olarak kabul edilir) yoğunluğuna bağlı olarak değiştiğini gözlemledikten sonra değişim miktarını gösteren başka tablolar da hazırladı. Tablolar, ışığın az yoğun ortamdan (hava), çok yoğun ortama (suya ve cama) geçerken ve tersi durumlarda uğradığı değişimleri içeriyor.

Batlamyus ile Antik Çağ döneminde gerçekleştirilen optik çalışmaları tamamlandı ve düşünceleri Orta Çağ boyunca temel başvuru kaynağı hâline geldi. Modern dönem öncesi optik araştırmalarının sınırlarını belirleyen Öklid, Heron ve Batlamyus, aynı zamanda konuyu geometri aracılığıyla irdeledikleri için bugün "geometrik optik" adı verilen alanın da kurucuları oldu. Avrupa'da Orta Çağ süresince konuya katkı yapılmadıysa da İslâm dünyasında başta ışığın kaynağı meselesi olmak üzere ışıkla ilgili sorunların büyük kısmı çözüme kavuşturuldu.

Gelecek sayıda Orta Çağ döneminde ışık konusunda gerçekleştirilen çalışmaları ele alacağız. ■

Kaynaklar

Morris R. C. &. Drabkin, I. E., *A Source Book in GreekScience*, Harvard University, Cambridge, Massachusetts, Harvard 1966.

Sabra, A. I., *Theories of Light from Descartes to Newton*, Oldbourne Book Co., Ltd., London 1967.

Topdemir, H. G., & Unat, Y., *Bilim Tarihi*, Ankara: Pegem Akademi, 2014.

Topdemir, H. G., & Unat, Y., *Bilim Tarihi ve Felsefesi*, Ankara: Pegem Akademi, 2019.

Topdemir, H. G., *Işığın Öyküsü Mitolojiden Kuantum Elektrodinamiğine Işık Kuramlarının Tarihsel Gelişimi*, (4. Baskı), Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, 2019.

Doğa
Fauna

Dr. Bülent Gözcelioğlu [*turkiye.dogasi@tubitak.gov.tr*

Pallas Kedisi

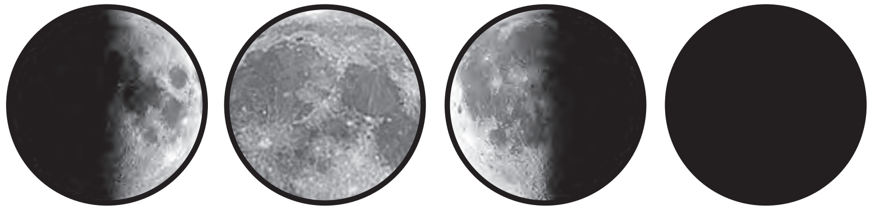
Orta Asya'nın uçsuz bucaksız geniş bozkırlarında yabani türler için hayat oldukça zordur. Bu zorlu doğa koşullarında alışılmadık ve sevimli görünümüyle bilinen küçük bir yaban kedisi türü yaşar: Pallas kedisi.

Pallas kedisi aslında bir ev kedisi ebatında olsa da uzun kıllarından dolayı çok daha büyükmüş gibi görünür. Tombul görünümü kürkünün kalınlığından dolayıdır. Kürklerinin daha uzun ve yoğun olması onu diğer tüm vahşi kedilerden ayırır. Alt tarafındaki kıllar sırtındakilerden iki kat daha uzundur. Kürkleri genellikle gri veya soluk kırmızımsı renktedir. Kürk rengi sayesinde bulunduğu ortama iyi uyum sağlar. Gövdesinin kuyruğa doğru olan kısmında, sırtı boyunca enine uzanan 5-7 tane dar siyah çizgi bulunur. Kuyruğunun ucu siyahtır ve üzerinde 5-7 adet siyah halka dizisi yer alır.

Pallas kedileri, Pakistan ve Kuzey Hindistan'dan Çin'in orta kısımları ile Moğolistan ve Rusya'nın güneyine kadar uzanan bölgelerde, 440-5.600 metre arasındaki yüksekliklerde yaşar. Pallas kedilerinin gözbebekleri, diğer kediler gibi dikey yarıklar hâlinde değil, yuvarlaktır. Fazla hızlı hareket etmeyen Pallas kedileri daha çok pusu kurarak avlanır ve genellikle küçük kemiriciler ile beslenir.

Prof. Dr. Faruk Soydugan
[fsoydugan@comu.edu.tr

07 Haziran İlkdördün
14 Haziran Dolunay
21 Haziran Sondördün
29 Haziran Yeniay



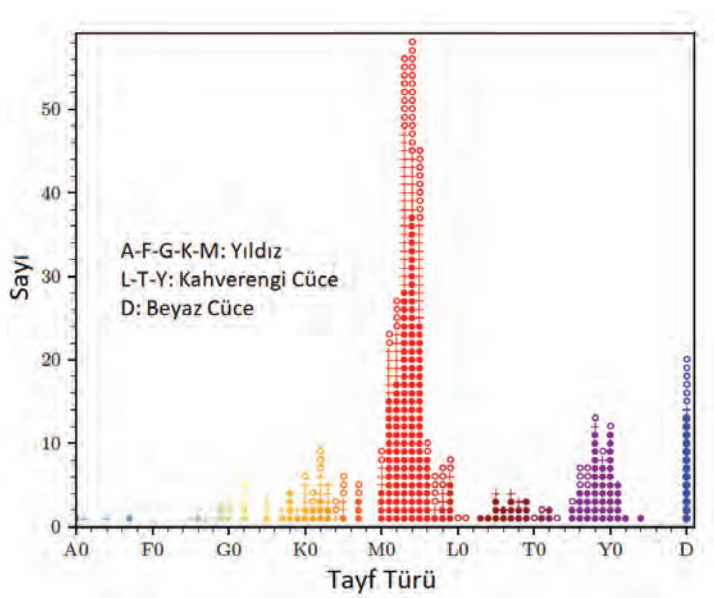
Komşu Yıldızlar

Günlük hayatımızda karşımıza çıkan nesnelerin çokluğunu “dünyada kum tanesi, gökte yıldız kadar” ifadesiyle anlattığımız oluyor. Ancak bazı bilim insanları evrendeki yıldız sayısının dünyadaki kum tanelerinden çok daha fazla olduğunu söylüyor. Yıldızları da kum tanelerini de saymak imkânsız. Bu yazıda sayılması daha kolay olan ve daha bilindik bir çevrede yer alan Güneş sisteminin yakınındaki komşu yıldızlara odaklanacağız.

Gök adamızdaki yıldız sayısının 200 milyarın üstünde olduğu tahmin edilse de bu devasa kozmik yapıda yıldızlar arası mesafeler çok büyüktür. Gök adamızın hacmi ile Dünya’nın hacmi karşılaştırıldığında gök adamıza yaklaşık 10^{39} adet Dünya sığabilir. Kütlesi ve hacmi dikkate alındığında, gök adamızın ortalama yoğunluğu ise belirsizlikler olsa da kabaca 10^{-24} g/cm^3 olarak tahmin ediliyor. Bu durumda çok büyük ve çok küçük rakamlar karşımıza çıkıyor ve büyük boşluklardan oluşan bir gök ada ve evren içinde olduğumuz anlaşılıyor. Bestesi Teoman Alpay’a, güftesi Hikmet Münir Ebcioğlu’na ait nihâvend makamındaki eserde yer alan *“gökyüzünde yalnız gezen yıldızlar”* ifadesi kozmik çerçevede bu açıdan bakıldığında anlam buluyor! Peki yıldızlar gerçekten yalnız mı geziyor? Bu soruya en azından komşu yıldızlar açısından değineceğiz.

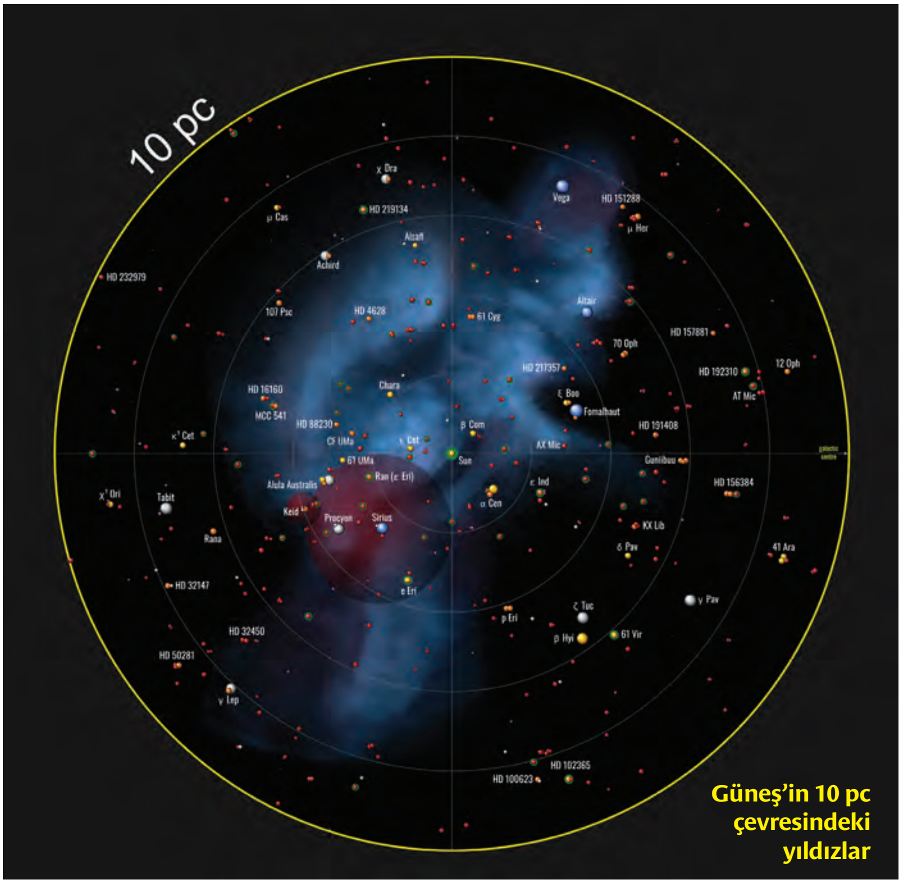
Güneş sistemi civarında bir mahalle seçsek ve bu mahalledeki gök cisimlerini incelesek nelerle karşılaşırız?

Merkezde Güneş olmak üzere, yarıçapı 10 parsek (pc) olan bir küre seçelim. Güneş’in gök ada merkezine olan uzaklığının 8.000 pc olduğu dikkate alındığında, seçtiğimiz bu balon aslında Güneş’in yakın komşuluğudur. (1 pc, 3,26 ışık yılına ve yaklaşık 30 trilyon km’ye karşılık gelir.) 300 trilyon km yarıçaplı bu küre, bizim mahallemiz olsun. Gök adamız içinde bu bölge gazın ve tozun çok az bulunduğu, ışığın yol alırken çok çok az soğurmaya uğradığı temiz sayılabilecek bir bölgedir.

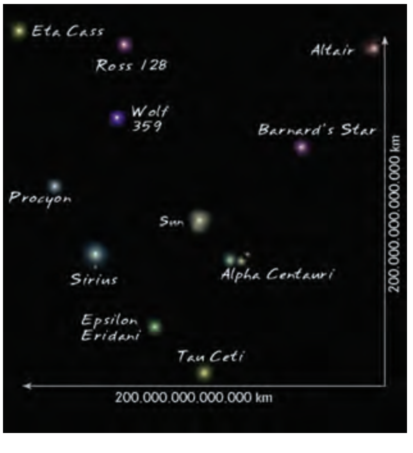


Güneş’e 10 pc’den daha yakın konumdaki yıldız, kahverengi cüce ve beyaz cücelerin tayf türlerine/renklerine göre sayı dağılımları

Güneş sisteminden uzaklaşmaya başlayınca bu mahallede karşımıza çıkacak ilk yıldız Proxima Centauri (V645 Centauri) olup uzaklığı 1,30 pc veya 4,24 ışık yılıdır. Aynı uzaklıkta kabul edebileceğimiz bu kapı komşusu yıldızın üç gezegeni (Proxima Cen b, c ve d) vardır. Hemen yakınında yine Centauri ailesinin iki yıldızı (Alfa Cen A ve Alfa Cen B) yer alır. Bu ikilinin bize olan uzaklığı ise 1,35 pc'tir. Güneş sistemine en yakın olduğu belirlenen bu üç yıldız ve üç gezegen, kuzey küreden gözlenemez ancak Alfa Cen A ve B, güney kürede çıplak gözle görülebilecek parlaklıklara sahiptir. Yola devam edersek, bize uzaklığı 1,83 pc olan kırmızı Barnard Yıldızı ile karşılaşırız. Gözle görülemeyecek kadar sönük (görsel parlaklığı yaklaşık 9,5 kadir) olan bu yıldız, bilinen en yüksek öz harekete sahiptir ve gökyüzünde diğer yıldızlara göre çok hızlı konum değiştirir. Güneş'ten sonra yaklaşık 6 ışık yılı yarıçaplı bir küre hacimde sadece dört yıldız bulunur. 6-10 ışık yılı aralığındaki (veya 1,8-3,1 pc arası) küresel hacimde ise 10 yıldız daha karşımıza çıkar. 10 ışık yılı (yaklaşık 95 trilyon km) yarıçaplı devasa bir kürede, Güneş hariç, sadece 14 yıldız bulunur. Peki bu devasa kürede yer alan yıldızlardan kaçını kuzey küreden çıplak gözle görebiliriz? Sadece birini ki o da gökyüzümüzün beyaz incisi Sirius, yani Akyıldız'dır. Mahallenin biraz daha derinliklerine bakacağız ancak önce "Yakın komşuları tanımak neden bu kadar önemli?" sorusuna cevap vermeye çalışalım.



Güneş'in 10 pc çevresindeki yıldızlar



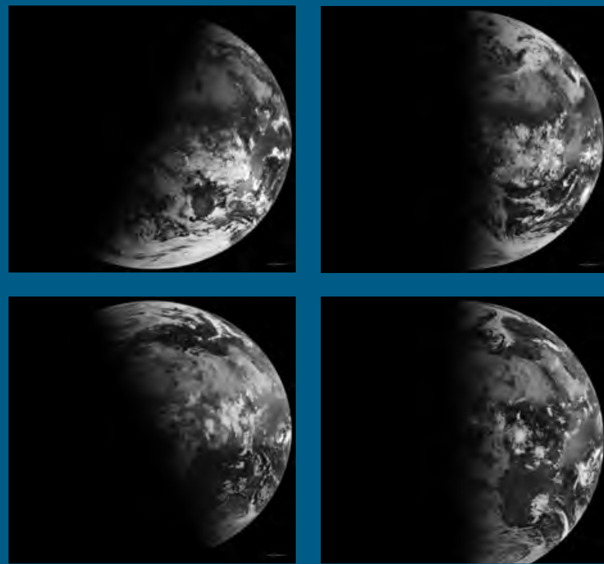
Komşu yıldızlardan bazıları (200 trilyon x 200 trilyon km²lik veya yaklaşık 21 x 21 ışık yılı²lik bir bölge)

Öncelikle mahalledeki yakın yıldızları ve özelliklerini bilmek, kendi yıldızımız olan Güneş hakkındaki bilgilerimizi de arttırıyor. Yakın yıldızlardan gezegenleri olanları ve özellikle Dünya benzeri yaşanabilir bölgede bulunan gezegenlerin varlığını bilmek de son derece önemli. Yakın yıldızların galaktik yörünge özellikleri de takip ediliyor. Örneğin, Gliese 710 (HIP 89825) turuncu cüce yıldızın yaklaşık 1,3 milyon yıl sonra yörünge hareketi nedeniyle bir süreliğine Güneş sistemine en yakın yıldız olacağı tahmin ediliyor. Yakın geçişte Güneş'e olan uzaklığının yaklaşık 19,3 AB (AB: Güneş-Dünya uzaklığı olup 150 milyon km'ye karşılık gelir) olacağı ve Oort Bulutu içinde bazı çekimsel rahatsızlıklar oluşturacağı öngörülüyor. Güneş ve Güneş sisteminin oluşumundan yapısal özelliklerine kadar önemli araştırma alanlarındaki cevapsız sorulara, yakın yıldızlar araştırılarak cevap bulunmaya çalışılıyor.

Güneş'ten biraz daha uzaklaşınca karşımıza çıkan ve çıkmayan yıldızlara bakmaya devam edelim. 10 pc yarıçaplı küreden oluşturduğumuz yakın mahallede çok sıcak ve enerjik yani O ve B tayf türünden yıldızlar (yüzey sıcaklıkları 10.000 K'den büyük) bulunmaz. Çevremizde bu tür yıldızların olmaması çok önemli çünkü o kadar büyük enerji üretip uzaya yayarlar ki etraflarındaki ortamı hızla değiştirirler ve bu yüz-

Astronomik Yaz Başlangıcı

21 Haziran'da kuzey küre için yaz gün dönümü gerçekleşir ve astronomik anlamda yaz başlar. Bu tarihte Güneş ışınları, Yengeç Dönencesi'ne (23,4 derece kuzey enlemi) dik açıyla düşer. Aynı tarih, kuzey kürede gölgelerin en kısa olduğu, gündüzlerin ise en uzun olduğu zamana karşılık gelir. Kuzey kürede yaz gün dönümü yaşandığında, kutup dairesi olarak adlandırılan enlemlerde 24 saat gündüz yaşanır. Güney kürede kutup bölgesi yani Antarktika'da ise 24 saat boyunca gecedir. Diğer gün dönümünün yaklaşık 21 Aralık'ta gerçekleştiğini ve bu tarihte Güneş ışınlarının güney küredeki Oğlak Dönencesi'ne (23,4 derece güney enlemi) dik geldiğini hatırlatalım. Güneş sistemindeki Merkür hariç tüm gezegenler, dönme eksenleri eğik olduğundan ekinoks ve gün dönümüne sahiptir.



Gün dönümü ve ekinoks tarihlerinde uzaydan Dünya'nın görünümü (NASA)

den bulundukları yerde yaşam alanlarının oluşması ve/veya kararlı kalması olası değildir. Diğer bir deyişle bu kadar enerjik komşuların olması çok iyi değil! En yakın B yıldızı 79 ışık yılı, O yıldızı ise 400 ışık yılı uzaklıkta, yani bizim mahallede değiller.

Güneş'e 10 pc'den daha yakın belirlenebilen tüm gök cisimlerinin sayısı 540. Bunların 373'ü yıldız, 85'i kahverengi cüce, 77'si ötegezegen, 20'si beyaz cüce. Yıldızların 69'u çift, 19'u üçlü, 3'ü dörtlü ve 2'si beş yıldızdan oluşan çoklu sistemler. Yıldız sistemlerinin çoklu olma oranı %27 civarında ve gök ada diskine göre bizim çevrede yalnız gezen yıldızların oranının daha fazla olduğu görülüyor. Mahallemizdeki yıldızların yaklaşık %60'ı düşük enerji üretip yayan soğuk, kırmızı yıldızlar. Başka bir deyişle, yaklaşık %80'i Güneş'ten daha soğuk yıldızlardan oluşan bir mahalledeyiz. Bu durumda, bizim yıldızımız mahallenin parlak yıldızlarından biri.

Galaktik mahallemizde, Sirius ile birlikte, kuzey yarıküreden çıplak gözle görebileceğimiz bilinen bazı yakın yıldızlara örnek olarak, her ikisi de yaklaşık 3,5 pc uzakta olmak üzere, Procyon ve 61 Cyg A verilebilir. Gökyüzüne baktığımızda çıplak gözle gördüğümüz yıldızların sadece birkaç tanesi bizim mahallede (10 pc'den yakında) yer alıyor. Diğer yıldızlar onlarca, yüzlerce, hatta birkaç bin ışık yılına varan uzaklıklarda bulunuyor. Sahip olduğumuz iki küçük teleskopla (gözlerimiz) mahallemiz dışındaki birkaç dış mahalleden de yıldızları gördüğümüzü söylemek gerekiyor. Gök adamızın yarıçapının 15.000 pc'i aşan bir küresel hacim kapladığını ve şu anda sadece 10 pc yarıçaplı bir kürenin içindeki yıldızlara baktığımızı da unutmayalım.

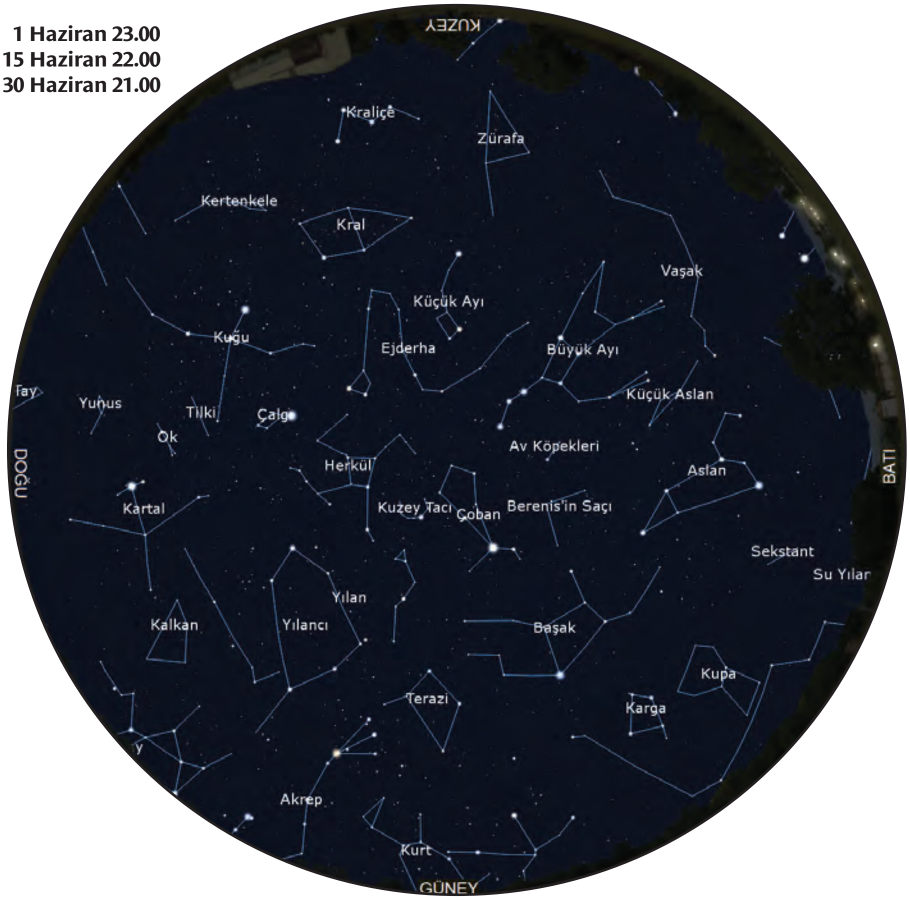
Kozmik ölçekte yakın sayılabilecek çevremizde bugüne kadar Güneş sistemindeki 8 gezegen haricinde 77 ötegezegen keşfedildi. Bunların 15'i kayaç ve yıldızı etrafında yaşanabilir bölgede (suyun akışkan kalabileceği uzaklıkta) dolanıyor. Bunlardan bize en yakını ise, en yakın yıldız komşumuz olan kırmızı cüce yıldız Proxima Centauri'nin etrafında dolanıyor. Başka bir deyişle, en yakın komşumuzu ziyarete gidebilirsek bize uygun alanlar var görünüyor.

Sonuç olarak, Güneş'in yakın çevresindeki yıldız yoğunluğu, galaktik diskin geneline kıyasla, düşük diyebiliriz. Ayrıca, yakın galaktik çevremizde Güneş'ten çok daha soğuk ve küçük kütleli yıldızların bulunduğu ortaya çıkıyor. Çok büyük kütleli ve çok sıcak yıldızların yakınımızda bulunmaması da son derece önemli. Komşu yıldızlarımız genellikle düşük enerjili ve daha soğuk ama bazen de patlamalar gösterecek kadar manyetik etkinlik gösteriyorlar. Yalnız bu patlamalı hâlleri genellikle çekirdek aile içinde etkili oluyor. Güneş ve mahallemizdeki komşu yıldızları daha iyi tanımaya ihtiyacımız var, sonuçta onlarla beraber yaşıyoruz!

Kaynaklar

C. Reyle, K. Jardine, P. Fouque ve ark., "The 10 parsecsample in the Gaiaera", *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 650, A201, 2021.
https://gruze.org/10pc/resources/
https://spacemath.gsfc.nasa.gov/universe/5Page65.pdf
https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_nearest_stars_and_brown_dwarfs
https://astronomy.com/magazine/2019/10/meet--the-stars-next-door
https://www.timeanddate.com/calendar/june-solstice.html

1 Haziran 23.00
15 Haziran 22.00
30 Haziran 21.00



Ayın Önemli Gök Olayları

02 Haziran Ay Dünya'ya en uzak konumunda (406.200 km)

15 Haziran Ay Dünya'ya en yakın konumunda (357.400 km)

16 Haziran Merkür en büyük batı uzanımında (23^0)

18 Haziran Ay ve Satürn gece yarısından sonra birbirlerine yakın görünümde

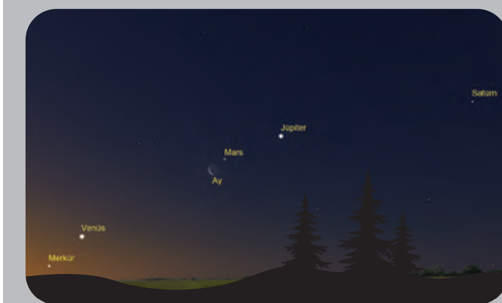
21 Haziran Yaz gün dönümü (en uzun gündüz, en kısa gece)

21 Haziran Ay ve Jüpiter gece yarısından sonra birbirlerine yakın görünümde

22 Haziran Ay ve Mars gece yarısından sonra birbirlerine yakın görünümde

26 Haziran Ay ve Venüs gün doğumunda birbirlerine yakın görünümde

29 Haziran Ay Dünya'ya en uzak konumunda (406.600 km)



23 Haziran gün doğumunda doğu ve güney yönünde gökyüzü

Gezegenler

Merkür: Gün doğumunda doğuda bulunan gezegen, ayın ilk yarısında ufka oldukça yakın ve görülmesi son derece zor. Ayın ikinci yarısına doğru gökyüzünde Güneş'ten yavaş yavaş uzaklaşacak olsa da gezegenin parlaklığı fazla olmadığı için ancak temiz ve doğu ufku açık bir gökyüzünde gözlenebilir. Gezegen ay sonuna doğru gökyüzünde Güneş'e tekrar yaklaşmaya başlayacağından gün doğumundan önce kısa sürelerle gözlenebilir olacak.

Venüs: Ay boyunca gün doğumundan önce iki saate varan sürelerle parlak bir şekilde doğu ufkunda gözlenebilir. Günler ilerledikçe gökyüzünde Güneş'e doğru yaklaşmaya başlayacak olan gezegen ayın 12'sinde Uranüs ile yakın bir konumda görünecek. Kuvvetli bir el dürbünü veya teleskobu olan gözlemciler için ilginç bir görüntü olabilir.

Mars: Ayın başında gün doğumundan önce doğuda Jüpiter'in hemen yanında üç saate yakın süreyle görülecek. Günden güne konumu doğuya doğru değişecek ve ayın 23'ünde Ay ile gökyüzünde yakınlaşacak. Gezegenin parlaklığı hafifçe artmış durumda.

Jüpiter: Ayın ilk haftasında sabaha karşı doğuda Mars'ın yakınında olan gezegen gün doğumuna kadar gökyüzünde. Günler ilerledikçe gözlem süresi artacak ve ay sonuna doğru gece yarısından yaklaşık bir saat sonra doğudan yükselecek.

Satürn: Artık gecenin ikinci yarısının hâkim gezegeni olmaya başlayan Satürn, gece yarısından sonra doğudan yükseliyor. Ayın 19'unda Ay ile yakın görünecek. Bu görüntü gezegen çok parlak olmasa da teleskoplu gözlemcilerin ilgisini çekebilir. Ay sonuna doğru gece yarısından yaklaşık bir saat önce doğudan yükselecek ve gün doğumuna kadar gökyüzünde kalacak.

Düşünme Kulesi

Ferhat Çalapkulu [*dusunme.kulesi@tubitak.gov.tr*

Ayın Oyunu:
Kapılar

Kapılar
Oyun Kuralları

Tablodaki her hücre bir odadır ve bitişik odalar arasında kapılar bulunmaktadır. Hücrelerdeki sayılar, bulundukları odadan yatay veya dikey bakıldığında kendisi dışında kaç odanın göründüğünü belirtir.

Hangi kapıların kapalı, hangilerinin açık olduğunu bulun. Çözümde odaların tamamı birbirleriyle bağlantılı olmalıdır.

1	3	3	4	2
2	4	1	2	3
3	6	3	5	3
3	5	3	1	4
1	3	4	3	6

1	3	5	3	2
	3		2	
2	3		3	3
	3		1	
2	1	6	2	3

	5		5	4
1	1	2	3	5
3				4
5	3	5	4	3
2	2		2	

	2			4
2		2	3	5
2	4	1	2	4
1	4	1		5
5			4	

Kapılar Sudoku - Örnek Çözüm

1	3	5	3	2
	3		2	
2	3		3	3
	3		1	
2	1	6	2	3

Ödüllü soru

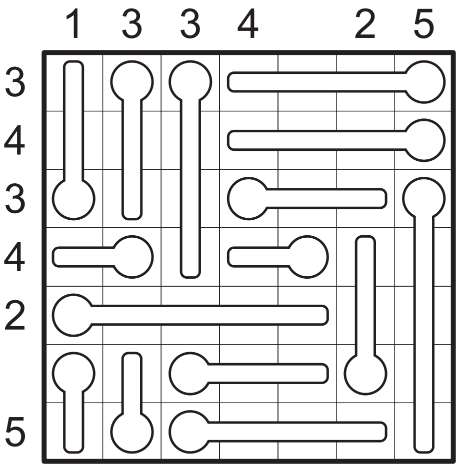
Kapılar sorusunu çözüp ok doğrultusundaki içeriği yazarak ad, soyad, adres ve telefon bilgileri ile birlikte dusunme.kulesi@tubitak.gov.tr adresine gönderenler arasından çekilişle belirlenecek 10 kişiye TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları tarafından yayımlanmış *50 Görsel Yanılsama Kart Seti* başlıklı kitap hediye edilecek. Çekiliş sonuçları dergimizin Facebook ve Twitter hesaplarından önümüzdeki ayın ilk haftasında duyurulacak. Geçen ayın ödüllü Ardışıksız Sudoku sorusunu doğru yanıtlayan ve kitap ödülü kazanan okurlarımızın listesi Facebook ve Twitter hesaplarımız üzerinden duyuruldu.

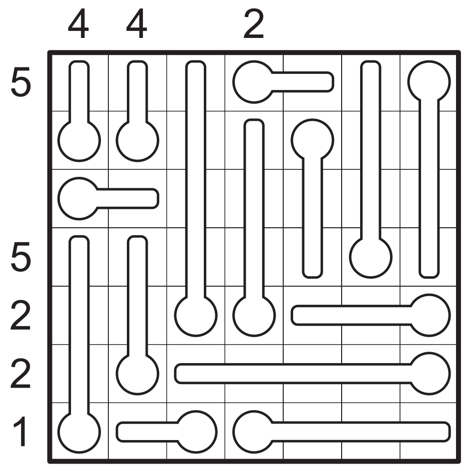
www.bilimteknik.tubitak.gov.tr

4		1			1
	2	3	6	3	1
	2			6	
	2			4	
1	1	3	5	2	
3			2		3

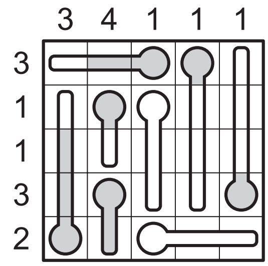
Sırasıyla her satırdaki kapı sayısını yazın.
Örnek çözüm 23212 şeklinde yazılmalıdır.

Termometre: Tabloda cıva seviyeleri bilinmeyen termometreler bulunuyor. Cıva seviyesi her zaman yuvarlak uçtan başlayarak yükselmektedir. Bazı termometreler dolu veya tamamen boş olabilir. Tablonun dışındaki sayılar ilgili satır veya sütunda yer alan ve içinde cıva bulunan termometre sayısını göstermektedir.





Termometre
Örnek Çözüm



Bölgeleme: Tablonun tamamını dört birimlik bölgelere ayırın. Her bölgede her harften sadece bir tane olmalıdır.

C	A	C	B	C	D	A	B
D	A	B	D	D	D	B	A
D	B	A	A	A	A	D	C
B	C	C	C	B	C	B	A
D	A	B	D	B	B	C	B
D	A	C	D	A	C	C	D

C	C	A	D	B	A	C	C
A	C	B	C	D	D	B	B
D	B	D	B	B	C	A	D
A	A	A	C	A	D	A	B
C	D	B	D	A	C	D	C
D	B	C	D	A	B	B	A

Domino Avı
Örnek Çözüm

C	B	C	A	D	A
D	A	A	B	B	B
C	D	C	A	C	D
D	B	A	B	C	D

Geçen Sayının Çözümleri

4	2	6	3	5	1
1	5	3	6	2	4
3	1	5	2	4	6
6	4	2	5	1	3
2	6	4	1	3	5
5	3	1	4	6	2

6	2	4	1	5	3
3	5	1	4	2	6
5	1	3	6	4	2
2	4	6	3	1	5
4	6	2	5	3	1
1	3	5	2	6	4

1	3	5	2	6	4
4	6	2	5	3	1
6	2	4	1	5	3
3	5	1	4	2	6
5	1	3	6	4	2
2	4	6	3	1	5

1	3	5	2	6	4
4	6	2	5	3	1
2	4	6	3	1	5
5	1	3	6	4	2
3	5	1	4	2	6
6	2	4	1	5	3

Ardışıksız Sudoku

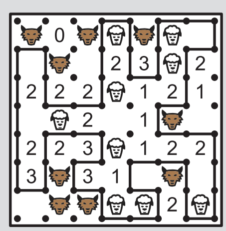
3	1	5	2	4	6
6	4	2	5	1	3
2	6	4	1	3	5
5	3	1	4	6	2
1	5	3	6	2	4
4	2	6	3	5	1

Ödüllü Soru:
Ardışıksız Sudoku

4	1	6	3	2	4	3
1	3	6	5	1	1	4
4	3	6	2	6	5	3
4	5	2	5	5	6	6
3	5	2	4	1	4	6
1	3	2	2	5	1	2

1	5	3	3	4	4	2
4	6	6	4	4	2	2
3	2	4	5	1	5	1
5	6	4	1	5	5	1
2	3	6	3	2	6	3
1	6	3	5	2	1	6

Domino Avı



Kurtlar ve Kuzular

Satranç

Kıvanç Çefle [*btsatranc@tubitak.gov.tr*

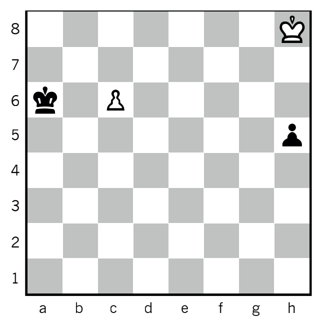
Reti Manevrası

Açılış teorisinde hipermodern okulun kurucularından ünlü oyuncu ve etütçü Richard Reti'nin (1889-1929) 1921 yılında *Kagan's Neueste Schachnachrichten* isimli dergide yayınlanan bir etüdü o dönemde büyük yankı uyandırdı. Bu etüt sonraki yıllarda hemen hemen bütün oyun sonu kitaplarında ve etüt antolojilerinde yer aldı. Öyle ki Leonardo da Vinci'nin ünlü Mona Lisa tablosu gibi o da kitlelere mal oldu ve evrensel satranç kültürünün bir parçası hâline geldi. Günümüzde eğer herkesçe bilinen bir etüt varsa onun Reti'nin bu yapıtı olduğunu söyleyebiliriz.

Geçtiğimiz 2021 yılı bu ünlü etüdün yayınlanışının 100. yıl dönümüydü ve ne yazık ki sessiz sedasız geçti. Biz biraz gecikmeyle de olsa "Reti manevrası" ismiyle bilinen bir fikre dayalı bu kurguyu ve onun ardından gelen benzer yapıtları bu yazımızda ele alacağız.

Satranç severlerin büyük çoğunluğu tarafından biliniyor olsa da elbette önce etüdün kendisini hatırlamakta yarar var (Diyagram 1).

Diyagram 1
Richard Reti
Kagan's Neueste Schachnachrichten,
1921



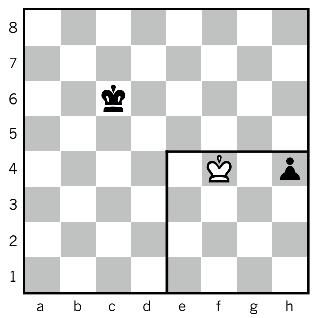
Beyaz oynar ve berabere kalır.

Beyazın berabere kalabileceğine inanmak gerçekten zor! Siyah piyon yakalanamayacak kadar uzakta, şahının desteğinden uzak olan beyaz piyon ise her an rakibe yem olabilir. Bu durum gerçek bir oyunda ortaya çıksaydı beyazla oynayan oyuncuların çoğu oyunu terk ederdi. Ama göreceğimiz gibi beyaz mucize kabilinden beraberliği sağlıyor:

1. Şg7 h4 2. Şf6 Şb6
Bu hamle zorunlu. Eğer siyah sabırsız davranır ve 2… h3 oynarsa 3. Şe7 h2 4. c7 Şb7 5. Şd7 h1=V 6. c8=V+ ve beraberlik.
3. Şe5!!
Şimdi piyonu sürmek yine beraberlikle sonuçlanır: 3… h3 4. Şd6 h2 5. c7 h1=V 6. c8=V. Dolayısıyla siyah, vezir çıkmasını önlemek için beyaz piyonu almak ve bir kez daha vakit kaybetmek zorunda.
3…Şxc6 4. Şf4!
Beyaz şimdi derin bir nefes

alabilir çünkü şahını “piyonun karesi”ne sokmayı başardı ve artık piyonu yakalamayı kolayca başarabilir (Diyagram 2).

Diyagram 2

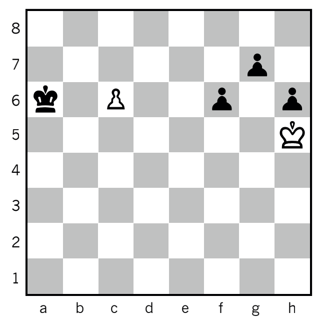


4…h3 5. Şg3 h2 6.Şxh2 ve beraberlik. Belirtmeliyiz ki burada 4. Şe4 de (şah kareye girdiği için) beraberliğe yeterdi: 4… h3 5. Şf3 h2 6.Şg2 h1=V 7. Şxh1. (Okurlarımız “kare kuralı” için 2019 Eylül sayısındaki satranç yazımıza bakabilir).

Bir diğer önemli etütçü Abram Gurvich burada beyaz şahın manevrasını “aynı anda iki tavşanın kovalanması” olarak nitelendirmiş ki bu yoruma hak vermemek elde değil!Reti daha sonra bu fikri geliştirdi ve beyaz şahın bitişik üç geçer piyonu durdurduğu bir başka etütte kullandı (Diyagram 3).

Diyagram 3

Narodni Listy, 1928



Beyaz oynar ve berabere kalır.

Çözüm:

1. Şg6! h5 2. Şxg7 h4 3. Şxf6 Şb6 4. Şe5! ve beyaz yukarıda gördüğümüz gibi beraberliği sağlar. Üzerinde durulabilecek diğer devam yolları da şöyle:

a) 1…Şb6 2. Şxg7! h5 3. Şxf6 h4 4. Şe5! h3 5. Şd6 h2 6. c7 Şb7 7. Şd7 h1=V 8. d8=V+ beraberlik.

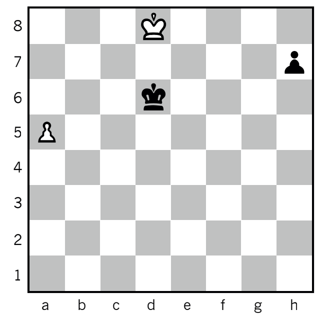
b) 1…f5 2. Şxg7 f4 3. Şf6 f3 4. Şe7 f2 5. c7 f1=V 6. c8=V+ beraberlik.

Sonraki yıllarda, Reti manevrası başka etütçüler için de ilham kaynağı oldu. Gerçek oyunları andıran öğretici etütleriyle tanınmış Çek kurgucu Ladislav Prokes (1884-1966) bakın bu fikri nasıl değerlendirmiş (Diyagram 4).

Diyagram 4

Ladislav Prokes

Sachoveumeni, 1947



Beyaz oynar ve berabere kalır.

Çözüm:

1. Şc8

Tehdit 2. Şb7 ve 3. a6. Bu nedenle siyahın cevabı zorunlu.

1…Şc6 2. Şb8! Şb5

Yoksa 3. a6

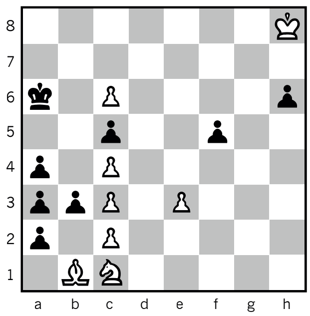
3. Şb7!

Beyaz, piyonu sürme tehdidini yineleyerek tempo kazanıyor. Siyah şimdi piyonu alarak vakit kaybedecek, beyaz da şahını siyah piyonun karesi içine konumlandıracak:

4…Şxa5 4. Şc6 ve beraberlik. Basit ancak son derece öğretici bir etüt.

Şimdi sıra yakın zamanlardan ve biraz daha karmaşık bir etütte (Diyagram 5).

Diyagram 5
Gady Costeff
Polonya Satranç Federasyonu Yarışması,
2016
2-4. Ödül



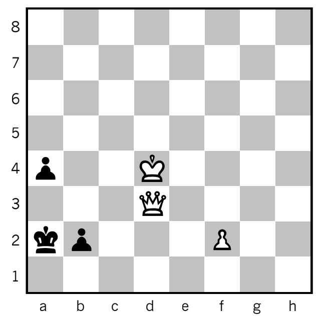
Beyaz oynar ve berabere kalır.

Çözüm:

Beyazın siyahın a2'deki piyonunu hemen almak zorunda olduğu açık. Ama atla mı almalı, yoksa fille mi? İşte bütün mesele bu! Biz önce doğru seçimi görelim:
1. Fxa2! bxa2 2. Axa2 h5 3. Şg7!
Beyaz Reti manevrasına başlıyor!
3…h4 4. Şf6 Şb6 5. Şe5 Şxc6 6. Şf4 Şd6 7. e4!
Çok önemli bir ara hamle. Beyaz, siyahın f5 piyonundan kurtulmalı. Şimdi hemen 7. Şf3? oynarsa 7…h3 8. Şg3 Şe5 9. Şxh3 Şe4 hamle dizisinden sonra yenilir.
7…fxe4 8. Şxe4 h3 9. Şf3 Şe5 10. Şg3 Şe4 11. Şxh3 Şe3 12. Şg2 Şd2 13. Şf2 Şxc2
Siyah şah, ata hücum edebilmek için bu kritik piyonu almak zorunda!
14. Şe2 Şb2 15. Şd2 Şxa2 16. Şc2 Şa1 17. Şc1 a2 18. Şc2! ve beraberlik.
Peki, beyaz ilk hamlede a2 piyonunu atla alsaydı ne olurdu? Etüdün bütün güzelliği işte burada:
1. Axa2? bxa2 2. Fxa2 h5 3. Şg7 h4 4. Şf6 Şb6 5. Şe5 Şxc6 6. Şf4 Şd6 7. e4 fxe4 8. Şxe4 h3 9. Şf3 Şe5 10. Şg3 Şe4 11. Şxh3 Şe3 12. Şg2 Şd2 13. Şf2 Şc1!!
Siyah şah, beyazın ne c3 ne de c2 piyonunu alabilir, yoksa berabere kalır: 13... Şxc3 14.Şe2 Şb2 15. Şd2 Şxa2 16. Şc1 Şa1 17. c3; 13... Şxc2 14.Şe2 Şb2 15. Şd2 Şxa2 16. Şc2 ve beraberlik.
14. Şe2 Şb2 15. Şd2 Şxa2 16. Şc1 Şa1! ve siyah kazanır. Bu varyanttaki tek fark, beyazın c2 piyonunun yenmemiş olması! Beyaz, kendi piyonu yüzünden 17. Şc2 hamlesini yapamıyor ve kaybediyor.

Reti manevrası, zaman zaman gerçek oyunlarda da ortaya çıkar. Bu nedenle pratik değeri yüksektir ve turnuva oyuncuları tarafından bilinmesinde büyük yarar vardır. İşte gerçek yaşamdan bir örnek (Diyagram 6).

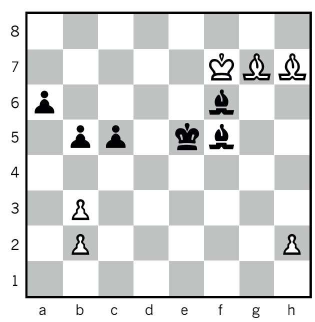
Diyagram 6
Yates-Marshall
Karlsbad, 1929



Fred Yates burada 1. Vc2 a3 2. Şc3 Şa1 3. Şb3 b1=V 4. Vxb1+ Şxb1 5. Şxa3 hamle dizisinden sonra kolayca kazanabilirdi. Ama nedendir bilinmez, **1. Şc3?** oynamayı tercih etti. Bu da oyun ortasındaki atak ve renkli tarzıyla olduğu kadar oyun sonu tekniği ile de tanınmış bir oyuncu olan Frank Marshall'a beraberlik fırsatı verdi:
1…b1=V 2. Vxb1+ Şxb1 3. Şb4
Prokes'in yukarıdaki etüdünden bize tanıdık gelecek bir konum.
3…Şb2! 4. Şxa4 Şc3 ve beraberlik.

Diğer yandan, Reti'nin etüdünün ilk kez yayınlanışından yıllar önce eski şampiyonlardan Emanuel Lasker bir oyununda aynı fikri kullanmıştı (Diyagram 7).

Diyagram 7
Lasker-Tarrasch
St.Petersburg, 1914



Bu pozisyona ulaşıldığında sıra siyahlarla oynayan

Tarrasch'taydı. Ona oyunu kazandıracak olan 1…Fe6+ 2. Şg6 Fxg7 3. Şxg7 Fxb3 4. h4 Fd1 devam yolu yerine **1…Fxg7?** oynamayı tercih etti. Muhtemelen ortaya çıkacak olan piyon finalinin daha basit olacağını ve kolayca kazanacağını düşünüyordu ama hesaplamaları hatalıydı. Oyun şöyle devam etti:

2. Fxf5! Şxf5?! 3. Şxg7 a5 4. h4 Şg4

Tarrasch burada beyazın 5. Şf6? ile hemen vezir kanadına yöneleceğini umuyordu: 5…c4 6. bxc4 bxc4 7. Şe5 c3 8. bxc3 a4 Şd4 a3 ve siyah kazanır. Ama büyük oyuncu Lasker'in yanıtı şaşırtıcı oldu:

5. Şg6!

Beyaz 6. h5 ile tehdit ederek vakit kazanıyor.

5…Şxh4 6. Şf5 Şg3 7. Şe4 Şf2 8. Şd5 Şe3 9. Şxc5 Şd3 10. Şxb5 Şc2 11. Şxa5 Şxb3 ve beraberlik.

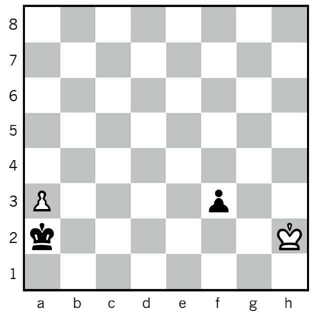
Böylece bu ayki yazımızın sonuna geldik. Ayın soruları olarak size kendi kendinize çözmeniz için yine Reti manevrasına dayanan iki etüt sunuyoruz.

Ayın soruları

Diyagram 8

Henri Rinck

Schweizerische Schachzeitung, 1922



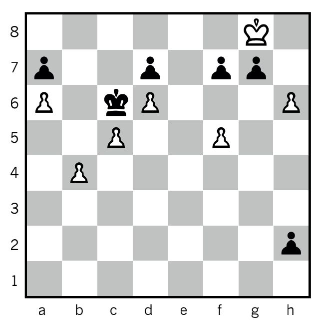
Beyaz oynar ve kazanır.

Diyagram 9

Vitaliy Kovalenko

Şahmatnaya Kompozitsiya, 2004

Övgü



Beyaz oynar ve kazanır.

***

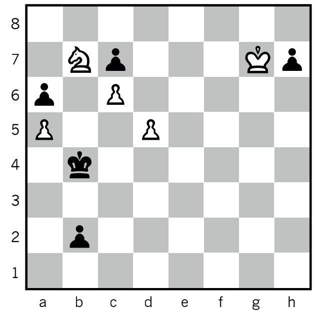
Geçen ay sorulan etüdün çözümü

Diyagram 10

V. Tarasiuk

Ceskoslovenskisach, 2021

(R. Reti'den sonra)



Beyaz oynar ve berabere kalır.

Çözüm:

Siyahın b2'deki piyonunun vezir çıkması durdurulamaz görünüyor. Ama beyaz, aşağıda izleyeceğimiz üzere beraberliği kurtarmanın bir yolunu buluyor.

1. d6 b1=V

1…cxd6 2. c7 b1=V c8=V ve beraberlik

2. d7!

2. dxc7? 2…Vg6+ Şf8 Vxc6 ve siyah kazanır.

2…Vg6+! 3. Şh8!!

Çok kritik bir hamle. Beyaz burada eğer 3. Şf8? oynarsa 3… Vf6+! 4. Şg8 h5 5. d8=V Vxd8+ 6. Axd8 Şxa5 7. Ae6 dizisinden sonra siyah kazanır.

3…Vd3

Siyah hem h7 piyonunu koruyor hem de beyazın vezir çıkma karesini kontrol ediyor. Eğer 3…Vxc6, 4. d8=V Vxb7 5. Vd2+ Şa3 6. Vc3+ Vb3 7. Vxc7 beraberlik.

4. d8=V Vxd8+ 5. Axd8 h5 6. Ae6!

Yukarıdaki 3. Şf8? varyantında atın e6 karesine bir hamle geç geldiğine dikkat ediniz. Şimdiyse tam zamanında! Diğer yandan 6. Şg7? Şxa5 7. Ae6 Şb6 ve siyah kazanır.

6…Şxa5 7. Axc7 Şb6 8. Axa6!

8. Ad5+? Şxc6 9. Af4 h4 10. Şg7 a5 ve siyah kazanır.

8…Şxa6 İşte bu noktada bu ayki yazımızın ilk diyagramındaki pozisyon, yani Reti'nin etüdünün ta kendisi karşımıza çıkıyor (Diyagram 1). Beyazın bundan sonra nasıl berabere kaldığını artık biliyorsunuz: **9. Şg7!! ve beraberlik**.

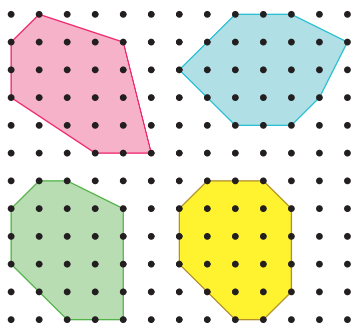
Bu zarif etüdün kurgucusu Tarasiuk âdeta Reti'ye saygı duruşunda bulunmuş!

Zekâ Oyunları

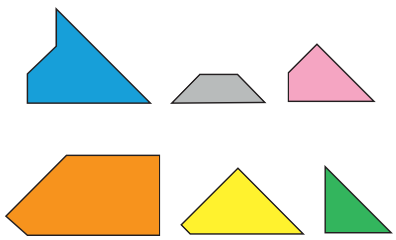
Emrehan Halıcı [*zeka.oyunlari@tubitak.gov.tr*

GÖZ ALDANMASI
Sarı renkli tabelaların boyutları farklı gibi görülüyor. Oysa boyutları aynı.

ÇOKGENLER
Birer birim aralıktaki noktalar üzerine çizilmiş dört poligondan hangisinin alanı en büyüktür?



KARE OLUŞTUR
Altı parçadan beşini kullanarak bir kare oluşturunuz.

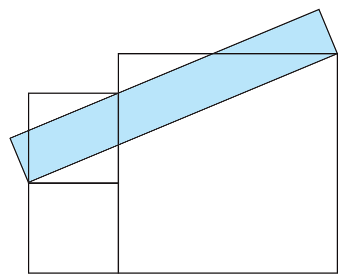


SAYI OLUŞTUR
Öyle sayılar oluşturunuz ki;

-Her rakamı solundaki rakamdan büyük olsun.
-7, 8 ve 9 rakamları hiç kullanılmasın.

Bu özelliğe sahip en fazla kaç sayı oluşturabilirsiniz?
(Bu özelliğe sahip en küçük sayı 12, en büyük sayı ise 123456'dır.)

ÜÇ KARE BİR DİKDÖRTGEN
Üç karenin olduğu bir şekle mavi renkle gösterilen dikdörtgen çizilmiştir. Küçük karelerin alanı birer birim kare olduğuna göre dikdörtgenin alanını bulunuz.

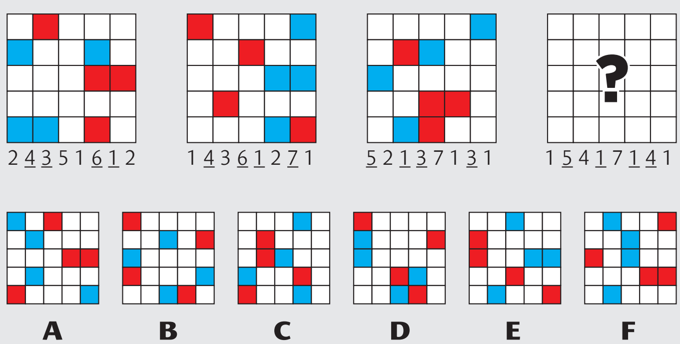


SPORCU SINIF
Bir sınıftaki öğrencilerin en az %81'i futbol, en az %82'si basketbol, en az %83'ü voleybol, en az %84'ü hentbol ve en az %85'i tenis oynamaktadır.
Bu sınıftaki öğrencilerin en az yüzde kaçı bu beş sporun tamamını yapmaktadır?

SU ŞİŞELERİ
Birer litrelik iki su şişesinden biri dolu diğeri boştur.
Her adımda aşağıdaki kurala göre bir şişeden diğerine su boşaltılmaktadır.

►Birinci adımda birinci şişedeki suyun 1/2'sini ikinci şişeye boşalt,
►İkinci adımda ikinci şişedeki suyun 1/3'ünü birinci şişeye boşalt,
►Üçüncü adımda birinci şişedeki suyun 1/4'ünü ikinci şişeye boşalt,
►Dördüncü adımda ikinci şişedeki suyun 1/5'ini birinci şişeye boşalt,
►...
Bu kurala göre devam edildiğinde 99. ve 100. adımlarda şişelerdeki su miktarlarını bulunuz.

SORU İŞARETİ
Soru işaretinin yerine aşağıdakilerden hangisi gelecek?



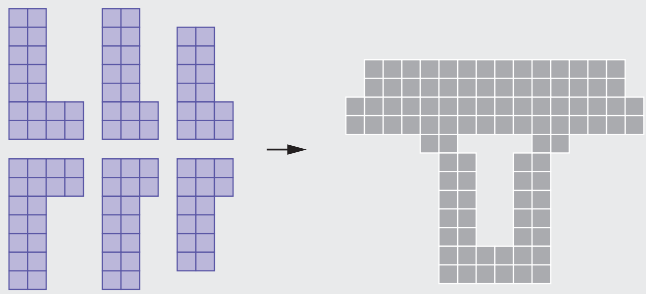
ALTI BASAMAKLI SAYI

Altı basamaklı bir sayının her rakamı farklıdır ve yan yana bulunan tüm rakam çiftlerinin toplamı 10'dan büyük, 14'ten küçüktür.

Bu koşullara uyan kaç sayı vardır?

ALTI "L"

Altı "L" parçasını bir araya getirerek sağdaki şekli elde ediniz. Parçalar döndürülebilir ve ters çevrilebilir.



GEÇEN SAYININ ÇÖZÜMLERİ

DÖRTGENLERİ SAY

Bu özeliğe sahip dörtgenlerin sayısı 200'dür.

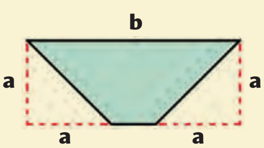
Boyut	Adet	Boyut	Adet
1x1	32	3x5	12
1x3	24	5x3	12
3x1	24	3x7	6
1x5	16	7x3	6
5x1	16	5x5	8
1x7	8	5x7	4
7x1	8	7x5	4
3x3	18	7x7	2
		Toplam	200

FUTBOLCULAR

495 farklı biçimde oluşabilir.
Kaptan 11 farklı biçimde seçilebilir. Geriye kalan 10 kişiden iki kişilik gruplar ise C(10,2) biçimde seçilir.
11xC(10,2)=495

KATLANAN KÂĞIT

36 birim kare.



$ab - a^2 = 20$
$a(b - a) = 20$
Bu eşitliği sağlayan a,b değerleri:
(1,21), (2,12), (4,9), (5,9), (10,12), (20,21) a ve b'nin kare sayılar olduğu verildiği için
a=4, b=9
ab=36 birim kare

ALTI SAYI

57, 59, 65, 75, 85 ,95

TEK SAYILAR

33300
1, 3, 5, 7, 9 rakamları kullanarak elde edilen ve her rakamı farklı olan 3 basamaklı sayıların adedi 5x4x3=60'tır. Her basamakta her rakam 12 kez kullanılacağı için 12x(1+3+5+7+9)=300 toplamı elde edilir.

1'ler basamağında 300, 10'lar basamağında 10x300=3000, 100'ler basamağında 100x300=30000 elde edileceği için toplam 300+3000+30000=33300 bulunur.

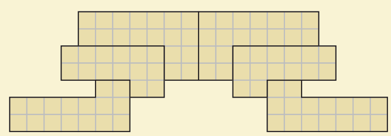
DÖRTGEN SAYISI

86 adet dörtgen sayılabilir.

YAŞLAR

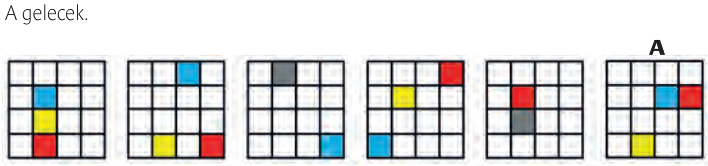
4, 10 ve 16 yaşındalar.
Kardeşlerin yaşlarını küçükten büyüğe doğru a, b, c olarak adlandırarak,
a+b+c=30
3(a+2)=c+2
2(b-2)=a-2+c-2
denklemleri çözülür ve sonuç elde edilir.

ALTI "L"



SORU İŞARETİ

A gelecek.

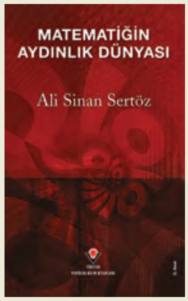


Renkler aşağıda açıklanan biçimde ileriye ve geriye doğru hareket ediyor.
İleri hareket: Sağa doğru, sütün bitince aşağı satıra. Satır bitince en üst satıra.
Geri hareket: Sola doğru, sütün bitince yukarı satıra. Satır bitince en alt satıra.
Kırmızı ileriye doğru 2'şer adım atıyor. Sarı ileriye doğru 4'er adım atıyor. Mavi geriye doğru 3'er adım atıyor.Birden fazla renk üst üste geldiği zaman karenin rengi gri oluyor.

Yayın Dünyası

İlay Çelik Sezer [*TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Matematiğin Aydınlık Dünyası



Ali Sinan Sertöz

TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları,
Yetişkin Kitaplığı, 2021 (33. Basım)

Matematik, akademisyenlerin loş koridorlarda birbirlerinin kulağına fısıldadığı anlaşılmaz kavramlardan oluşan bilgiler yumağı değildir. Matematik, hayatı dolu dolu yaşamış insanların sevinçleri, üzüntüleri, başarı ve yenilgileriyle oluşturdukları bir insanlık macerasıdır. Bu kitapta, bir kısmı ülkemiz topraklarında geçen bu büyük insanlık macerasının öyküsünü bulacaksınız.

Matematik Her Yerde: Uzun Bekleyiş

Annie Cobb

Çeviri: Tuba Öngün

TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları,
7 yaş +, 2021 (2. Basım)

Can ile Kerem, Macera Gezegeni Parkı'na varır varmaz doğruca Kozmik Böcek'e binmeye gittiler. Ama kendilerini çok uzun bir sıranın sonunda buldular. Acaba ne kadar beklemeleri gerekecek? Peki lunaparkta binecekleri oyuncak, bu kadar beklemeye değecek kadar eğlenceli mi? "Matematik Her Yerde" serisi eğlenceli resim ve öyküleriyle çocukların okulda öğrendikleri matematik ile gündelik hayatları arasında ilişki kurmalarına yardımcı oluyor. Her öykü tek bir matematik kavramına odaklanıyor, çocuklara matematiği hayatlarında nasıl kullanacaklarını gösteriyor ve çocukların okuma becerisinin gelişmesine katkıda bulunuyor.

Göklerin Matematiği - Unutulmuş Sanat, Küresel Trigonometri

Glen Van Brummelen

Çeviri: Bilge Tanrıseven

TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları,
Yetişkin Kitaplığı, 2021 (1. Basım)

Bir zamanlar küresel trigonometri, gök biliminin ve açık deniz navigasyonunun kalbiydi. Bu durum önemini iki bin yıl boyunca sürdürdü, yüzyıllar boyunca da matematik eğitiminin temel dayanağı oldu. Küresel trigonometrinin güzelliğini, zarif ispatlar ve şaşırtıcı sonuçlarla okurlara sunan *Göklerin Matematiği*, bir taraftan küresel trigonometri tarihinin izlerini sürerken diğer taraftan köklü kültürlerin bu sanatı nasıl kullandığını da gözler önüne seriyor. Bu kitapla göksel navigasyon, çokyüzlüler, stereografik izdüşüm ve daha fazlasını keşfedebilirsiniz. Bölüm sonlarında, 18. yüzyıldan 20. yüzyıla kadar ders kitaplarında kullanılmış alıştırmalar matematik meraklılarını bekliyor.

Doğayı Keşfedin - Yıl Boyu Bilim

Sally Hewitt

Çeviri: Celâl Demirel

TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları,
7 yaş +, 2021 (2. Basım)

Yıl Boyu Bilim ile genç bilim insanları, doğanın yıl boyu değişen dünyasına eğlenceli bir adım atıyor. Ayrıca, bu kitaptaki kolay projelerle, şifalı bitkiler ve ayçiçeği dikecek, bir hayvan barınağı yapacak ve kendi küçük müzelerini kuracaklar. Bu kitabı okuyan genç bilim insanları, bitki ve hayvanların yaşamlarını daha iyi kavrayacaklar. Kitabın içeriği; okuma becerisini geliştiren anlatımı, adım adım açıklanan projeleri ve anahtar kelimeleri bulabileceğiniz etkileşimli sözlüğüyle destekleniyor.