



Kilometre Taşları



A ve B şehirleri arasında yolcu taşıyan iki otobüs farklı şehirlerden aynı anda birbirlerine doğru yola çıkarlar. A şehrinde hareket eden otobüsün hızı 5V iken B şehrinde hareket eden otobüsün hızı 4V'dir. Yol boyunca her kilometreye bir kilometre taşı yerleştirilmiştir ancak sıfırıncı kilometre taşı A ve B şehirleri dışında başka bir şehirde bulunmaktadır. Otobüslerin ikinci karşılaşması 145. kilometre taşında, üçüncü karşılaşması ise 201. kilometre taşında gerçekleştiğine göre A ve B şehri arası kaç kilometredir? (otobüslerin şehirlere vardıklarında hiç oyalanmadan geri döndüklerini varsayıyoruz)

Gizem

İlk sayısını rasgele seçtiğimiz dört ardışık tamsayıyı önce birbirleri ile çarpalım ardından çıkan sonuca 1 ekleyelim. İlginç bir şekilde bu işlem sonucunda her zaman bir kare sayı elde ederiz. Örneğin $2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2$. Sizce bu matematiğin gizemlerinden bir tanesi mi yoksa anlamlı bir açıklaması var mıdır?

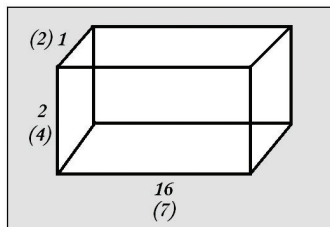
Geçen Ayın Çözümleri

Erik Savaşı

İlk paylaşımın ardından Homer'in H tane, Bart'ın B tane, Lisa'nın da L tane eriği olsun. Yağmalamadan sonra her birinin önündeki erik sayısı şu şekilde olacaktır: Homer = $2/3H + 1/5L$, Bart = $3/4B + 1/3H$, Lisa = $4/5L + 1/4B$. Hepsinin son durumda erik sayısının eşit olduğunu bildiğimize göre eşitlikleri kullanarak artık sonuca ulaşabiliriz: $H = 12$, $B = 8$, $L = 10$. (eşitlikten başka çözümler de elde edebilirsiniz.)

Baş Kahraman

Sorudaki dikdörtgenler prizmasının kenarları a, b ve c olsun. Prizmanın tüm yüzey alanları toplamının 100 olabilmesi için $ab + ac + bc = 50$ olmalıdır. Eşitliği çözmeden önce a, b



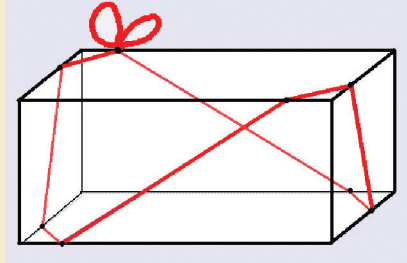
Ufuk Çizgisi

Deniz seviyesinden 25 metre yükseklikte bulunan bir fenere, muhteşem manzarayı izlemek için çıkan bir kişi ufuk çizgisini kaç kilometre uzaklıkta görür? (Dünya'nın yarıçapını 6367 kilometre olarak alabiliriz.)



Hediye Paketi

Kenar uzunlukları 20, 10 ve 5 cm olan bir hediye kutusu, kırmızı bir kurdele ile şekildeki gibi sarılmıştır. Kutuyu sıkıca saran bu kurdelenin yüzeye yaptığı açı, komşu yüzeye geçtiğinde değişmemektedir. Bu kurdelenin uzunluğunu bulabilir misiniz? (Tabi ki düğüm noktasındaki süsleme hariç)



ve c sayılarının bir tamsayı olduğunu hatırlatmakta fayda var. Bu koşulu göz önüne aldığımızda sadece iki çözüme ulaşabiliriz onlar da $a=1, b=2, c=16$ ve $a=2, b=4, c=7$ dir.

Mümkün mü?

Eşitliğin geçerliliği ancak $a = -c$ ve $b = d$ iken mümkündür. Tek çözümün olduğunu göstermek için eşitliği şu şekilde düzenleyelim: $(ad+bc) / bd = (a+c) / (b+d)$. İçler dışlar çarpımı sonucunda $ad^2 + b^2c = 0$ veya diğer bir gösterim şekliyle $ad^2 = -b^2c$ eşitliği elde edilir. a ile b ve c ile d'nin aralarında asal olduğu bilgisini kullanarak, elde ettiğimiz eşitlikte a'nın c'yi, c'nin de a'yı bölmesi ve işaretlerinin ters olması gerektiği bilgisine ulaşabiliriz. $a=-c$ 'yi bulduktan sonra $b=d$ eşitliğine de ulaşabiliriz.

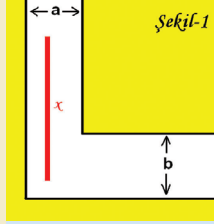
Faciaya Kanat Çırpamak

Öncelikle kuşun uçmaya başladığı zaman ile çarpışma anı arasında ne kadar süre olduğunu bulalım. Her iki trenin de hızı 10 m/sn olduğuna göre geçen süre = $1000 / (10+10) = 50$ saniyedir. Kuş her durumda 25 m/sn hızla uçtuğuna göre yapmamız gereken tek şey süre ile kuşun hızını çarpmaktır. Kuş, toplamda $50 * 25 = 1250$ m yol almıştır.

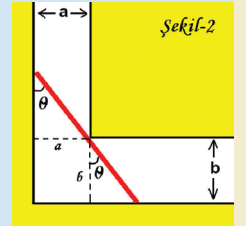
Matematiğin Şaşırtan Yüzü

Köşeden Geçer mi?

"Acaba Şekil-1'deki kırmızı çubuk, L biçimindeki koridorun köşesinden düzlemeye yatay olarak geçip yoluna devam edebilir mi?". Yazımızda, verilecek herhangi x, a ve b değerleri için bu ilginç sorunun cevabını arayacağız. Yapacağımız şey a ve b değerlerine göre köşeden geçebilecek en uzun çubuğun x uzunluğunu bulmak olacak. Bu değer altındaki çubuklar köşeden rahatlıkla geçebilirken değer üstündeki çubuklar köşeden geçemeyip takılacaklar.



Şimdi gelin Şekil-2'yi kullanarak çözüme ulaşmaya çalışalım. Öncelikle koridorun iki kenarına ve bir köşesine değen x uzunluğunu a



ve b cinsinden yazalım: $x = a / \sin\theta + b / \cos\theta$. Koridorun şekilindeki gibi üç noktaya değebilen sonsuz sayıda çubuk uzunluğu bulunabilir. Ancak bunların sadece en kısa olanı köşeyi dönebilecektir. O halde en kısa uzunluğu bulmak için x'in türevini sıfıra eşitleyelim:

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{-a \cdot \cos\theta}{\sin^2\theta} + \frac{b \cdot \sin\theta}{\cos^2\theta} = 0$$

Buradan $a \cdot \cos^3\theta = b \cdot \sin^3\theta$ eşitliği elde edilir. Demek ki koridora üç noktada değen en kısa çubuğun $\tan\theta$ değeri

$$\tan\theta = \sqrt[3]{a/b} \text{ dir.}$$

Şimdi birkaç trigonometrik eşitliği hatırlama zamanı: $\cos m = 1 / \sqrt{1+\tan^2 m}$ ve $\sin m = (\tan m) / \sqrt{1+\tan^2 m}$. Bu eşitlikleri kullanarak en başta bulduğumuz $x = a / \sin\theta + b / \cos\theta$ eşitliğini sadece a ve b bilinmeyenlerine bağlı hale getirelim. Önce $\sin\theta$ ve $\cos\theta$ yerine hemen üstte bulduğumuz tanjanta bağlı değerleri koyalım, ardından gördüğümüz her $\tan\theta$ 'yi $\tan\theta = \sqrt[3]{a/b}$ ile yer değiştirelim. Tüm bu işlemlerin sonucunda aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$x = \frac{a}{\sin\theta} + \frac{b}{\cos\theta} = \left(a^{2/3} + b^{2/3} \right)^{3/2}$$

İşte sonuca ulaştık! Koridorun köşesinden geçirebileceğimiz en uzun çubuğun uzunluğunun $(a^{2/3} + b^{2/3})^{3/2}$ olduğunu bulduk. Artık "bu çubuk bu köşeden geçer mi?" sorusuna gönül rahatlığıyla doğru cevabı vermenizi sağlayacak bir formülünüz var :)