

# Pierre Wantzel

Açıyı  
Üçe  
Böldürmeyen  
Adam

Prof. Dr. Ali Sinan Sertöz [ *Bilkent Üniversitesi - Fen Fakültesi - Matematik Bölümü*

Dergi ekibinden Emre'yle Mahir, boş zamanlarında üzerinde çalıştıkları zaman makinesini tamamlayınca ilk kez benim denememde ısrarcı oldular. O sıralar dergi editörleri de hep aynı şeyleri evirip çevirip yazdığımdan şikâyetçi olmaya başlamıştı. Emre'yle Mahir'in zaman makinesi yeni bir konu bulmam için bir fırsattı; geçmiş dönemlerde yaşamış bir matematikçiyi ziyaret edecek, çalışmalarını üzerine onunla röportaj yapacaktım. Yazımın daha da ilginç olması için çok önemli işler yapmış ama nedense adı çok duyulmamış birilerini bulmam gerekiyordu.

Akluma ilk gelen isim Pierre Laurent Wantzel oldu.

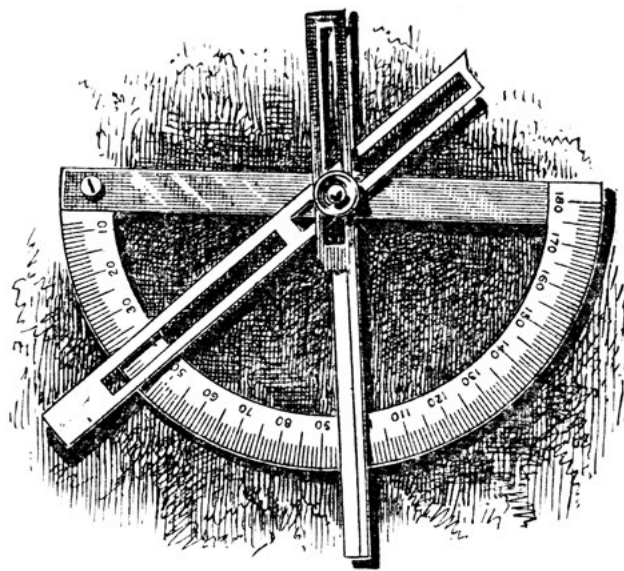
İki bin yıldır çözülemeyen bazı problemleri çözmüş ve büyük Gauss'un tamamlamadığı bir kanıtı tamamlamıştı. Ama adını bilen azdı. Wantzel'e hak ettiği tanınırlığı ben sağlayacaktım.

Yola çıkmadan önce Wantzel'in çalışmalarını derinlemesine inceledim. Adam, karşısında anlatacaklarını anlayacak birisi olduğunu hissetmeli ki konuşsun, bana da yazı malzemesi çıksun.

Makineye binerken Emre'ye

“beni 1837'den az sonraya gönderin” dedim ama o sırada Mahir makinenin çalışmayan bir ünitesini çalıştırmak için çekiçlemekle meşguldü.

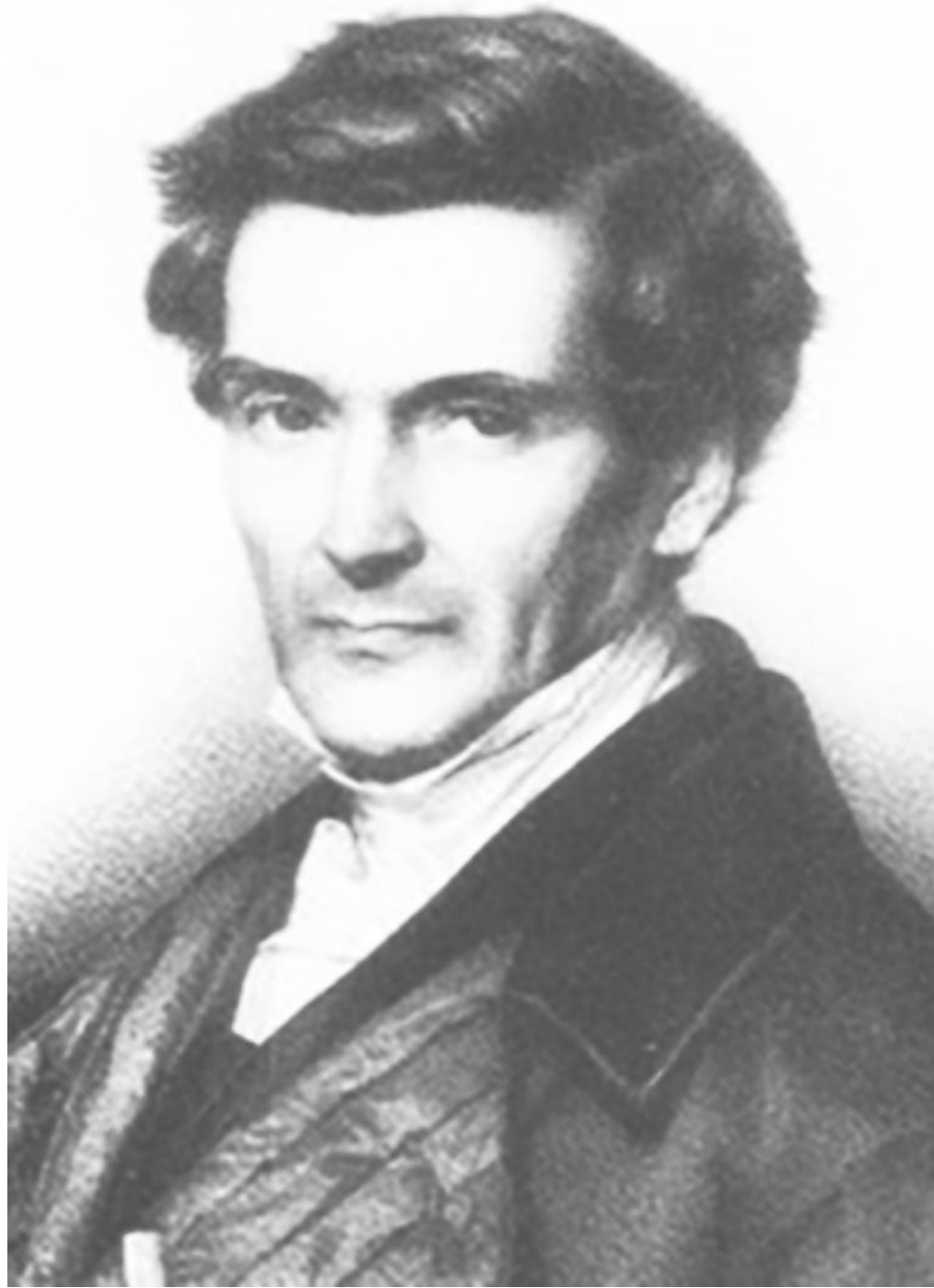
Beşinci boyuta geçerken makineden gelen gürültüler beni biraz ürküttüyse de, böylesi bir yazının getireceği şöhret karşılığında katlandığım zahmetin Faust'un ruhunu şeytana satmasının yanında sözünün dahi edilemeyeceğini düşünüp gözlerimi yumdum.



## Wantzel'in Yaptıkları

Matematikçiler Öklid'in kitabındaki tüm çizimlerin cetvel ve pergelle kullanılarak yapılmasından esinlenerek, her şeyi cetvel ve pergelle çizebilir miyiz sorusunu sordu. Özellikle gerçekleştirilmek istenen çizimler bir açının üçe bölünmesi, bir küpün hacminin iki katı hacimdeki küpün çizilmesi ve alanı bir dairenin alanına eşit olan bir kare çizilmesi problemleriydi.

Bu konular iki bin yıldır tatmin edici bir sonuca ulaştırılmamıştı. Bu çeşit çizimlerin muhtemelen yapılamayacağı düşünülüyordu ama bu yönde ikna edici bir kanıt yoktu. Wantzel, yalnızca cetvel ve pergelle kullanılarak bir açıyı üçe bölmenin ve bir küpü iki katına çıkarmanın mümkün olamayacağını kanıtladı. Bu konudaki makalesi çıktığında hâlâ öğrenciydi.



**Pierre Laurent Wantzel**, (1814-1848)

Dairenin kareye çevrilmesinin mümkün olmayacağı konusundaki yazı için ise zamanda daha ileriye gidip Lindeman'la görüşmem gerekecek. Şimdilik Wantzel'in yaptıklarına odaklanalım.

Wantzel o meşhur makalesinde Gauss'un yaptım dediği ama kanıtını göstermediği bir konuyu da sonuca bağladı. Öklid'in yaptığı gibi, yalnız

cetvel ve pergelle kullanarak düzgün yani eşkenar ve eşaçılı bir çokgen çizilebilir mi? Örneğin üç kenarlı ve dörtkenarlı düzgün çokgenleri, yani eşkenar üçgeni ve kareyi rahatlıkla çizebiliriz. Öklid de *Elemanlar*'da nasıl düzgün beşgen çizeceğimizi gösterir. Altıgen çizmek eline her pergelle alanın yaptığı bir iştir. Bu nereye kadar sürer. Düzgün bir yedigen çizebilir miyiz?

*Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas ;*

PAR M. L. WANTZEL,  
Élève-Ingénieur des Ponts-et-Chaussées.

## I.

Supposons qu'un problème de Géométrie puisse être résolu par des intersections de lignes droites et de circonférences de cercle : si l'on joint les points ainsi obtenus avec les centres des cercles et avec les points qui déterminent les droites on formera un enchaînement de triangles rectilignes dont les éléments pourront être calculés par les formules de la Trigonométrie ; d'ailleurs ces formules sont des équations algébriques qui ne renferment les côtés et les lignes trigonométriques des angles qu'au premier et au second degré ; ainsi l'inconnue principale du problème s'obtiendra par la résolution d'une série d'équations du second degré dont les coefficients seront fonctions rationnelles des données de la question et des racines des équations précédentes. D'après cela, pour reconnaître si la construction d'un problème de Géométrie peut s'effectuer avec la règle et le compas, il faut chercher s'il est possible de faire dépendre les racines de l'équation à laquelle il conduit de celles d'un système d'équations du second degré composées comme on vient de l'indiquer. Nous traiterons seulement ici le cas où l'équation du problème est algébrique.

## II.

Considérons la suite d'équations :

$$(A) \begin{cases} x_1^2 + Ax_1 + B = 0, & x_2^2 + A_1x_2 + B_1 = 0 \dots x_{n-1}^2 + A_{n-1}x_{n-1} + B_{n-1} = 0, \\ & x_n^2 + A_{n-1}x_n + B_{n-1} = 0, \end{cases}$$

dans lesquelles A et B représentent des fonctions rationnelles des quantités données  $p, q, r, \dots$  ;  $A_1$  et  $B_1$  des fonctions rationnelles de  $x_1, p, q, \dots$  ; et, en général,  $A_m$  et  $B_m$  des fonctions rationnelles de  $x_m, x_{m-1}, \dots, x_1, p, q, \dots$ .

Toute fonction rationnelle de  $x_m$  telle que  $A_m$  ou  $B_m$ , prend la forme  $\frac{C_{m-1}x_m + D_{m-1}}{E_{m-1}x_m + F_{m-1}}$  si l'on élimine les puissances de  $x_m$  supérieures à la pre-

Wantzel, yalnızca cetvel ve pergel kullanarak bir açığı üçe bölmenin ve bir küpü iki katına çıkarmanın mümkün olamayacağını kanıtladı.

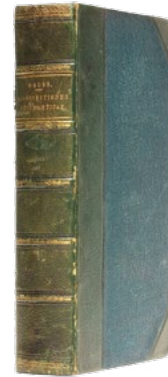
Bu konudaki makalesi çıktığında hâlâ öğrenciydi.

Wantzel'in her açının üçe bölünemeyeceğini kanıtladığı makalesi

Düzgün bir n-gen çizmek için gerek ve yeter şart nedir? Gauss yirmi bir yaşındayken yazdığı ve bugün hâlâ sayılar kuramının temel kitaplarından biri kabul edilen *Disquisitiones Arithmeticae* adlı kitabında bu soruya da değinir. Gauss'un dediğine göre eğer  $n$  sayısı yalnızca birbirinden farklı Fermat asallarına ve 2'ye bölünebiliyorsa, düzgün bir n-gen çizilebilir.

Ayrıca Gauss eğer düzgün bir n-gen çizilebiliyorsa,  $n$  sayısının yukarıda tarif edildiği şekilde olması gerektiğini de söyler ama kanıtını vermez.

Wantzel işte bu eksik kalmış kanıtı verir ve bu teorem bugün Gauss-Wantzel teoremi olarak anılır.



Gauss'un bugün hâlâ sayılar kuramının temel kitaplarından biri kabul edilen *Disquisitiones Arithmeticae* adlı kitabı



## Açıyı Üçe Bölmek

Açıyı üçe bölme probleminden söz etmeden önce derhal açıklığa kavuşturulması gereken bir konu var. İnsanoğlu “ah şu açığı üçe bir bölebilsem” kaygısı içinde değil. Matematikçiler uğraşıp duruyor ama beceremiyor da değil.

Bir açığı üçe bölmek çok kolaydır.

Önce iletkiyle kaç derece olduğunu ölçersiniz. Bu sayıyı üçe böler yine iletki üzerinde işaretlersiniz. Açı üçe bölünmüştür.

İletki kullanmadan sadece cetvel ve pergel kullanarak da her açığı üçe bölebilirsiniz. Üstelik bunu iki bin yıl önce Arşimet yapmıştı. Ana fikir yandaki şekilde açıkça görülüyor:



**Carl Friedrich Gauss,**  
(1777-1855)

**Pierre de Fermat,**  
(1607-1665)

## Gauss ve Fermat

Fermat eğer  $m$  sayısı 2'nin bir kuvvetiyse,  $2^m+1$  şeklinde yazılan her sayının asal olacağını iddia etmişti. Bu çeşit sayılara Fermat sayısı denir. Eğer  $m=2^k$  ise ve  $2^m+1$  sayısını  $F_k$  ile gösterirsek, ilk beş Fermat sayısı olan

$$F_0=3, F_1=5, F_2=17, F_3=257, F_4=65.537$$

gerçekten de asaldır. Ama altıncı Fermat sayısı asal değildir. Aslında yukarıdaki beş tanesi dışında asal olan başka bir Fermat sayısı henüz bulunmuş değil. Bulanın adı binlerce yıl “altıncı Fermat asalını bulan kişi” olarak anılacak. Adını ölümsüzler listesine eklemek isteyenlere duyurulur!

Eğer  $n$  sayısını 2'nin bir kuvveti ve yukarıdaki Fermat asalının her birini en fazla bir kere kullanarak oluşturacağımız çarpım olarak yazabilirsek, Gauss bize  $n$  tane kenarı olan düzgün çokgenin cetvel ve pergelle çizilebileceğini kanıtlar.

Ama eğer düzgün bir çokgen cetvel ve pergelle çizilebilirse,  $n$  sayısının yukarıda tanımlandığı şekilde olması gerektiğini Gauss sadece söyler, kanıtlamaz.

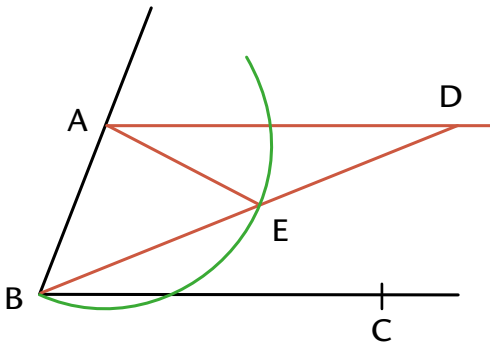
Bu kanıt Wantzel yirmi beş yaşında yazdığı o makalesinde verir.

## Wantzel Neden “Olmaz” Dedi?

Wantzel'in 1837'de yayımlanan makalesinde bir açığı üçe bölme problemi üçüncü dereceden bir polinomun köklerini bulma problemine indirgenir. Gerçekten de bir açının üçte birini çizilebilirse, o açığı dik bir üçgenin içine yerleştirerek o açının kosinüsüne eşit bir uzunluk çizilebilirsiniz. Oysa bir açının üçte birinin kosinüsü üçüncü derece bir denklemin köküdür.

Peki, bunun ne sakıncası var?

Eğer birim uzunlukta bir doğruyla çizimlerinizi yapmaya başlarsanız başka hangi uzunluktaki doğruları çizilebilirsiniz? Birimle başladığınıza göre pergelle bu birimi tekrarlayarak her tam sayı uzunluktaki doğru çizilir.



ABC açısını üçe bölmek istiyoruz. A noktasından BC doğrusuna paralel bir doğru çizin. A merkezli ve AB yarıçaplı çemberi çizin. Cetvelin üzerinde aralarındaki uzaklık AB yarıçapına eşit olacak E ve D noktalarını işaretleyin. Cetvelin kenarını B noktası üzerinde kaydırarak cetvelin üzerindeki E noktasının çember üzerinde, D noktasının da az önce çizdiğiniz paralel doğru üzerinde olmasını sağlayarak BED doğrusunu çizin. EBC açısı ABC açısının üçte biridir.

Burada cetvel üzerine işaret koymanıza izin verildi. Öklid kitabındaki hiçbir çizimde böyle “hileli” cetvel kullanmaz. Öyleyse problemde adı geçen cetvel yalnızca iki noktayı birleştirmekte kullanılacak, pergelle de yalnızca merkezi ve yarıçapı bilinen çemberleri çizmekte kullanılacak.

Bu şartlar altında da bir açıyı cetvel ve pergelle kullanarak yine üçe bölümlersiniz.

Cetvel ve pergelle kullanarak bir açıyı ikiye bölmek kolaydır. Yarısını da ikiye bölerek her açıyı dörde bölümlersiniz. Açının dörtte birini alın. Bunun üzerinde ve açıyı ikiye bölen çizgi arasında kalan dörtte birlik kısmı dörde bölüp yine altta kalan dörtte biri alın. Bunu sonsuz defa tekrarlayın.

Açıyı üçe böldünüz.

Sabrınız taşar gibi oldu. Kimin sonsuz vakti var ki!

Sonunda, bir açıyı işaretli bir cetvel ve pergelle sonlu sayıda işlem yaparak üçe bölülebilir miyiz sorusunun asıl soru olduğunda hemfikir olduk.

İşte yukarıda uzun uzun anlatılanlar “açıyı cetvel ve pergelle üçe bölme problemi” diye özetlenir.

Her kuşun eti yenmediği gibi her açı da cetvel ve pergelle üçe bölünmez.



Doğru çizmek için oluşturacağımız noktalar daha önce çizdiğimiz doğruların ve çemberlerin kesişim noktaları olacak. Bu noktaların koordinatları yalnızca ikinci derece denklem çözümleriyle ya da bu şekilde elde edilmiş yarıçaplı çemberlerin kesişmesiyle elde edilecek.

Bunun cebirsel anlamı, eğer bir uzunluk çizilebiliyorsa o uzunluk, derecesi 2'nin bir kuvveti olan bir polinomun kökü olacak demektir. İşte bu son cümle son derece makul olmasına rağmen ciddi bir kanıt gerektirir.

Wantzel'in makalesindeki asıl katkı bu ifadenin kanıtıdır.

Wantzel'in teoremiyle, üçte bir açının kosinüsünün sağlanması gereken denklem hakkındaki bilgilerimizi birleştirince şöyle bir sonuca varıyoruz.

Eğer bir açının üçte birinin kosinüsünün sağladığı üçüncü derece denklem, katsayılar rasyonel kalmak şartıyla ikinci derece bir denkleme bölünemiyorsa, o açı cetvel ve pergelle üçe bölünemez.

İki bin yıllık problemin çözümü, çözümün üzerinden yüz seksen yıl geçince işte bu kadar basit geliyor insana.

Wantzel bu sonuca ulaştığında yirmi beş yaşındaydı.

## Wantzel Bir Bilim Kahramanı mıdır?

Napolyon'un Moskova yürüyüşü dendiğinde gözümün önüne ayağına çarışını geçirip sırtına azığını alıp şansonlar söyleyerek yola koyulan

bir general gelir. Oysa sözü edilen yürüyüş yüz binlerce askeri, yıllar süren politik manevraları, bıçak sırtı ittifakları ve her gün, hatta her saat değişen koşullara göre yeniden alınan ve büyük sorumluluk taşıyan kararları içerir.

Bir tek bu yürüyüşü takip etmek ve aslında hayatın akışı içinde bu Moskova yürüyüşünün bir kahramanı olmadığını, her şeyin doğal seyirinde aktığını görmek için Tolstoy'un ölümsüz eseri *Savaş ve Barış*'i okumanız gerekebilir. Tarih kitapları bu denli ayrıntıya girmez. Tolstoy'un romanındaki kişilerin adlarını dahi aklımızda tutmak zorken bu yürüyüşe katılan her erin adını nasıl ve neden aklımızda tutalım?

Tarihi aktarırken kahramanlar yaratmak işimizi kolaylaştırır.

Açının üçe bölünemeyeceğini kanıtlayan ilk kişi olarak Wantzel'in adını verip geçmek de işimizi kolaylaştırıyor. Ama bilim tek başına ve durup dururken, kendiliğinden olmaz. Bilim bir ülkenin kültür birikiminin bir uzantısıdır. Wantzel o dönemde başka bir coğrafyada yaşayıyordu açının üçe bölünme problemi başka biri çözecekti muhtemelen. Wantzel doğru zamanda doğru yerde doğru insanlarla beraberdi. Bu da kahraman olmak için hiç de yeterli bir neden sayılmaz.

Bir açığı belli şartlar altında üçe bölme çabasında bir yaşam coşkusu görebilen bir kültürde yaşadı Wantzel. "Niye uğraşıyorsun bunlarla" sorusuna hiç muhatap olmadı.

Bazı problemlerin çözümünün olmayacağı ilk kez on altıncı yüzyılda polinom çözümleriyle uğraşanlar tarafından dile getirildi. Önce Ruffini sonra Abel, beşinci ve daha yüksek derecedeki her polinomun sadece katsayıları cinsinden yazılabilen bir kökü olmayacağını kanıtladı. Wantzel onların kanıtlarını inceleyip daha anlaşılır hale getirdi. Sonra bu mirasın uzantısı olarak genç Galois her denklemin cebirsel çözümü olamayacağını kanıtladı.

Her halka daha önceki halkalara eklenerek bir bilim kültürü zinciri oluşturdu.

Her açının üçe bölünemeyebileceği konusuna dönersek, bu konudaki şüpheleri ilk kez Wantzel'den iki yüzyıl önce Descartes dile getirmeye başlamıştı bile.

Özellikle düzgün çokgen çizimiyle ilgili problemde, Gauss kanıtı vermese bile kanıtı bulduğunu söylemişti. Muhtemelen de soran olsa, her

zaman yaptığı gibi, çekmecelerinden birini açıp bir tomar tozlu kâğıt çıkarıp "işte, kanıt burada" diye gösterirdi. Wantzel açısından artık bu problemin bir çözümü vardı zaten ama acaba koca Gauss bunu nasıl yapmıştı.

Kısacası Wantzel'in çözdüğü problemlerde hem çözüm için gereken altyapı ondan önce hazırlanmıştı, hem de "bu iş olmaz" diye özetlenen psikolojik engeller ortadan kaldırılmıştı.

Wantzel yapmasaydı bir iki yıl içinde başkası yapacaktı.

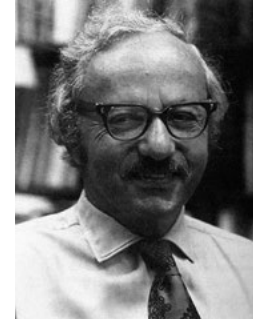
Üstelik Wantzel'in makalesinde birkaç yanlış da vardır. Ama "hatasız kul olmaz".

## Psikolojik Engel Ne Kadar Gerçek

Kaliforniya Üniversitesi Berkeley yerleşkesinde Prof. Jerzy Neyman'ın matematik dersindeyiz. Geç gelen bir öğrenci telaşla yerine oturur ve tahtadaki iki soruyu hoca silmeden defterine geçirmeyi başarır. Derse geç kalmış olmasını telafi etmek için tüm zamanını bu ödev sorularına verip çözer ve hocaya teslim eder. Hoca kendisine ödev çözümleri diye teslim edilen kâğıdı "bir de bunları okuyacağım" tavrıyla alıp masasının bir köşesine atar.

Öğrenci George Dantzig'dir. Yıllar sonra verdiği bir röportajda anlattığına göre hocaya ödevi teslim etmesinden haftalar sonra bir pazar sabahı daha kahvaltıya bile başlamışken ısrarla kapısı çalınır. Karşısında alı al moru mor hocası durmaktadır. "Sen ne yaptın böyle George!" diye haykırır.

Meğerse dersin başında hoca sınıfı motive etmek için "istatistiğin en önemli ve henüz çözülememiş iki problemi bunlardır" deyip tahtaya o iki problemi yazmış. Sonra hepimizin yaptığı gibi "benim dersime çok çalışırsanız bunları ileride siz çözersiniz" demiş. O sırada sınıfa yeni gelen George Dantzig bunların ödev sorusu olduğunu sanıp defterine not almış. Ve eve gidip çözmüş.



**George Dantzig,**  
(1914-2005)

Problemler alışlagelen ödev problemlerinden biraz daha zordu, diye anlatır Dantzig yıllar sonra. Ama değil mi ki ödev sorularındır dolayısıyla kolayca çözümleri beklenmektedir, hiçbir zorluk Dantzig'in moralini bozmaz ve problemler üzerinde ısrarla durur ve çözer.

Apollo 13 projesi takım lideri Gene Kranz'a atfedilen, ama onun söylemediği meşhur bir söz vardır: "Başarısızlık bir seçenek değildir." Tarihe kahraman olarak adını yazdığımız kişiler, şu veya bu nedenden dolayı, bu sözün gerçek olduğuna inanmış kişilerdir.

Sonuç olarak Wantzel bir masal kahramanı değildi, ama bir bilim kültürünün oluşturduğu iklimde doğru zamanda yaşamış, çok çalışkan ve başarısızlığı bir seçenek olarak algılamayan bir araştırmacıydı. Tarihe adının bir kahraman olarak yazılmasını hak etmesi bundandır.



## Wantzel'le Röportaj

Wantzel'in kapısını çalıp da "kattıladığınız büyük teoremler hakkında sizinle röportaj yapmaya geldim" dediğimde yüzünde beliren şaşkınlığı bilimle uğraşanların dış dünyaya karşı duyduğu ürkeklığe vermiştim. Beni içeri kabul ederken gözlerinde beliren soru işaretlerinin üzerinde de fazla durmadım.

Adamın saygısını kazanmak, yazdığı makale üzerinde nasıl çalıştığını ve ev ödevimi yaptığımı göstermek için makalesinin içeriğini ayrıntılarıyla anlatırken onun harıl harıl not alması beni biraz işkillendirdiyse de anlattıklarımın heyecanına kapılmış olduğumdan durup "niye not alıyorsunuz" diye sormadım.

Benim anlattıklarım bitince Wantzel'de bir huzursuzluk başladı. Her haliyle onu artık yalnız bırakmamı istediğini belli etmeye başladı.

Eli boş geri döndüm. Sanki Wantzel'le konuşmuşum gibi bir röportaj uydurduysam da editörler bunun kurmaca olduğunu hemen anladı. "Her şeyden önce yazdıkların Wantzel'in karakterinde birisinin söyleyeceği sözler değil" dediler.

O zaman biraz da Wantzel'in hayatı hakkında yazılanları okumaya karar verdim.



## Wantzel Nasıl Öldü

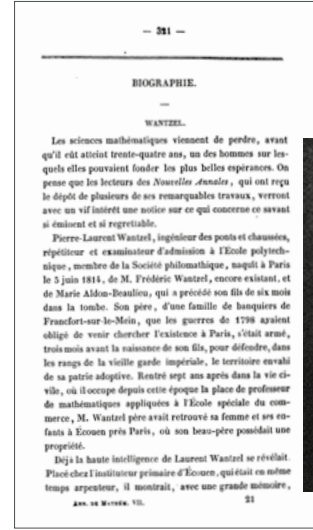
Wantzel daha lise yıllarında matematiğe olağanüstü yetkinliğiyle kendini belli etmişti. Dönemin en önemli okulları olan Ecole Polytechnique ve Ecole Normale giriş sınavlarının ikisini de birincilikle kazanan ilk öğrenci oydu. Zekâsını ve enerjisini kontrol etmekte zorlanan, bu yüzden birbirinden farklı pek çok konuya ilgi duyan ve elini attığı her konuda çok başarılı olan bir gençti. Her ne kadar mühendis olmayı seçtiyse de bir süre sonra tüm zamanını matematiğe ayırmak için mühendisliğe ara verdi.

Kendisini matematik çalışmalarına deliler gibi adadı. Günlerce hemen hemen hiç uyumadan masasında notları başında çalıştı. Yemek yemeden hatta uyumamak için çok miktarda kahve içerek günlerce matematik çalıştığı anlatılır. Bir at yarışında atını çatlatmak pahasına kırbaçlayan bir jokey gibi vücudunu insafsızca zorladı. Sanki içinden çıkarmak zorunda olduğu bir cevher vardı ve buna direnen vücuduyla mücadele ediyordu.

Otuz dört yaşını doldurmasına iki hafta kala bu geçmiş yorgunlukların acısını çıkarırcasına vücudu iflas etti.

Özellikle ilk makalesini yazmadan önce sabah akşam vücuduna işkence eden bir tempoda inatla çalıştığını okuyunca ilk kez şüphelenmeye başladım. Emre'ye beni hangi yıla gönderdiklerini sorduğumda önce kaçamak cevaplar verdi. Sonunda tarihle ilgili algoritmaları Mahir'in yazdığını ve Mahir'in yaptığı bir şeyi kontrol etmeye de cesaret edemediğini söyledi.

Wantzel'in ölümünden sonra meslektaşı Saint-Venant'ın yazdığı biyografi



Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant



Mahir'e sorduğumda bana kuantum dolanıklığından başlayıp sicim kuramının yetersizliğine kadar pek çok konuyu içeren bir açıklama yaptı. Tek anladığım ise tarihle ilgili hem donanımda hem de yazılımda şimdilik istenen hassasiyete ulaşamadıkları oldu. Hedeflenen tarihin ya birkaç yıl önüne ya da arkasına gidiyormuş makine. Ama üzerinde çalışmaya devam ediyorlarmış.

Ah Mahir! Wantzel'i sen öldürdün. ■

### Kaynaklar

Cajori, F., "Pierre Laurent Wantzel", *Bulletin of American Mathematical Society*, Cilt 24, Sayı 7, s. 339-347, 1918.

Lützen, J., "Why was Wantzel overlooked for a century?", *Historia Mathematica*, Cilt 36, Sayı 1, s. 374-394, 2009.

Suzuki, J., "A brief history of impossibility", *Mathematics Magazine*, Cilt 81, Sayı 3, s. 27-38, 2008.

Wantzel, P., "Recherches sur les moyens de reconnaître si un problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas", *Journal de mathématiques pures et appliquées, série 1*, Sayı 2, s. 366-372, 1837.

Saint-Venant, "Biographie (Wantzel)", *Nouvelle annales de mathématiques, série 1*, Sayı 7, s. 321-331, 1848.

Lapparent, A., Pierre-Laurent Wantzel, *École Polytechnique: Livre du Centenaire 1794-1894*, s. 133-135, 1895.