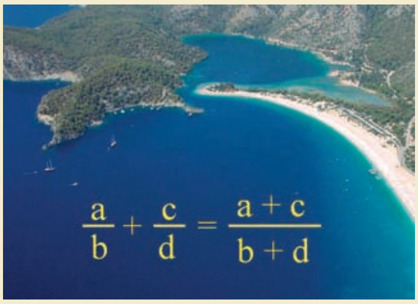
Engin Toktaş
matematik_kulesi@yahoo.com

Erik Savaşı

Simpson ailesinin bu sayfaya konuk olmasına neden olan olay, sıcak bir tatil gününde Homer, Bart ve Lisa arasında yaşanır. Bu muhteşem üçlü denizden çıktıktan sonra yuvarlak bir masanın etrafına otururlar ve göz kararı masadaki erikleri bir çırpıda paylaşırlar. Ancak hiçbiri payına düşen erik sayısından memnun değildir. Uygun bir fırsat kollayan üçü de aynı anda sağındaki kişinin eriklerine bir hamle yapar. Homer Lisa'nın eriklerinin 1/5'ini, Bart Homer'inkilerin 1/3'ünü, Lisa da Bart'ın eriklerinin 1/4'ünü alır. En son durumda üçünün de erik sayısının aynı olduğunu ve her birinin 1'den fazla erik aldığını bildiğimize göre sizce ilk durumda her birinin kaç eriği vardır?

Baş Kahraman

Sorunun baş kahramanı olan dikdörtgenler prizmamızın tüm kenarlarının bir tamsayı olduğunu biliyoruz. Dış yüzey alanları toplamı 100 birim^2 olan bu prizmanın her bir kenarının uzunluğunu bulabilir misiniz?



Mümkün mü?

a ile b aralarında asal ve c ile d de kendi aralarında asal iken acaba Ölüdeniz'in muhteşem manzarasında yer alan eşitliğin sağlanması mümkün müdür?

Faciaya Kanat Çırpmak

Her birinin hızı 10 m/sn olan ve yanlışlıkla aynı rayda bulunan iki tren birbirlerine doğru hızla ilerlemektedir. Aralarında tam 1000 m varken 1. trenin ön ucundan bir kuş 25 m/sn hızla ray boyunca 2. trene doğru uçmaya başlar. 2. trenin ön ucuna ulaşır ulaşmaz kuş bu sefer aynı hızla tekrar 1. trene doğru uçar ve bu mekik dokuma trenler çarpışıncaya kadar sürer. Acaba facia gerçekleşinceye kadar kuş kaç metre yol almıştır?

Matematiğin Şaşırtan Yüzü

Futbolun Matematiği

Hazır şu sıralar hayatımızın her anı futbol ile içli dışlı olmuşken, bunu fırsat bilerek biz de bu ayki yazımızı bir futbol turnuvasına ve turnuvanın matematiksel hesaplamasına ayırdık.

İçlerinde ezeli rakip (ismi lazım değil) A ve B takımlarının da bulunduğu 16 takımlık tek maç eleme usulü bir turnuva düzenleniyor. Her tur öncesinde ikili kuraların çekildiği bu turnuvada A ve B takımlarının ilk turda yaptıkları maçı kazanma olasılıkları 0.7, ikinci turda yaptıkları maçı kazanma olasılıkları 0.6 ve daha üst turlarda yaptıkları maçı kazanma olasılıkları 0.5'dir. Ancak bu iki takım hangi turda birbirleriyle karşılaşırsa karşılaşsın, A takımı 0.6 olasılıkla maçı kazanıyor. A takımının yöneticileri ezeli rekabet duygusuyla turnuvanın kupasını mutlaka B takımını her hangi bir turda yenerek almak istiyorlar. Şimdi dilerseniz gelin böyle bir durumun olma olasılığını hesaplayarak yöneticileri, isteklerinin olabilirliği konusunda bilgilendirelim.

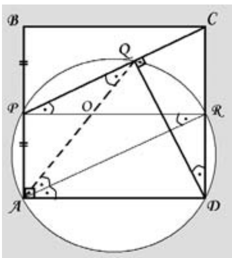
Sonuca ulaşmak adına yapmamız gereken, her tur için ayrı ayrı A ve B takımlarının karşılaşma olasılığını ve sonunda A takımının kupayı alma olasılığını hesaplamak olacak. İlk önce, kupayı kazanması için 4 maç oynaması gereken A takımının ilk turda B takımını yenerek kupayı aldığı durumu inceleyelim. A ve B takımlarının ilk turda karşılaşma olasılığı 1/15, A takımının yenme olasılığı 0.6, A takımının 2. turu geçme olasılığı 0.6, yarı finali ve finali geçme olasılığı ayrı ayrı 0.5 ise tüm olayın gerçekleşme olasılığı P(1) = 1/15 * 0.6 * 0.6 * 0.5 * 0.5 = 0.006 olur. Şimdi de 2. turda A ve B takımlarının karşılaştığı durumu inceleyelim. A ve B takımları 14/15 olasılıkla ilk turda eşleşmezler ve 0.7'şer olasılıkla eşleştikleri takımları yenerler. 1/7 olasılıkla ikinci turda birbirleri ile eşleşirler, 0.6 olasılıkla A takımı kazanır. A takımının yine yarı finali ve finali geçme olasılığı ayrı ayrı 0.5 olur ve tüm olayın gerçekleşme olasılığı P(2) = 14/15 * 0.7 * 0.7 * 1/7 * 0.6 * 0.5 * 0.5 = 0.0098 olarak bulunur. Benzer şekilde A ve B takımlarının yarıfinal ve finalde karşılaşma olasılıklarını da hesaplarsak P(3) = 0.014 ve P(4) = 0.014 değerlerini elde ederiz. Tüm olasılıkları topladığımızda A takımının B takımını eleyerek kupayı alma olasılığının P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 0.044 olduğunu buluruz. Yani %4,4 olasılıkla A takımının yöneticilerinin hayali gerçek olacaktır.

Geçen Ayın Çözümleri

Sayıların Efendisi

D = A+100 sayısının çift bir sayı olduğunu biliyoruz. O halde A sayısı da çift olmalıdır. Bu durumda B = A+20 ve C = A+80 sayıları da çift olur. Asal sayıların çarpımları çift olduğuna göre mutlaka asallardan biri 2 olmalıdır. Şimdi gelin şansımıza güvenerek biraz deneme yanılma yöntemini kullanalım ve B sayısındaki asalı 2 olarak kabul edelim. B yılının anlamlı bir yıl olabilmesi için kare sayıyı 31^2 = 961 olarak alabiliriz. B = 2 x 961 = 1922 olarak kabul ettiğimizde aslında soruyu da çözmüş oluruz: A = 2 x 3 x 137 = 1902, B = 2 x 961 = 1922, C = 2 x 991 = 1982, D = 2 x 7 x 11 x 13 = 2002.

Eşit mi?



Orijinal sorunun üzerine şekildeki ek doğru parçalarını ve çemberi çizdiğimizde şekilde gösterilen açı eşitliklerini elde ederiz. Bu eşitliklere göre QOP ile AOR üçgenleri benzer üçgenler olur. O halde QO + OA = PO + OR'dir. Diğer bir deyişle QA = PR'dir. Dikkat ederseniz dikdörtgenin karşı kenarları olan PR ile AD birbirine eşit kenarlardır. Böylelikle PR = QA = AD eşitliğini yazarak soruda istenen QA = AD eşitliğini de göstermiş oluruz.

Saklı Güzellik

$7^{1/2} < 3$ 'dür çünkü $(7^{1/2})^2 = 7 < 3^2 = 9$. Aynı şekilde $7^{1/3} < 2$'dir çünkü $(7^{1/3})^3 = 7 < 2^3 = 8$. Son olarak $7^{1/4} < 7^{1/3} < 2$ olduğuna göre $7^{1/2} + 7^{1/3} + 7^{1/4} < 3 + 2 + 2 = 7$'dir. Sorunun ilk kısmını çözmüş olduk. Benzer yöntemi sorunun ikinci kısmı için de uygulayabiliriz. $4^{1/2} = 2$'dir. $(4^{1/3})^3 = 4 > (1)^3 = 1$ olması sebebiyle $4^{1/3} > 1$'dir. Aynı sebepten ötürü $4^{1/4} > 1$ olur. Tüm eşitsizlikleri toplarsak $4^{1/2} + 4^{1/3} + 4^{1/4} > 2 + 1 + 1 = 4$ eşitsizliğini elde ederiz ve sorunun ikinci kısmını da çözmüş oluruz.

Kaç Üçgen Var?

Küpün toplam 8 köşesinden seçeceğimiz herhangi 3 köşe ile bir üçgen yaratabiliriz. O halde kombinasyon formülünü kullanırsak oluşturabileceğimiz toplam üçgen sayısını C(8;3) = 8! / (3!x5!) = 56 olarak buluruz. Çeşit olarak da 3 farklı üçgen oluşturabiliriz: 1) iki kenarı küpün kenarlarından, bir kenarı küp yüzeyindeki karenin köşegeninden oluşan üçgenler, 2) üç kenarı da küp yüzeyindeki karenin köşegenlerinden oluşan üçgenler, 3) bir kenarı küpün kenarından, bir kenarı küp yüzeyindeki karenin köşegeninden, bir kenarı da küpün kendi köşegeninden oluşan üçgenler.

Düzeltme:

Geçen ay yayımladığımız "Şansın Matematiği-2" adlı yazımızda nxn'lik tahtada kazanmayı sağlayan toplam yol sayısı: $\frac{(2n-2)!}{(n-1)!.(n-1)!}$ ve toplam kazanma olasılığı $\frac{(2n-2)!}{(n-1)!.(n-1)!} * \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-2}$ olacaktır. Bu hatadan ötürü okuyucularımızdan özür diliyoruz.