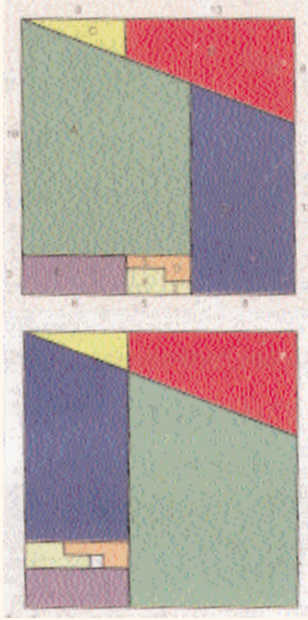


Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Fibonacci'nin Şaşırtıcı Karesi



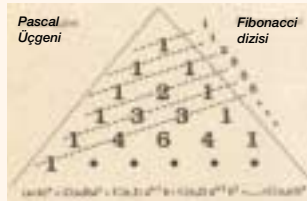
Fibonacci sayı dizisi şöyledir: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,... Her sayı kendinden önceki iki sayının toplamıdır. Üstte kenarı 21 olan bir kare görüyorsunuz. Kare 7 parçadan oluşmuş: *A, B, C, D, E, F* ve *G*. Parçaların kenarlarına uzunlukları yazılmış. Görüldüğü gibi uzunlukların herbiri bir Fibonacci sayısıdır. Alt şekilde *A, D, F* ve *G* parçaları, aynı ölçülerde kalmakla beraber, yer değiştirmiş... Şaşılabilecek şey: Üst şekilde olmayan küçük beyaz bir kare belirmiş. Söylenildiğine göre Matematik İlahları ve İlaheleri, pencereden bakıp şaşırın insanlara gülerlermiş. Nasıl oluyor bu iş?

İki Yerine Üç Ceset

O gece Lord Hastings Kimberley'in şatosunda cinayet işlenmişti. Villaya ustalıkla giren caniler, Lord'un iki konuğunu boğarak öldürmüşlerdi. Öldürülen bir baba-oğuldu. Caniler, cesetleri sessizce daha önce getirdikleri tabutlara koymuşlar, onları beraberlerinde getirdikleri cenaze arabasına yüklemişler ve son hızla uzaklaşmışlardı oradan. Olayın tek bir görgü tanı-

ğı vardı: şatonun en üst kulelerinden birinden cesetlerin tabutlara konulduğunu gören, fakat korkudan dili tutulduğu için bağırılmayan ve yerinde donup kalan yarım akıllı uşak Chester Lincoln. Olaya Sherlock Holmes el koydu. Uşak durmadan şu ifadeyi tekrarlıyordu: "Tabutların birinin içinde 1, diğerinin içinde 2 ölü vardı". Bu, 3 ölü yapıyordu; oysa ortadan kaybolan 2 kişiydi. Kimse buna bir çözüm bulamıyordu. Görgü tanığına inanmak zorundaydılar. Biraz geri zekâlı olsa da olayı yalnız o görmüştü ve ifadesini yeminlerle tekrarlıyordu. Acaba şatoya gece meçhul biri mi girmişti? Yoksa caniler üç kişiden birini mi vurmuşlardı? Dr. Watson'un kafası altüst olmuştu; bir yatıştırıcı hâpı yuttu. Holmes ise irili ufaklı pipolarını dizdiği sedef kutuyla oynuyordu. Birden ayağa kalktı ve "buldum" dedi. Holmes neyi bulmuştu?

Pascal Üçgeni Fibonacci Dizisi ve Binom Katsayıları



Pascal üçgeni şöyle elde edilir: Her sayı kuzeydoğu ve kuzeybatısındaki terimlerin toplamıdır; örneğin $3=1+2$, $4=1+3$, $6=3+3$ vb. Pascal üçgeninin yatay sıraları, binom (ikiterimli) parantezlerin *n*. kuvvetinin açılımlarındaki katsayılarıdır:

$$\begin{aligned}(a+b)^0 &= 1 \\ (a+b)^1 &= 1a+1b \\ (a+b)^2 &= 1a^2+2ab+1b^2 \\ (a+b)^3 &= 1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3\end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1\end{array}$$

Binom katsayıları şöyle de bulunur: Her katsayı *a*'nın üstüyle çarpılıp terim sırasına bölünerek bir sonraki terimin katsayısı elde edilir: $(a+b)^3=1a^3+((1.3)/1)a^2b+((3.2)/2)ab^2+((3.1)/3)b^3$. (Yani $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; *a*'nın üsleri 3, 2, 1, 0 ve *b*'nin üsleri 0, 1, 2, 3 olarak gider). Binom katsayılarının toplamı $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$ diye gider: $1=2^0, 1+1=2^1, 1+2+1=2^2, 1+3+3+1=2^3$ vb. Pascal üçgenindeki sayıları çapraz olarak toplarsak Fibonacci dizisini elde ederiz. 1, 1, 2, 3, 5, 8,... Her terim kendisinden önceki iki terimin toplamıdır. (Yaşayan Matematik, T. Pappas, s. 29, 1993).

Bu Formül Neye Yarıyor?

$(p-1)! + 1$ sayısı *p* ile kalsız bölünürse *p* nasıl bir sayıdır?

Pisagor Üçlüleri

Kenarlarının uzunluğu tam sayı olan dik üçgenlerin kenarlarına Pisagor üçlüleri denir. Örneğin 3, 4, 5 bir Pisagor üçlüsüdür. 3 bir üçgen sayı, 4 bir kare sayıdır ve ikisi için de $n=2$ dir. Üçgen sayı formülü: $n(n+1)/2$. Kare formülü: n^2 . $n=2$ için üçgen sayı $2.3/2=3$ ve kare sayı $2^2=4$. (Üçgen sayıların toplamı olan sayı *n*. üçgen sayıdır. $1, 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, 1+2+3+4+5=15, \dots$ gibi. Üçgen sayı denmesinin nedeni şudur: Her kenarı tam *n* dairenin yanyana getirilmesiyle oluşturulan bir eşkenar üçgen içindeki dairelerin sayısı *n*. üçgen sayıyı verir. Örneğin her kenarında 4 daire olan bir eşkenar üçgende 4. üçgen sayı kadar, yani $1+2+3+4=10$ daire vardır; en alt sırada 4, bir üstündeki sırada 3, bir sonraki sırada 2 ve tepede 1 daire bulunur). Sorumuz şu: 3, 4, 5'e benzer öyle bir Pisagor üçlüsü bulunuz ki kenarlardan biri

yine bir üçgen sayı ve biri de aynı dereceden bir kare olsun; yani hem üçgen sayı, hem de kare sayı için *n* aynı olsun.

Eşit Alanlı Diküçgenler

Alanları eşit 3 Pisagor üçgeninin (her kenarı tam sayı olan diküçgenler) kenarlarını bulunuz.

Sherlock Holmes ve Kasa

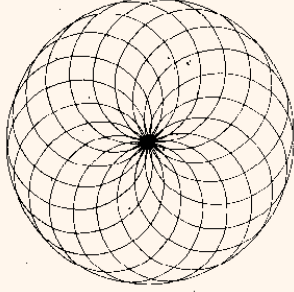
İş adamı Steiner Hard birinci kasesinin şifresini $x^3+y^3+z^3=81$ olarak saptamıştı (*x, y* ve *z* pozitif sayılar). İkinci kasesinin şifresi ise bu koşullarda $(x+y+z)$ ifadesinin alabileceği en büyük değerd. Bir gün iş adamı evde yokken ikinci kasa açılıp soyuldu. Yakalanan sarhoş bir şüpheli suçunu itiraf etti; ikinci kasa şifre olarak 19 rakamını vererek açmıştı. Holmes, ünlü piposundan halkalar savurarak ve Baker Street'de yanan havagazı lambalarının ışığında devleşen insan gölgelerine bakarak dostu Dr. Watson'a sordu: "Watson, bir hastalığın belirtileri diğerine çok benzerse ne olur?" Dr. Watson "Olan hastaya olur dostum. Teşhisin yanlış olma olasılığı artar". Holmes "Peki, ya doktor işinin kompetanı ise?" Dr. Watson "O zaman da olan hastalığa olur." Bundan sonra Holmes, Paris'te tatil yapmakta olan iş adamını bir sabikalıyla suç ortağı olarak kendi kasesini soydurup sigortadan para aldığı için tutuklattı. Bunu nasıl anlamıştı?

Bir Buluşma

Cin Ruhi ile Sonsuz Solen sonbaharın güzelliğini birlikte seyretmek için bir ormanda buluşmaya karar verdiler. Ormanın karşıt kenarlarından girip düz bir yol üzerinde birbirlerine doğru yürüyeceklerdi. Ruhi saatte 3 km, Solen ise saatte 2 km hızla yürüyorlardı. Buluşmalarına 2 dakika kala dehşet verici bir fırtına başla-

di. Acaba bu sırada Ruhi ile Solen'in arasındaki uzaklık neydi? Koşarak birbirlerine kavuşabilirler miydi?

İlginc Eğriler



Bu Amerikalı matematikçi M.R.E. Moritz tarafından bulunmuş 38. dereceden bir süs eğrisidir. Polar denklemi:

$$\rho = \cos \frac{9}{10} \theta$$

Kartezyen denklemi:

$$\begin{aligned} R^9 (512R^5 - 1280R^4 + \\ 1120R^3 - 40R^2 + 50R - 1)^2 - \\ X^2 = 0 \\ R = x^2 + y^2 \\ X = x^9 - 3^6 x^7 y^2 + 126 x^5 y^4 - \\ 84 x^3 y^6 + 9 x y^8. \end{aligned}$$

Diküçgen ve Kare

Öyle bir diküçgen bulunuz ki alanı hesaplandığında elde edilen sayı bir kare olsun.

Kaç Tane Diküçgen

a) Verilen bir A doğal sayısı, kaç primitif Pisagor diküçgeninin kenarı olabilir? (Primitif diküçgenden kenarları aralarında asal olan, yani kenarlarının ortak bölüneni bulunmayan diküçgeni anlıyoruz). b) Kaç primitif ya da primitif olmayan Pisagor üçgeninin kenarı olabilir?

Hipotenüs'ün Esrarı

Her sayı bir Pisagor dik üçgeninin hipotenüsü olabilir mi, olamazsa hangi sayılar hipotenüs olabilir? Bir hipotenüs üzerine kaç Pisagor üçgeni (x, y ve z doğal sayılar olmak üzere $x^2 + y^2 = z^2$) çizilebilir?

Torbadaki Yılanlar

Bir torbada zehirli ya da zehirsiz bir yılan vardır. Torbaya zehirsiz bir yılan atıyorum. Şimdi torbada iki yılan var. Torbadan zehirsiz bir yılan ka-

çıyor. Torbada kalan yılanın zehirli olması olasılığı nedir?

Paralelkenar

Aynı düzlem üzerinde n paralel çizgi m paralel çizgiyi kesiyor. Toplam kaç paralelkenar oluşur?

Borel Paradoksu

1899'da ünlü Fransız matematikçi, filozof ve siyaset bilimcisi Emile Borel (1871-1956) kendi adıyla anılan şu ünlü paradoksu buldu. "Bir çember içine rastgele bir giriş çizilsin. Bu girişin uzunluğunun bu daire içine çizilen bir eşkenar üçgenin kenarından daha uzun olma olasılığı nedir?"

Mısır Piramidinin Esrarı



Mısır piramitlerinden biri özel bir hesaplama yapılmış. Piramidin üçgen biçimi yanal yüzleri şu ölçülere uymaktadır: En üst sırada 1 taş, ikinci sırada 2+3 taş, üçüncü sırada 4+5+6 taş, dördüncü sırada 7+8+9+10 taş... var. 100. sıradaki taş sayısı kadar yıl sonra, Firavun Tutankamon'un dirilip Mısır'a döneceğine inanılmıyormuş. Tutankamon kaç yıl sonra dirilebilir?

Zarif Eşitsizlikler

1) Negatif olmayan x_1, x_2, x_3 sayılarının toplamı 1 ise, kanıtlayınız ki:

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 \leq 1/3.$$

2) Negatif olmayan x_1, x_2, x_3 ve x_4 sayılarının toplamı 1 ise, kanıtlayınız ki

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 + x_4 x_1 \leq 1/4$$

Şah ve At

Bir satranç tahtasında iki at var. Bu atlardan birinin olduğu kareden diğerinin olduğu kareye tam 4 sıçrayışta varılıyor. Bir şah, bu atlardan birinin olduğu kareden diğerinin olduğu kareye en az kaç hamlede gider? (İyi düşünün!).

Hangi Sayı Gelmeli?

Buradaki soru işareti yerine hangi sayı gelmelidir:

			1						
		1	3	1					
	1	5	5	1					
1	7	13	7	1					
1	9	25	25	9	1				
1	11	?	63	?	11	1			

b) 1 ; 2 ; 6 ; 12 ; 60 ; 60 ; 420 ; 840 ; ?

c) 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 31 ; ?

d) 1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; 312211 ; 13112221 ; 1113213211 ; ?

e) 0 ; 01 ; 0110 ; 01101001 ; 0110100110010110 ; ?

Keşiş Suçlu Mu?

Ortaçağda bir manastırda bir keşiş canı sıkılınca sık sık şarap mahzenine iniyor ve şarap içiyordu. Başkeşiş olayı öğrenince keşişe ne kadar şarap içtiğini sordu. Keşiş şöyle cevap verdi: "Mahzende 100 litrelik bir şarap fıçısı vardı ve tarih 1 Haziran 1250 idi. Ben 1 Haziran'dan 30 Haziran 1250 akşamına kadar her gün 1 litre şarap içtim. Ama ne kadar şarap içtiğimi bilmiyorum. Siz bana söyler misiniz?" Başkeşiş fena halde kızdı: "Vay küstah! Beni imtihan mı ediyorsun? Tabii ki 30 litre." Keşiş "Hayır, hayır" dedi; "ben içtiğim her litre şarap yerine fıçıya 1 litre su koyuyordum". Başkeşiş sıkıntıdan kafasını kaşdı; iş çatallanmıştı. Bu hesabı dünyada yapamazdı. Buna rağmen kuralı açıkladı: "1 ayda 25 litre şarap içmeye hakkın var. Eğer 25 litreden fazla şarap içmişsen suçlu sayılacak ve yargılanacaksın". Keşiş kaç litre şarap içmişti?

Bavula Sığmayan Olta

Cin Ruhi tatilde balık tutmak için Fransa'nın Atlantik kıyısındaki güzel balıkçı köyü Marienbad'a gitti. Ancak dönüşte bir sorunla karşılaştı. Fransa Demiryolları, 3 metreden uzun hiçbir eşyayı kabul etmiyordu. Ruhi'nin olta ise 4 metre boyundaydı. Cin Ruhi aldırmadı; çarşıya gidip bir dükkâncıyla biraz bir şeyler konuştu. Sonra oltasını kırma-

dan ve bükmeden bagaja verip kompartmana kuruldu. Bunu nasıl başarmıştı?

Yer Değiştirme

Sınıfta 28 öğrenci var. Öğrenciler 14 sırada ikişer ikişer oturuyorlar. Öğretmen her ayın ilk günü öğrencilerin yerini değiştiriyor; öyle ki hiçbir öğrenci daha önce oturduğu eşle birlikte oturmuyor. Böyle bir yer değiştirme en çok kaç ay sürebilir?

Şeytanın Küpü

Şeytan özel bir küp yaptı. Bu küpün on iki kenarından herbirine farklı bir tamsayı yazdı. Bu küpün şu iki özelliği vardı: a) Sekiz köşenin herbirinde, o köşeye gelen üç kenarın toplamı aynıydı. b) Altı kare yüzün herbirinde dört kenarın toplamı aynıydı. Kenarlara yazılmış en küçük sayıları bulunuz.

Evin Numarası



Cin Ruhi ve Deli Ruhiye nasılsa aynı binada farklı dairelerde yaşıyorlar. Ruhi, daire numarasını soran Ruhiye'ye şu yanıtı verdi: "İki haneli ab gibi bir sayı. a ile b 'nin toplamına a ile b 'nin farkının karesini eklersen yine ab 'yi elde ediyorsun. Bil bakalım ben kaç numaradayım?" Cevabı Deli Ruhiye'den önce Kafaboş verince Ruhiye ağlamaya başladı. Cin Ruhi ona Bilim ve Teknik'in son sayısını hediye edince ağlamayı kesti.

Dört Nokta

Bir düzlemde A, B, C ve D noktaları verilmiş. Kenarları bu noktalardan geçen dikdörtgenlerin merkezlerinin geometrik yerlerini bulunuz.

