

Bir Buluşum Var

Merhaba;

Ben Karadeniz Teknik Üniversitesi, Tıp Fakültesi 1.sınıf öğrencisiyim.

Doğal sayıların kareleri arasındaki farkı inceleyen bir çalışmam var. İlk önce karesini alacağım sayıları bir doğru üzerine yazalım.

1	2	3	4	5	6	7	8	...
---	---	---	---	---	---	---	---	-----

Şimdi de bu sayıların altına karelerini yazalım.

Sayılar	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Kareleri	1	4	9	16	25	36	49	64	...

Kareler arasındaki farka dikkat edelim. 1,3,5,7...diye gidiyor. Bunu şeklimizde gösterelim:

Sayılar	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Kareleri	1	4	9	16	25	36	49	64	...
Aradaki Fark		3	5	7	9	11	13	15	

Ardışık iki doğal sayının kareleri farkı, o iki doğal sayının toplamına eşittir. Bunu da şeklimizde gösterelim:

Aradışık Toplam		3	5	7	9	11	13	15	
Sayılar	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Kareleri	1	4	9	16	25	36	49	64	...
Aradaki Fark		3	5	7	9	11	13	15	

Görüldüğü gibi farklar, toplamlara eşit. Farklar 1,3,5... diye gidiyor. Peki 1 ve 3 arasında uzanan 2; 3 ve 5 arasında uzanan 4 sayıları da şeklimizde olsaydı hiç de fena olmazdı değil mi? Şekil üzerinde şansımızı biraz daha zorlarsak en alttaki seriyi 1,2,3,4,5,6... haline dönüştürebiliriz. Bunun için şeklimizin biraz daha büyümesi gerekiyor. Çünkü şimdi doğal sayıların karelerinden başka, ardışık 2 doğal sayının tam ortasındaki virgüllü sayı değerlerinin kareleri arasında da ilişki kuracağız. Yani, 0,5-1,5-2,5-3,5... gibi sayıların karelerini de şeklimize ekleyeceğiz.

Aradışık Toplam		1	2	3	4	5	6	7	
Sayılar	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Kareleri	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16
Aradaki Fark		1	2	3	4	5	6	7	

Şimdi de şeklimize baktığımızda en altta ve en üstte sayma sayıları var. Alttakiler kareleri farkını, üsttekilerse sayıların toplamını veriyor.

Buradaki amacım; doğal sayıların ve onların tam ortalarındaki virgüllü değerlerin kareleri farklarının düzenli artışını, o sayıların toplamlarını da göz önünde bulundurarak ilginç bir şekilde insanlara açıklayabilmek. Saygılarımla

Murat Aydın

Herşeyden önce bir doktor adayı okurumuzun matematikle böylesine yakından ilgilenmesi ve ilginç bulgular ortaya çıkartması çok sevindirici. Bu yetenekli doktor adayımıza teşekkür ediyor, çalışmalarında ve tıp hayatında başarılar diliyoruz.

Oluşan sayı dizileri mektupta oldukça güzel açıklanmış. Üzerine daha fazla bir şey eklemeye gerek yok. Bizler öncelikle, bu dizilerin böyle ortaya

çıkmasının altında yatan temel faktörleri irdeleyeceğiz.

Ardışık iki doğal sayıyı n doğal sayı olmak üzere, şöyle ifade edebiliriz: n ve $n+1$

n den sonra sayılar şöyle dizilir:

$n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6...$

Sayıların kareleri de şu şekilde olur:

$n, (n+1)^2, (n+2)^2, (n+3)^2, (n+4)^2, (n+5)^2, (n+6)^2...$

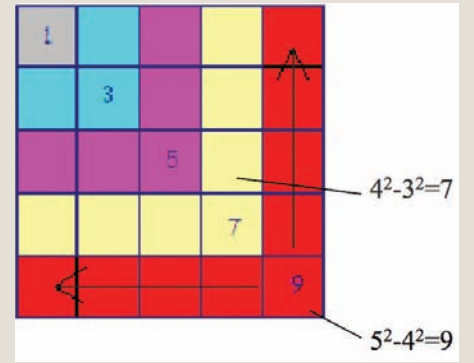
Önce arkadaşımızın önerdiği gibi, n ve $n+1$ toplamına bir bakın:

$$(n)+(n+1)=2n+1$$

Şimdi de ardışık kare farkına bir bakalın:

$$(n+1)^2 - n^2 = (n^2+2n+1) - n^2 = 2n+1$$

Her n için bu eşitlik sağlanacaktır. Eşitliğin durumunu çözdük. Bu dizinin tek sayı dizisiyle çalışmasını da ulaştığımız, tek sayıların genel terimi olan $2n+1$ sonucuyla açıklayabiliriz. Her doğal sayı için $2n+1$ ifadesini yazarsak tek sayı dizisiyle karşılarız. Murat arkadaşımızın keşfettiği, ancak ilk kez keşfedilmiş olmayan bu sonucun en popüler kullanımı, genellikle şu karelerle ifade edilir.



Okuyucumuzun ikinci ifadesini açıklamak için yine aynı işlemleri yineleyeceğiz. Bu sefer sayıları buçuklu:

$n + 0,5$ ve $n + 1,5$

Sayı dizimiz:

$n + 0,5; n+1,5; n+2,5; n+3,5; n+4,5...$

Sayıların kareleri:

$(n + 0,5)^2, (n+1,5)^2; (n+2,5)^2;$

$(n+3,5)^2; (n+4,5)^2;$

İlk iki sayının toplamı:

$$n + 0,5 + n + 1,5 = 2n+2$$

Ardışık kare farkı:

$$(n+1,5)^2 - (n + 0,5)^2 = 2n+2$$

Yine aynı. Üstelik bu sefer sonuç çift sayıları simgeliyor. Yani sonucu oluşturan sayılar 2, 4, 6 şeklinde olacak. Üstteki tek sayı dizisinin tam arasına girdiğinden, ortaya doğal sayı dizisi çıkacak.

Nilüfer Karadağ
karadagnilufer@yahoo.com

Eğer siz de kaydettiğiniz önemli bir bulgu olduğuna düşünüyorsanız dergimize gönderin ve onu sizin için değerlendirelim.
Adresimiz: TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi, Buluşumu Değerlendirin Köşesi, Atatürk Bulvarı No:221 Kavaklıdere-ANKARA