Düşünmek ya da Düşünmemekte Direnmek

HABER SALIN BANA!

Dr. Herman AMATO

Çizgiler : **Ferruh DOĞAN**

Yıldırıcı üç harf.

Bu konuyu bu yazımızla kapatıyoruz. Artık bu seriye neden bu kadar önem verdiğimi, bu eğitimin yerleşmesi için neden bu kadar çaba harcadığımı açıklamanın zamanı geldi: Eşyalar ve insanlar hakkında karar verirken hep aynı küçük kutuyu kullanıyoruz: kafatasımızı ve içindeki beyni. Eşyalara uyguladığımız düşünce tarzı ile insanlara tatbik ettiğimiz düşünce tarzı farklı değildir. Düşünme kanunları birdir. Eğer tavla zarları gibi son derece basit cisimlerin davranışları hakkında yanlış düşünebiliyorsak, örneğin 2 zarın atılması ile 12 durumdan biri ortaya çıkar diyebiliyor ve bu sorunun doğru cevabının 36 olduğunu kolaylıkla kavrıyamıyorsak, bundan çok daha karışık olan insanlar hakkında hüküm ve karar verirken nasıl yanılabileceğimizi varın siz düşünün. Ben adalete inanırım. Adil olmak ancak iyi karar vermekle mümkündür. Karar verebilmek için ise doğru düşünmek lâzımdır. Doğru düşünmek ise güçtür. Alışkanlıklarımıza karşı bir çaba harcamadır. Eğer adil olmak istiyorsak bu güçlüğü yenmeliyiz. Eger bize karşı adil davranılmasını istiyorsak, başkalarının da bu güçlüğü yenmelerinde yardımcı olmalıyız.

Bu adalete evvelâ kendimizin kendi hakkımızdaki yanlış fikirleri ortadan kaldırmakla başlamalıyız. Bu yanlış fikirlerden biri, kendimize güvenemediğimiz için, bu konuyu ben hiç kavrıyamıyacağım diye bir endişeye kapılmaktır. Örneğin, verilen formüller size karışık gelmiş olabilir. En çok önem verdiğimiz formüllerde yalnız 3 harf vardır: n, r, p. Üç harfin anlamak o kadar korkunç bir şey olmasa gerek. Binom formülünde n deney adedidir. Bir zarı 3 defa atıyorsak 3 deney yapmış oluyoruz. Üç doğum yapılıyorsa gene deney adedi üçtür. 3 ampul seçiyorsak gene 3 deney yapıyoruz. Bütün bu ve buna benzer hallerde n, üçe eşittir.

r belirtilmiş olayın deneylerde çıkması istenilen adettir. Üç zar atışında iki defa 6 gelmesini istiyorsak r, 2 ye eşittir. 3 doğumdan ikisinin erkek olmasını istiyorsak r, ikiye eşittir. Üç ampulden ikisinin sağlam olmasını istiyorsak gene r, ikiye eşittir.

p ise belirtilmiş olayın ihtimalidir. Zar atışlarında 1/6, doğumlarda takriben 1/2 ve sağlam ampulde belki de 999/1000 (deneyle bulunmalıdır).

Bu harflerin kullanıldığı en önemli formül olan binom formülünün elde edilişini eski yazılarımızda verdiğimiz için tekrarlamıyoruz. Formüldeki ünlem ve üst işaretleri sizi korkutmamalıdır. Üst işareti bir sayının kaç defa kendi kendisiyle çarpılacağını, ünlem işareti ise 1'den başlıyarak ünlem işareti konulmuş sayıya kadar olan sayıların birbirleriyle çarpılacağını gösterir. Binom formülü, örnegin, zarla 3 atışta 2 defa 1 elde etme ihtimalini hesaplamıya imkân verir.

Seçim ile ilgili formüller. Seçimle ilgili formüllerden biri (n!/ r!(n-r!) binom formülünün bir kısmını teşkil eder. Bu seçim formülü tek başına kullanılırsa, n, seçim yapılabilecek unsurların adedinin yerini tutar. Örneğin 10 kız içerisinden 2 sini çeşitli şekillerde seçeceğiz. Bu örnekte n, 10'a eşittir. r ise, her seferinde kaç seçim yapabileceğimizi gösterir. Bu örnekte r, 2 ye eşittir. Bu formülü kullanmakla 10 içerisinden 2'li seçimlerin kaç farklı şekilde yapılabileceğini buluruz. Yerine koyarsak :

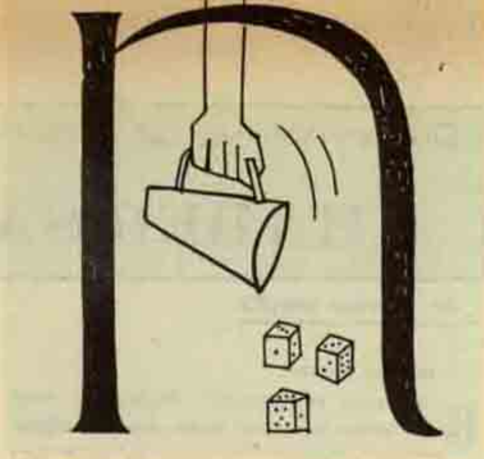
$$10!/2!(10-2)! = 10!/(2!X8!) = 45$$

Demek ki 10 içerisinden 2'li seçimleri 45 değişik şekilde yapıyoruz. Sizleri yabancı isimlerle ürkütmemek için bu formüle seçim formülü demiştik. Bunun gerçek ismi kombinasyon formülüdür.

Diğer bir seçim formülü vardı ki, yalnız seçilen unsurlara önem vermekle kalmıyor, o unsurların sıralanışına da önem veriyordu. Yukardaki formülden farkı paydada r! çarpanının bulunmamasıydı. Bu formüle permütasyon formülü adı verilir. Bu konu ile ilgili başka kitaplar okuyasınız diye bu isimleri verdim.

Eğer öğreminizi formülsüz yapmak istiyorsanız cevaplandırmanız gereken sorular. Öğreminizi formülsüz yapmak istiyorsanız, şu sorulara cevap

Şekil 1. n, deney adedidir. Her seferinde 3 zar atıyorsak (veya bir zarı 3 defa atıyorsak) n=3 tür.



vermiye çalışın :

1) Temel sayı nedir?

2) Basamak nedir? (sayılarda)

3) Değişik sayı sistemleri nelerdir?

4) Basamak adedi verildiği takdirde herhangi bir sayı sistemi ile kaç farklı sayı yazılabileceği nasıl hesaplanır? (Örneğin, bildiğimiz 10 temel sayıya dayanan adi sayılarla 3 basamak kullanarak 1000 değişik sayı yazılabiliyor, niçin?).

5) Belirtilmiş olayı sayılarla ifade etsek, kullandıgımız sayı sistemiyle belirtilmiş olaya uyan kaç değişik sayı yazabiliriz? (Örneğin, ilgilendiğimiz olay kız doğumu olsa ve 5 doğumda 2 kız doğmasını istesek, kızlar 1 (bir) ve oğlanlar 0 (sıfır) ile gösterilse, 11000 belirtilmiş olaya uyan sayılardan biridir. 5 doğum, sırasıyle bu şekilde cereyan etmiştir: kız (1) - kız (1) - oğlan (0) - oğlan (0) - oğlan (0). Belirtilmiş olaya uyan diğer bir sayı da 10001'dir. Başta ve sonda kızlar, ortalarda erkekler doğmuştur. Her iki halde de 5 doğumda iki kız doğmuştur. İkili sayı sistemiyle bunun gibi kaç degişik sayı yazabiliriz? Bunu hesaplamanın yolu nedir? Çarpma kaidesi ve seçim formülü neden bu hesaplarda kullanılır).

6) Aranan ihtimâl nedir? (Sayı sistemleri yolu ile çözüm yapmak istiyorsak verilen basamak (veya deney) adedi ile yazılabilen belirtilmiş olaya uyan sayıların (numaraların) bu basamaklarla yazılabilecek bütün sayılara (numaralara) oranı).

Bu soruları ve cevaplarını iyice kavrarsanız yazılarda anlamadığınız birşey kalmıyacak. O zaman da «Bunlar bu kadar basit mi idi?» diye şaşıp kalacaksınız.

Eğer bir problemi çözmekte güçlük çekiyorsanız. Güçlükle karşılaştığınız hallerde o problemdeki sayılardan daha küçük sayılar kullanarak, çeşitli durumları açık şemalar halinde yazmıya alışın. Sonuca basit sayma ile varın. Bulduğunuz netice sizin kullandığınız formüle uyuyor mu? uymuyorsa formülü değiştirin. Zaten hepsi topu topu 6 tane. Bu yoldan gitmekle formül kullanma alışkanlığı kazanırsınız.

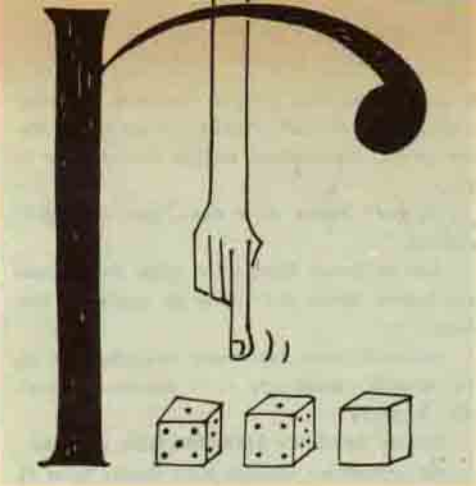
Kavramlara hakim olmak için elinizden yararlanın. Sayı sistemleri üzerinde düşünürken parmaklarınızdan yararlanın. Her el 5 temel sayılı bir basamağa karşılıktır. Parmaklarınıza 1 den 5 e kadar numaralar vererek iki elin yardımıyle nasıl 25 değişik sayı yazabileceğinizi tecrübe ile görün ve çarpma kaidesinin nedenlerini anlamıya çalışın. Sol elin birinci parmağının yanına sırasıyle sağ elin bütün parmaklarını birer birer getirin böylece iki basamaklı 5 sayı elde edersiniz. Aynı deneyi sol elin ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci parmakları için tekrarlayın. Her seferinde değişik 5 sayı elde edeceğiniz için sonuç iki basamaklı 25 sayı olur. Bu sonucu elinizi 2, 3 veya 15 parmaklı farzederek genelleştirin.

Konuyu kavradığınıza emin olmak için yazı serisindeki şekilleri gözden geçirin. Ferruh Dogan'ın şekilleri bütün anlatmak istediklerimizi özetlemiştir. Eğer şekillerin ve altındaki yazıların anlamlarını rahatlıkla kavrıyabiliyor ve bu kavramları çeşitli şekillerde uygulıyabiliyorsanız öğreniminiz tamamlandı demektir.

Peki bunların faydası ne? İnsan bir işi yapmak istemiyorsa, çok güzel bahaneler uydurabilir. Bu bahanelerden biri de bu işin pratik faydası olmadığıdır.

Eğer yazılara dikkat etmişseniz, bu düşünce tarzının spor toto dan tutun maddeleri ayırmıya varıncaya kadar nasıl kullanıldığına dair örnekler vermiş olduğumuzun farkına varacaksınız.

Dikkat etmişseniz bir ihtimal ilgilendiğimiz bir olayın, benzer olaylar dizisi içinde rastlanma sıklığı ile ilgili bir orantıdır. Rastlanma sıklığından nasıl yararlanılabileceğine birkaç örnek verelim. Eğer moda mecmuaları satmıya niyetli iseniz, kışlanın önünde mi beklersiniz yoksa kız okuluna yakın mı tezgâhınızı kurarsınız? Eğer dükkânınıza yalnız çocuklar uğruyorsa sattığınız ayakkabıların boyunu 40 numara mı seçersiniz yoksa daha küçüklerini mi? Eğer düşmnlarınızda başlıca avcı uçagı varsa, uçaksavarlarınızın avcı uçağına karşı mı yoksa bombardıman uçaklarına karşı mı etkili olmasına çalışırsınız? Bunlar kaba örneklerdir ve çabuk cevap verilebilir. Bunlardan daha inceleri vardır. Konserve kutularını seçerken



Şekil 2. r, belirtilmiş olayın adedir. 3 atışta 2 defa 1 gelmesini istiyorsak r=2 dir.

herbir markadan ne kadar almalıyım ki bakkal dükkânımın deposu boşuna işgal edilmesin ve bu süre içinde kârım en fazla olsun. Çok satış yapan bir mal az kâr getiriyorsa, az satış yapan bir mal çok kâr getiriyorsa bunların satılma sıklıkları hakkında bir oran hangisinden ne miktarda bulundurulması gerektiği hakkında fikir verebilir. Bunların pratik ve faydalı şeyler olduğunu kimse inkâr edemez. İlerde okuyacağınız kitaplar daha iyi fikir vereceği için bunlar üzerinde durmuyoruz.

Zar oyunlarında yüzlerin sayısı, rastlama sıklığı hakkında fikir veriyordu. Bu son verdiğimiz örneklerde ise rastlama sıklığı oranını evvelki deneyleri kaydederek buluruz, yani istatistik tutarız: İlgilendiğimiz olayın diğer benzer olaylar içinde rastlanma sıklığının oranını deneysel olarak ortaya çıkarırız.

Sorabileceğiniz bir soru. Bu notlar yazılırken pek de zannettiğiniz gibi her nokta sık elenip ince dokunulmadı. Örneğin, bir zarı atarken 6 elde etme ihtimali 1/6 dır; çünkü 6, yüzlerden biridir ve her yüzün karşımıza çıkma şansı eşittir diye düşünüyoruz. «Bu düşüncenin doğru oldugu ne malûm? Her yüzün karşımıza aynı sıklıkta çıktığı ne malûm?» diye sorabilirsiniz.

Ben de hiç de belli değil, diyeceğim. Bu hesaplar ideal zarlar için yapılmıştır. Gerçek zarlar için değil. Zar her yüzü aynı sıklıkta karşımıza çıkan bir cisimdir diye tarif ediyoruz ve düşüncelerimiz bu şekilde davranan zarlar için doğrudur Gerçek zarlar hileli olabilir, konan ağırlık yüzünden bir yüzü daha sık karşımıza çıkabilir; imalât hatası, atış hatası yapılabilir öyle ki aynı yüz daha sık karşımıza çıksın. Tam simetrik zarlarda iyice karıştırarak atış yaparsak, zarların davranışı tarif ettiğimiz ideal zarlara uyar.

O halde bir zar için her yüzü eşit sıklıkta karşımıza çıkar diyemiyorsak bu bilginin bize faydası ne?

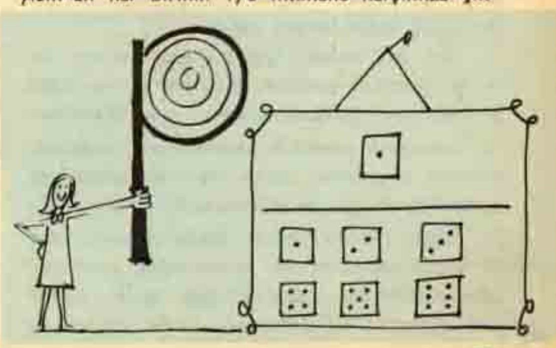
İdeal bir zarı iyice karıştırıp attıktan sonra 10 defa arka arkaya 6 elde etme ihtimâli zayıf bir ihtimaldir ($1/6^{10}$). Eğer böyle bir durumla sık sık karşılaşırsak zarın veya atışın ideal olmadığını anlar, bir hile aramak üzere olayı yakından inceleriz.

Tesadüfi oynamaların büyüklüğü hakkında bir fikrimiz olması, olayın tesadüfi mi yoksa bir sebebe mi dayandığı hakkında bize bir fikir verir ve eğer sapış tesadüfî sapıştan daha büyükse bizi sebep aramıya sevkeder.

İmâlat kontrol kartlarının esası da budur. Ölçü yaparken hep aynı sayıyla karşılaşmıyoruz: Rakamlar ortalamadan sapıyor. Bu sapış ne derece olmalı ve ne kadar tekrarlanmalıdır ki imalâtımızın hatalı olduğuna karar verelim? Eğer bir rakkam sık sık ortalamadan belirli bir miktardan (bu miktar hesaplanabilir) çok uzaklaşırsa bunun tesadüfi olmadığını anlar ve sebep aramıya koyuluruz.

Ortaya çıkması ihtimali az olan bir olayın hiç vuku bulmıyacakmış gibi varsayılması ihtimaller hesaplarının temel prensibidir. Bununla ilgili Emile Borel'in çok güzel yazıları vardır. İnsanlar ihtimali çok küçük olan olaylara haddinden fazla önem vermekle hayatlarını zorlaştırırlar. Örneğin birçok insanlar hiç olmıyacak hallerde kanser oldum korkusuna kapılır. Yapılacak iş ihtimali küçük olan hallerde önemsemeden gerekli muayeneleri yaptırmaktır. Çoğu zaman yanılmış oldukları anlaşılır.

Büyük sayılar kanunu. Zarların yüzlerinin sayısından her birinin 1/6 ihtimalle karşımıza çık-



Şekil 3. p, belirtilmiş olayın tek deneydeki ihtimalidir. Bir zar atışıyle 1 elde etme ihtimali 1/6, p ye eşittir. Zarın belirtilmiş yüz sayısının, bütün yüzlerinin sayısına oranı (n, r, p harfleri binom formülünde $\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$ $p^r\,(1-p)^{(n-r)}$ kullanılmaktadır).