

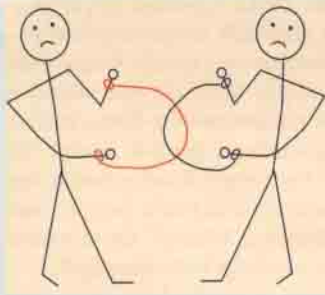
## Bilim Soruları

Doğan Çoker, İlhami Buğdaycı, Necdet Sağlam

### Matematik

#### Makas Kullanmayınız ve de Sinirlenmeyiniz!..

Bu soruyu size sorabilemiz için iki arkadaşınıza ve iki ip parçasına gereksinimiz var. Bu veriler varsa ipleri aşağıdaki gibi arkadaşlarınızın bileklerine bağlayınız:



Sorumuz çok basit: İplerin düğümlerini çözmeden ve makas kullanmadan arkadaşlarınızı ipten nasıl kurtarırsınız? (Arkadaşlarınız, hiç kuşkusuz kızmadan, size yardımcı olabilecekler mi acaba???) NOT: Bu soruyu çözerken yanınızda bir topolojist bulunursa çok iyi olabilir!

#### Olağandışı Bir Sayı

6-basamaklı öyle bir  $X = (x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$  doğal sayısı bulunuz ki; bu sayının 2, 3, 4, 5 ve 6 ile çarpımlarından her biri  $x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$  rakamlarının farklı bir sıralanışı olsun. NOT: Çözüm tektir!

#### Bölünebilmeler

Her bir  $n$  doğal sayısı için şunları kanıtlayınız:  
(a)  $35 \mid (3^{6n} - 2^{6n})$   
(b)  $120 \mid (n^5 - 5n^3 + 4n)$   
NOT:  $a \mid b$  demek  $a$ 'nın  $b$ 'yi tam olarak böldüğünü gösterir.

#### Sıfırları Sayar mısınız?

$n$  doğal sayısının faktöriyelini  $n! = n(n-1) \dots 1$  diye tanımladığımızı anımsarsınız. Acaba 100! sayısının sağ yanında kaç tane sıfır vardır? NOT: 100! sayısını bulmaya kalkmazsınız sanırım!

### Onlar ve Onbirler

$11^{10} - 1$  sayısının  $100^6$  tam olarak bölünebildiğini kanıtlayınız.

#### Tamsayısal Denklemlerle Aranız Nasıl?

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1, x, y, z \in \mathbb{N}$$

koşullarını sağlayan  $x, y, z$  doğal sayılarını bulunuz.

#### Tümevarımla Eşitsizliklerin Kanıtı

(a) Her  $n \geq 1$  tamsayısı ve  $k \leq n$  eşitsizliğini sağlayan her  $k \geq 1$  tamsayısı için

$$1 + \frac{k}{n} + \binom{n-1}{k} < 1 + \frac{k}{n} + \frac{k^2}{n^2}$$

olduğunu gösteriniz.

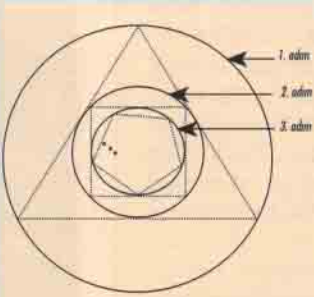
(b) Her  $n \geq 1$  tamsayısı için

$$2 \cdot \binom{n}{k} < 3^n$$

olduğunu kanıtlayınız.

#### İç içe Geçmiş Şekiller

Önce 1 birim yarıçaplı bir çember çizin, bunun içine bir düzgün üçgen (yani bir eşkenar üçgen), bunun içine bir çember, bunun içine bir düzgün dörtgen (yani bir kare), bunun içine bir çember, bunun içine bir düzgün beşgen, ... diye çizimlerinizi sürdürün.



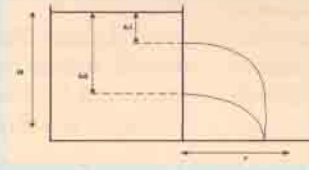
Sizden istediğimiz şey yukarıda anlattığımız işlemi ardarda yinelediğinizde  $n$ . adımda oluşan çemberin yarıçapını bulmanızdır. Ayrıca, bu yarıçapı  $R_n$  ile gösterecek olursak,  $n \rightarrow \infty$  iken  $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n$  limiti sizce sıfır olur mu?

### Fizik

1)  $H$  yüksekliğinde su dolu bir deponun su seviyesinden  $h_1$  kadar aşağıda küçük bir delik açılıyor:

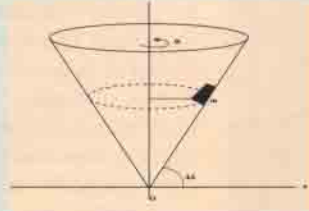
a) Suyun delikten çıkarkenki hızını ve suyun yere düştüğü noktanın deponun duvarından olan uzaklığını bulunuz.

b) Aynı depoda su seviyesinden itibaren başka bir seviyede ikinci bir delik açılarak suyun aynı noktaya akıtılması mümkün müdür? Bu deliğin su seviyesinden ne kadar aşağıda olması gerekir? (h2) (1969-1970).



2) Yeryüzünden sabit hızla uzaklaşan bir astronot elindeki bir sarkacın periyodunun, deniz düzeyindeki periyodunun 2 katı olduğunu görüyor. Astronotun deniz seviyesinden yüksekliğini yer yarıçapı cinsinden bulunuz?

3) Şekildeki gibi yatayla  $45^\circ$  açı yapan koni, Oy eksenine etrafında en az kaç rad/sn lik açısal hızla döndürülmelidir ki, Oy ekseninden 10 cm uzaktaki bir cisim aşağıya kaymadan dengede kalsın? Cisimle koni yüzeyi arasındaki sürtünme katsayısı  $k = 0.1$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sin 45 = \cos 45 = 0.7$  (1982-1983).



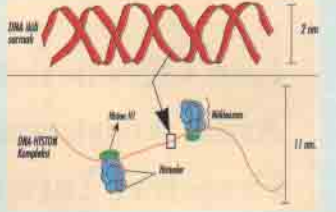
4) Dünya merkezinden  $x$  kadar uzaklıkta bulunan bir cisim serbest bırakılıyor. Cisim yeryüzüne geldiğinde hangi hızla sahiptir? Dünyanın kütlesi  $M$ , yarıçapı  $R$  ve genel çekim sabiti  $g$ 'dir. (1975-1976).

Kaynak  
TÜBİTAK Liselerarası Fizik Yarışması Soruları.

### Biyoloji

1. Elimizde türünü bilmediğimiz iki bakterimiz vardır. Yapılan DNA analizleri sonucu birinde %16, diğesinde %34 oranında ADENİN olduğu saptanmıştır. Acaba iki bakterinin tüm baz oranlarını (A:T:G:C) bulabilir misiniz? Sonuçlarınıza göre hangisi  $68^\circ\text{C}$ ' de yaşayabilir? Neden?

2. Histonlar sadece eukaryotik canlıların DNA'sında bulunan proteinler olup izoelektrik pH (pI)'ları:  $10.8^+$  dir. Sizce bu proteinlerin yapısında hangi asitler yer alır ve bu amino asitlerin özelliği nedir? DNA molekülleri ile ne tip bağ yaparak DNA-HISTON kompleksi oluştururlar?



3. Kırmızı-yeşil renk körlüğü eşeye bağlı çekinik bir allel tarafından oluşturulan bir hastalıktır. Sizce renk körü bir adam, babası renk körü olan fakat normal gören bir kadınla evlenirse;

a) Bu çiftin renk körü kız çocuğuşahip olma olasılığı nedir? b) Yine ilk erkek çocuklarının renk körü olma olasılığı nedir? Olayı şematize ederseniz yanıtları kolayca görebilirsiniz.

4. Enzim çözeltileri ısıtıldıklarında zamana bağlı olarak katalitik aktivitelerini kaybederler. Bunun nedeni, enzimin doğal moleküler yapısının sıcaklık artışı ile bozulmasıdır. Heksokinaz enzim çözeltilisi  $45^\circ\text{C}$ ' de 12 dakika içinde %50 oranında aktivite kaybına uğrarken aynı çözelti içine substratın ilavesiyle aktivite kaybının %3 olduğu görülür. Sizce bunun nedeni nedir?