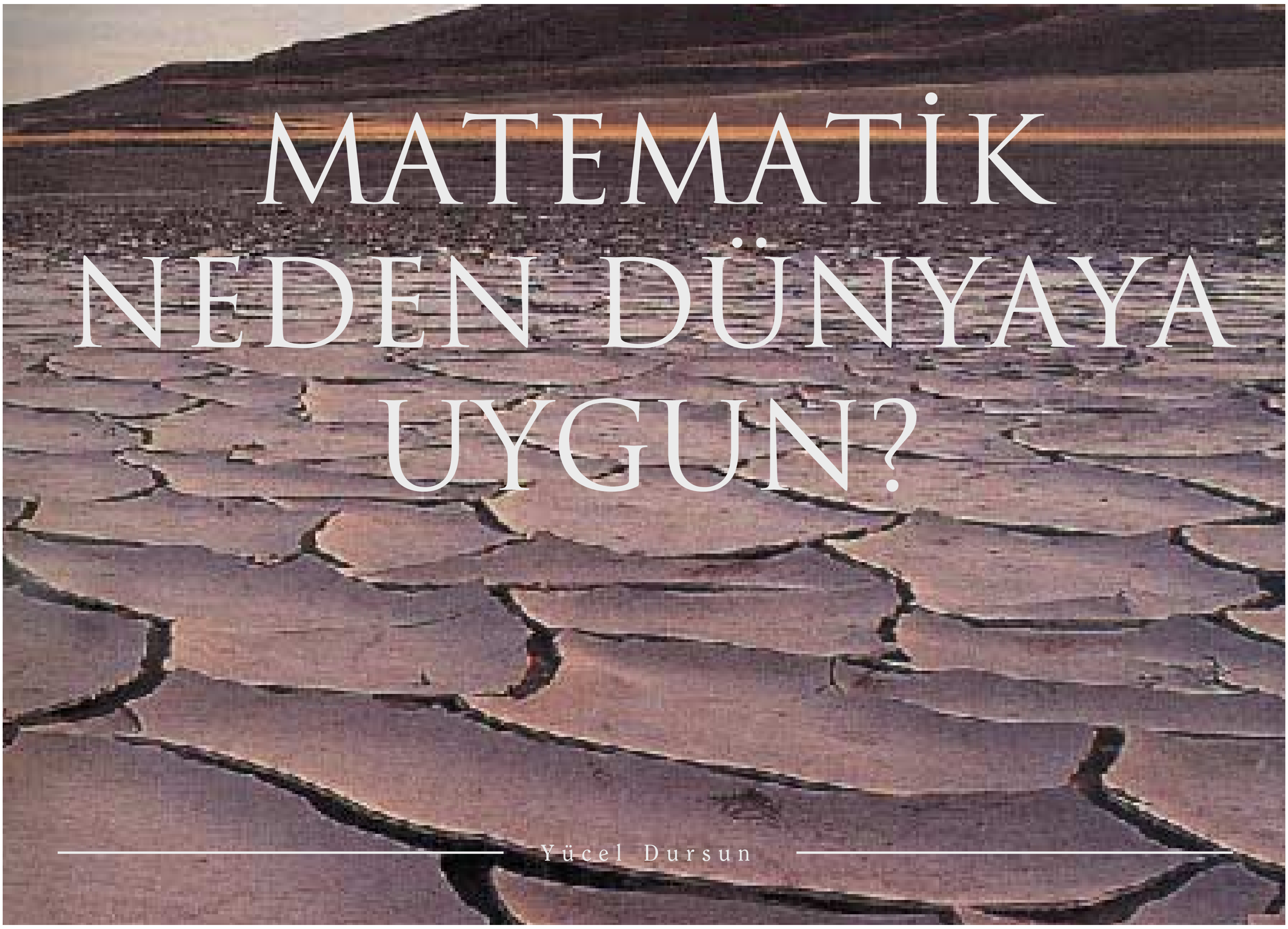


MATEMATİK NEDEN DÜNYAYA UYGUN?

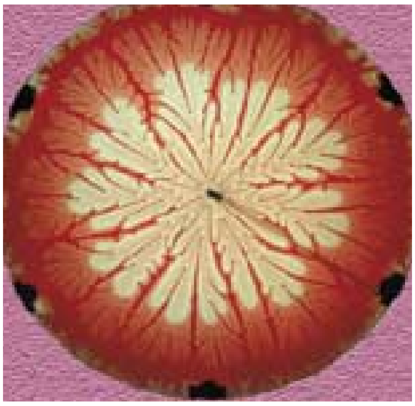
Yücel Dursun

Çok eski bir geçmişe sahip olan matematiğe, insanlığın uygarlaşma serüveninde yarattığı en zengin ve en soyut düşünsel faaliyetlerinden biri olarak bakılması yanlış olmasa gerek. İki artı ikinin dört ettiğine dair bizlere çok basit görünen bir aritmetik eşitliğin bile, üniversitelerin matematik bölümlerinde okuyan öğrenciler için sınavlarda sorulduğunda ispatlanması ciddi anlamda bir çaba gerektirdiği düşünülürse, matematik gerçekten de soyut bir düşünsel faaliyettir. Fakat bunun yanısıra, aynı eşitliğin, insanların her türlü faaliyetlerinde ve dünyadaki her türlü materyalde uygulama alanı da bulduğu göz önüne alınırsa matematik bir yönüyle de "somuttur" ya da somut olanla ilişkilidir diyebiliriz. Matematiğin bir yanda soyut bir düşünsel faaliyet olması ya da hiçbir olgu veya deneyin dayatması olmaksızın yapılabileceğinin düşünülmesi, diğer yanda insanın içinde bulunduğu dünya ve evrene kusursuz bir biçimde uygunluk göstermesi, yani matematiksel kuram, önerme ya da nesnelerin dünyada uygulama alanı bulması, başlangıcından beri hem filozofları hem de matematikçileri düşündürmüştür. Buna göre, matematikteki deneyle hiçbir ilişkisi olmadığı düşünülen en soyut kuramların bile, günün birinde fiziksel ya da teknik (mimari, mühendislik, istatistik, hatta ekonomik vs.) bir uygulama alanı bulduğu düşünülürse, sorun "Matematik nasıl oluyor da (ya da neden) dünyaya kusursuz şekilde uygun olabiliyor?" diye ifade edilebilir. Üzerine düşünülen ve bir problem olarak görülen bu durum, matematik felsefesinde de geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Soruyu biraz açmak için şu örnekler verilebilir: Örneğin matematikte $\sqrt{-1}$ sayısından oluşturulan karmaşık sayılar, $x^2 = -1$ gibi bir cebirsel denklemi çözmek amacıyla yaratılmışlardır. Fakat gelin görün ki bir matematikçinin hiçbir şekilde deneye dayanmadan yani dış dünyadaki herhangi bir nesneden esinlenmeden yaptığı bu buluşun, elektrik mühendisliğinde çok önemli bir uygulama alanı vardır. Karmaşık sayılar yardımıyla örneğin elektronik devre analizleri kolayca yapılabilmektedir. Şimdi, nasıl oluyor da bulunması sırasında hiç bir deneyden esinlenilmeyen bu tip sayılar, fiziksel dünyaya bu kadar uygun olabiliyorlar? Bir başka örnek de şu: Sayıların bazı özelliklerinden yararlanarak bulunan asal sayılar, nasıl oluyor da günümüz dünyasındaki bilgisayarlarda şifreleme yöntemlerinde kullanılabiliyorlar? Örnekler çoğaltılabilir... Fakat genel olarak tüm matematik önermeleri ya da nesneleri; ister deneyle yakın, ister uzak ilişkide görünsünler, hepsi ‘nasıl oluyor da dış dünyada bir uygulama alanı bulabili-

yor?' diye sorabiliriz. İşte felsefenin "analitik/sentetik ayrımı" adlı literatürünün matematik felsefesindeki ayağı, bu konuyu kendine sorun edinmiştir.

Analitik/Sentetik Ayrımı

Analitik/sentetik ayrımı, yargılar, önermeler ya da bildirimlerle ilgili bir ayrımdır. Bir önermenin analitik olduğunu söylediğimizde, genel olarak o önermenin doğruluğunu ya da yanlışlığını belirlerken olgu dünyasına gidip test etmenin gereksiz olduğunu, çünkü bu tip önermelerin her zaman biçimleri açısından hep doğru olduklarını ve olumsuzlarını düşündüğümüzde aklın bir çelişkiye düştüğünü söylemiş oluyoruz. Üstelik bu tip önermeler bilgimize yeni bir şey katıp bilgimizi artırmazlar; dolayısıyla boş içerikli önermelerdir. Bu tip önermelere bazı örnekler verelim: "Bir şey kendisine eşittir" dediğimizde bu tip bir önerme, daima doğru bir önermedir. Çünkü bilmekteyiz ki düşünsel ya da madde dünyasında hangi nesneyi ele alırsak alalım, aldığımız o nesne öncelikle kendisine eşittir. Örneğin "ağaç, ağaçtır" dediğim zaman aynı tipten bir önerme kurmuş olurum ki bu da bu önermenin daima doğru olduğunu ve olumsuzunu, yani "ağaç, ağaç değildir"i düşünürsem aklen bir çelişkiye düşeceğimi gösterir. "Ağaç, ağaçtır" önermesi daima doğru olduğundan zorunlu bir bilgiyi dile getirir, yani başka türlüsü olanaksızdır. Bir başka açıdan baktığımızda bu önerme aynı zamanda bize yeni hiçbir şey sunmaz, çünkü biz zaten ağacın ağaç olduğunu biliyorduk. Yine bu önermenin doğru olup olmadığını anlamak için bahçemize gidip ya da dışarıya çıkıp bir ağaç bulmamız o ağacın ağaç mı ya da başka bir şey mi olduğuna bakmamız yani test etmemiz gereksizdir. Başka deyişle bu önerme açık bir totolojidir. Bu kadar açık olmayan, yani ilk bakışta totoloji olduğunu hemen anlayamayacağımız analitik olan bir başka önerme de "bütün bekarların evli olmayan insanlar olduğu" örneğidir. "Bekar" sözcüğü, "evli olmayan insan" ifadesiyle eşanlamlı olduğundan ya da diğer bir deyişle "bekar" sözcüğünü araştırıp onu kavramsal olarak çözümlediğimizde "evli olmayan insan" ifadesiyle karşılaştığımızdan, bu önerme de analitik bir önermedir. Dolayısıyla bu önerme de, daima doğru, zorunlu bir önermedir. Yani bu önerme için başka türlüsünü (örneğin "benim tanıdığım bir Ahmet bey var, o hem bekardır hem evlidir" gibi) düşünemeyiz. Çünkü o durumda aklen bir çelişkiye düşeriz. Yine bu önermenin doğru olup olmadığını anlamak için dünyadaki tüm bekar insanların evli olup olmadıklarını test etmemiz, yani olguya ya da deneye başvurmamız gereksizdir. Bu önerme aynı zamanda bizim bilgimize yeni hiçbir şey katmaz, çünkü biz zaten bu bilgiyi deneyle test etmeden önce de biliyorduk. Oysa ikinci tür önermeler olan sentetik önermeler, bu önermelerin tersi bir durumu ifade ederler. Onların doğru olup olmadığını bilmek için, o önermenin ilişkin olduğu olguya gidip o bilgiyi sınamamız gerekir. Örneğin, "Bütün ağaçlar yapraklıdır" dediğim zaman, bu tipten bir önermede bulunmuş olurum. Bütün ağaçların yapraklı olup olmadıklarını anlamak için, önce yeryüzünde varolan ağaçların hepsini incelemem ve onların yapraklarına bakmam gerekir. Eğer bir tane bile yapraksız ağaç bulursam bu önerme yanlış, yok hiç yapraksız ağaç bulamazsam doğru olacaktır. Bu tür önermeler zorunlu ve evrensel bir bilgi de sunmazlar. Çünkü bir kimse pekala aklen hiçbir çelişkiye düşmeksizin, bu önermenin olumsuzu olan "hiçbir ağaç yapraklı değildir"i düşünebilir. Şu da var ki, bu önermenin dile getirdiği bilgiyi olgu dünyasında doğruladığımız ya da yanlışladığımız zaman artık yeni bir bilgi edinmiş olmaktayız; "bütün ağaçların ya hepten yapraklı olduğunu" ya "hiç yapraklı olmadığını" ya da "kısmen yapraklı, kısmen yapraksız ağaçların olduğunu" öğreniriz. Yine bu tip önermeler zorunlu olmadıkları gibi, analitik önermeler gibi evrensel önermeler de değillerdir. Çünkü bu tipten sentetik önermeler her zaman, her yerde ve herkes için doğru ya da yanlış olan önermeler değillerdir.



Analitik ve sentetik önermelere ilişkin çizdiğimiz profil bununla kalmamakta. 18. yüzyılın önemli düşünürlerinden Immanuel Kant, Saf Aklın Eleştirisi adlı yapıtında bazı sentetik önermelerin bir yönüyle analitik önermeler gibi davranıp zorunlu ve evrensel olduklarını, diğer yönüyle de deneye dayandığını iddia etti. Yani bu tip önermeler kesin, zorunlu ve evrensel bir bilgi sunuyorlardı; hem de biz bu tipten bilgileri dile getiren önermeleri oluştururken deney dünyasının verilerine dayanmak zorunda kalıyorduk. Kant bu tip sentetik önermelere sentetik *a priori* önermeler adını verdi. Yukarıda sözünü ettiklerimize de sentetik *a posteriori* önermeler dedi. Kant, sentetik *a priori* adını verdiği önermelere, "her değişimin bir nedeni vardır" gibi bir önermeyi örnek gösterdi. Kant'a göre bu önermenin dile getirdiği bilginin doğruluğunu ya da yanlışlığını sınamak için, evrende varolan ve değişim halindeki her şeyin bir nedeni olup olmadığını anlama yönünde deneye başvurmamız gereksizdir. Çünkü "her değişimin bir nedeni vardır" tipindeki bir ifadenin dile getirdiği "neden-etki" bağıntısı bizim zihinsel yapımızda zaten vardır. İşte bu bağıntının bizim zihinsel yapımızda ve aklı olan her yaratığın zihinsel yapısında varolmasından dolayı bu önerme hem zorunlu hem de evrenseldir. Zorunludur çünkü, olgu dünyasının sürekli değişen bir yapısına sahip değildir. O aslında dünyada değişen ve değişmekte olan bütün nesnelerin biçimsel yapılarına sahiptir. Örneğin "Ayşe öğleden sonra okula gitti", "Saat 5:00'da füze fırlatılacak", "Güneş 6:30'da doğacak", vs.. gibi önermelerin ifade ettikleri ve bizim içinde yer aldığını zannettiğimiz zaman, Kant'a göre bütün değişimlerin biçimidir ve biz onun içinde değiliz; o bizim içimizde. Ya da "bütün cisimlerin uzayda yer kapladıklarını ve bundan dolayı bir uzamları olduğunu" belirttiğimizde, bu yer kaplama özelliğinin cisimlerin yapısının bir özelliği ve bundan dolayı cisimlerde olan bir şey değil, onların biçimsel yapıları olduğunu ve bundan dolayı da bizim yapımızda olduğunu söyler Kant. İşte bu iki biçimsel değişmez yapının (uzam ve zaman) ve biçimsel (ve dolayısıyla değişmez) başka yapıların zihnimizde olmasından dolayı bu tip sentetik önermeler zorunludur. Evrensel olmasıysa, bu tip biçimsel yapıların evrende

Matematiğin Sentetik Olması

Bütün bu açıklamalar ne ifade etmektedir diye sorulabilir. Çünkü matematiğin tüm önermeleri Kant'a göre, bu tip bir bilgiyi ifade eden sentetik *a priori* önermelerdir. Bundan ne çıkar diye yeni bir soru sorulabilir. Yazımızın başında ele aldığımız sorun, matematiğin neden dünyaya uygun olduğu sorunuydu. Yani, örneğin 5 + 7 = 12 gibi bir aritmetik ifade bütünüyle benim zihinsel yapımın bir ürünü olmasına rağmen, nasıl oluyor da bu ifadeyi dünyadaki bütün nesnelere uygulayabiliyorum? Ya da zihinsel birtakım çalışmalar sonucu bulduğum, bir üçgenin iç açılarının 180° olmasına ilişkin bir geometrik önerme nasıl oluyor da bir mühendisin bir köprü inşa ederken köprünün maddi parçalarına uygulayabildiği bir önerme oluyor? Bu ve benzeri soruların temelinde, akılsal yetilerimiz sonucunda elde ettiğimiz matematik önermelerinin bizim içinde yer aldığımız dünyaya nasıl uygun olduğu ya da uygulanabildiği sorunu yatıyor. İşte Kant'ın bu noktada verdiği yanıt, matematik önermelerinin sentetik *a priori* olmasıyla ilintilidir. Ona göre bir kez bizim dışımızdaki her nesnenin görünüşsel özellikleri ve biçimsel yapıları bizim yapımızda olduğunda, bu iki şey (biçimsel yapı ve görünüşsel özellikler) bir çakışma durumu gösterirler. Üstelik bizim zihinsel yapımız nesnelere değil, nesneler bize uygun davranırlar. Böylece geometri çalışırken zihnimde oluşturduğum üçgen imgesi de dış dünyada gördüğüm (aslında görünüş itibariyle bende olan) üçgensel şekle birebir uygun olur. İşte bu biçimsel yapılar ve onların altında yer alan nesnelerin görünüşsel yapılarından oluşturduğum matematiğin sentetik *a priori* önermeleri, bu yüzden dünyaya uygundur.


Immanuel Kant

Matematik önermelerinin Kant'çı anlamda sentetik değil de farklı bir anlamda sentetik olduğunu ileri sürenler de olmuştur. Yani matematik önermelerinin bütünüyle deneysel bir yapıda olup, zorunlu ve evrensel olmadığını (eşdeyişle sentetik *a posteriori* olduğunu) ileri süren bu görüşün temsilcilerinden biri de J.S. Mill'dir. Mill, Mantık Sistemi adlı yapıtında, matematik önermelerinin tümevarımsal bir soyutlamayla elde edildiğini söyler. Bu noktayı açık kılmak için tümevarım ile tümdengelimi biraz açıklamak gerekiyor. Ben eğer, "Bütün insanlar ölümlüdür", "Sokrates bir insandır" dedikten sonra, "O halde Sokrates de ölümlüdür" dersem tümdengelimsel bir sav ortaya koymuş olurum. Çünkü "Sokrates'in ölümlü olduğu" sonucu, bu savlamamın öncesinde yer alan "Bütün insanlar ölümlüdür" ve "Sokrates bir insandır" önermelerinde zaten vardır. Böylece önceki önermelerde (öncüllerde) gizli olan bir bilgiyi dile getirmiş oluyorum. Oysa, kuğular üzerine bir gözlem yapıp, gözlemim sonucunda "Bütün kuğular beyazdır" dersem, tümevarımsal bir savda bulunmuş olurum. Bu gözlemimde incelediğim kuğu sayısı, dünya yüzeyinde yer alan bütün kuğu sayısına eşit olmayabilir; daha az olabilir. Ama ben yine de bu savımla, gözlemim dışında kalan diğer kuğulara ilişkin bir genellemede bulunarak onların da beyaz olması gerektiği sonucuna varıyorum. Buna karşılık tümdengelimsel olan ilk örneğimde gözlem yapmam gereksizdi. Yani Sokrates'i bulup onun insan olup olmadığına dair tıbbi bir araştırma yapmam gereksizdi. Akıl yürütmemde kullandığım ilk önermelerden yola çıkarak Sokrates'in insan olduğunu bilebilirim. Hem de Sokrates'e ilişkin hiç bir deney ya da gözlem yapmaksızın... Fakat son örnekte, bütün kuğuların beyaz olduğunu söylemeden önce mutlaka birkaç kuğu üzerinde bir gözlem yapmam gerekir. Daha sonra bu gözlemimi genel bir ifade şeklinde belirtebilirim. Ancak dikkat ederseniz tümevarımsal bir önermede deneyin bütün elamanlarını (örneğin bütün kuğuları) tüketmedik. Dolayısıyla bir kimse, yarın bir gün çıkıp, bize siyah bir kuğu gösterebilir. Bundan dolayı "bütün kuğuların beyaz olduğuna" dair önermem zorunlu ve evrensel değildir. Oysa, Sokrates'in insan olduğuna dair akıl yürütmemde eğer öncüller doğruysa "Sokrates'in insan olduğu" savı da daima doğru, yani zorunlu ve evrensel olacaktır. İşte Mill, matematik önermelerinin, ikinci örneğimizle belirtmeye çalıştığımız gibi tümevarımsal olduğunu söylüyor. Yani biz 5 + 7 = 12 gibi bir aritmetik önermeyi elde ederken, insanlık olarak birçok gözlem yaptık ve sonucunda böyle bir önermeye ulaştık. Örneğin 5 sayısı, 5 elma, 5 bilgisayar, 5 ağaç, 5 taş, vb birçok nesnenin beş olma durumundan soyutlanarak elde edilmiştir. Dolayısıyla temellerinde sayıların yer aldığı aritmetik ilkeler fiziksel yasalardır. Onlar, birçok deney ve gözlem sonucu elde edilmiştir. Fakat bu durumda akla şu soru gelmektedir: Tümevarımsal bir önerme ya da ilkenin her zaman yanlışlanabilme özelliği varsa ve eğer 5 + 7 = 12 aritmetik ifadesinin de daima doğru olduğunu biliyorsak, nasıl oluyor da tümevarımsal bir yoldan elde edilmiş 5 + 7 = 12 ifadesi daima doğru olabiliyor? Çünkü eğer o tümevarımsal bir yoldan elde edilmişse, bu ifadenin temelindeki sayıları ve ifadenin kendisini elde ederken henüz gözlemlememiş olduğumuz başka nesneler ve durumlar da olabilir. İşin kötü tarafı, aksi bir gözlemimiz bu ifadeyi yanlışlayabilir de. İşte Mill'ci görüşe göre, matematik önermeleri bu yüzden zorunlu değildir. Tabii matematiğin zorunluluğunu göz ardı edemeyen ama buna rağmen yine de Mill'ci anlamda sentetik olduğunu söyleyen görüşler de vardır. Bu görüşlerin açıklaması ya sınırsız gözlem yapıldığı ya da başlangıçta tümevarımsal olarak matematik nesnelerinin elde edildiği, fakat sonra matematiğin tümevarımsal bir nitelik kazandığı yönündedir.


John Stuart Mill

Matematik neden dünyaya uygundur sorununa gelince... Mill'ci anlamda bu sorunun yanıtı kolaydır: Çünkü matematiğin nesneleri, tümevarımsal olarak dünyadan elde edildiği için elbette ona uygun olmak zorunda olacaktı. Matematikle bütün yaptığımız, dünyadaki nesneleri gözlemleyerek matematiğin nesnelerini (sayı, çizgi, düzlem vs...) ve ilkelerini (toplama, çarpma, alan bulma, vs..) bu gözlemler sonucu soyutlama yoluyla bulmaktır. Daha sonra bu ilkeleri matematiğin nesnelerine uygulayarak, akıl yürütmelerimizle önermeleri, kuramları, matematiğe ait her şeyi ortaya çıkarmaktayız. Bundan dolayı da, yani matematiğe ait her şeyin başlangıcında dünya olmasından dolayı, matematik gerisin geriye dünyaya uygulanabilmektedir.

aklı olan her yaratıkta varolmasıyla açıklanır. Kant, nesnelerin yalnız bu biçimsel yapılarının bizim zihinsel yapımızda yer aldıklarını söylemekle kalmaz; nesnelerin bütün görünüşlerinin de bizim zihinsel yapımızda yer aldığını söyler. Örneğin masamın üzerinde duran "bardak" nedir ya da bana nasıl görünür diye sorduğumda, şu yanıt verilecektir: Bardak içine işlenmez (yani katı), şekilli, renkli (örneğin yeşil bardak diyelim), vs.. birtakım özellikleri olan bir cisimdir. İşte Kant'a göre cisme ait tüm bu özellikler de bizim zihinsel yapımızda yerini almıştır. Yani bizim deney dünyası dediğimiz şey Kant'a göre bizde olan bir şeydir. Bizde bulunan biraz önce sözünü ettiğimiz biçimsel yapılar da (uzam ve zaman), nesnelerin bu özelliklerinden önce gelirler ve onları algılamamızı sağlarlar. Kant sentetik *a priori* önermelerin sentetik olması bakımından deneye dayandığını söylerken, kastettiği deney, bir anlamda nesnelerin özelliklerinden oluşan bu ham verilerdi.

*Hacettepe Üniversitesi, Felsefe Bölümü

Kaynaklar

Immanuel Kant, Critique of Pure Reason, çev. Norman Kemp Smith, ST. Martin Press, NewYork, 1965

John Stuart Mill, System of Logic, Routledge/Thoemmes Pr., London,1997.

David Hume, İnsanın Anlama Yetisi Üzerine Bir Soruşturma, çev. Oruç Aruoba, Hacettepe Yayınları, Ankara, 1976

Frederick. C. Beiser, The Fate of Reason, Harvard University Press, Massachusetts, 1987

Alfred Jules Ayer, Dil, Doğruluk ve Mantık, çev. Vehbi Hacikadiroğlu, Metis Yayınları, İstanbul, 1984.

Matematiğin Analitik Olması

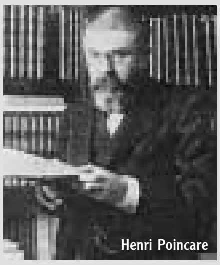
Matematiğe analitik olarak bakan görüşte, matematiğe sentetik olarak bakan görüşte olduğu gibi, matematiğin temelinde deneyin olması gerektiği kaygısı yoktur. Bu görüşün en büyük temsilcilerinden birisi David Hume'dur. Hume, İnsanın Anlama Yetisi Üzerine Bir Soruşturma adlı yapıtında idea ilişkileri ve olgu sorunları arasında bir ayrım yapmıştır. İdea ilişkileri, evrende varolan herhangi bir şeye dayanmadan, sadece düşüncenin işlemesiyle ortaya çıkarılabilen ilişkilerdir. Bu tür ilişkilere geometri, cebir, aritmetik bilimlerinin önermelerinde rastlanabilir. Örneğin, "hipotenüsün karesi, iki dik kenarın karelerinin toplamına eşittir" ya da "üç kere beş otuzun yarısına eşittir" önermeleri gibi... Hume'a göre bu tür önermeler "evrende varolan herhangi bir şey üzerine dayanmazlar". Çünkü geometricinin idealleştirdiği daireyi ve çemberi doğada göremeyiz. Doğada ancak, bu idealleştirilmiş geometrik nesnelere benzeyen cisimlere rastlarız. Bu tür önermeler, doğanın değişen yapısına tabi olmadıkları için, yani yalnızca aklımızın işleyişinden elde edildikleri için kesindirler ve kesinlikleri sonsuza dek sürecektir. Bu anlamda bu tür önermelerin tersini düşünürsek aklen bir çelişkiye düşeriz Hume'e göre. Diğer yandan olgu sorunları, idea ilişkilerinin tersi bir yapıdadır. Olgu sorunlarına ilişkin önermelerse, idea ilişkilerine ilişkin önermelerde olduğu gibi, olumsuzları düşünüldüğünde bizi çelişkiye düşürecek önermeler değillerdir. Bu tür önermelerin olumsuzlarını her zaman düşünebiliriz. Örneğin "yarın Güneş doğacak" gibi olgu sorunuyla ilgili bir önermenin olumsuzu olan "yarın güneş doğmayacak" önermesini aklen hiçbir çelişkiye düşmeden düşünebiliriz. Çünkü bu önermeler olgulara, başka bir deyişle evrende varolan şeylere dayanan önermelerdir. Böylelikle Hume'un idea ilişkileri adı verdiği önermeler analitik önermelere, olgu sorunları adını verdiği önermeler de sentetik önermelere denk düşmektedir. Dolayısıyla matematik Hume'e göre analitik bir yapıdadır. Fakat matematiğin Hume'un belirttiği tarzda analitik olması durumunda akla şöyle bir soru gelmektedir: "Evrende varolan hiçbir şeye dayanmayan bu ilişkiler nasıl oluyor da evrende varolan her şeye böyle kusursuz şekilde uygun düşebiliyor?" Yani matematiğin Hume'un dediği gibi analitik olduğunu kabul ettiğimiz zaman, matematiğin önermeleri ve dünya arasındaki bu uçurum nasıl oluyor da uygulama esnasında ortadan kalkabiliyor? Öyle ya, matematik, evrende varolan hiçbir şeye dayanmıyorsa, yani onlardan ayrı bir yapısı varsa ve yalnızca bizim düşüncemizin ürünüyse, nasıl oluyor da örneğin bir Pisagor teoremini doğada gördüğümüz her şekle uygulayabiliyoruz? Matematiğe analitik olarak bakan görüş açısından bu sorunun yanıtı basittir: Çünkü, matematik, özellikle geometri, bazen görüye başvursa da, bu hiçbir zaman matematiğin önermeleri için zorunlu değildir; daha çok, bir tümdengelimsel zincirin doğruluğunu doğrudan kavrayamayan sınırlı anlama yetimiz için yardımcı birşeydir. Buna rağmen eğer, tanrısal bir sonsuz anlama yetisine sahip olsaydık, görüye başvurmamıza da gerek kalmayacaktı.


David Hume

Yani bizlerin matematik yaparken deneye başvurmamız, örneğin Pisagor teoremini anlatırken önümde duran kağıda bir dik üçgen çizmem ve onun kenarlarını ölçmem benim için yalnızca yardımcı bir işlemdir. Matematikte aslında tümdengelimsel bir zincir vardır ve bu zincirin sonundaki matematiğin tüm önermeleri ve kuramları, birkaç başlangıç önermesinden başlar. Aslında matematiğin bütün teoremlerinde ve önermelerinde anlatılanlar bu başlangıç önermelerinde zaten vardır. Bizim zihinsel yapımız eğer çok güçlü olsaydı, aslında matematik denen bir şeye bile gerek kalmadan bu başlangıç önermelerinde anlatılanları hemen kavrayacaktık. Bu başlangıç önermeleri de, örneğin B. Russell'a göre birkaç mantık aksiyomundan ibarettir. Sözü geçen mantık aksiyomlarının en başında ise, "bir şeyin kendine özdeş olması" (A=A) gelir. Her şey sonuçta A=A demek olduğuna göre, matematik elbette dünyaya ve evrene uygun olacaktır. Çünkü "bir şeyin kendisine eşit olması" ilkesinin evrende varolan her şeye uygun olduğunu şimdiden söyleyebiliriz. Dolayısıyla bu ilke, evrende varolan her şeye uygulanabilir.

Matematikçi ve filozof H. Poincaré'ye göre bu durum "tuhaf" bir durumdur. O, matematiğin bütününü oluşturan ve böylesine çok sayıda kitapları dolduran bütün teoremlerin, dolambaçlı yoldan "A=A" demekten öte bir amacı olmadığını kabul edemediğini söyler. Çünkü düşünün bir kere, eğer bu görüş doğruysa matematiğin bütün bu zenginliği aslında görünüşte bir zenginliktir. Ve bu görünüşteki zenginliğin ardında yatan neden de bizim kıt anlayışımız.

Buna rağmen, matematiğin sentetik olduğunu savunan görüş, bu açıklamaya çabucak teslim olmaz ve yukarıda bahsettiğimiz gibi, matematikte, özellikle geometride deneye zorunlu olarak başvurulduğunu iddia eder. Örneğin geometride şekilleri kullanmaktayız ve bu şekiller ancak dünyadaki cisimlerle anlamlı olabilirler. Örneğin bir doğru tek başına hiçbir şeyi ifade etmez... eğer dünyada doğru şeklinde bir çubuk olmasaydı. Ya da en azından matematikteki doğru çizgi, dünyadaki bir doğru şeklindeki çubuktan farklı olsa bile, bu geometrik şekil elde edilirken deneyle bir şekilde ilişkili olmalıydı. Bu duruma, yani geometride görüye (örneğin şekillere) başvuruyor olma durumuna, matematiğin analitik olduğunu savlayanlardan biri olan A. J. Ayer'in yanıtı hazırdır: Geometride ille de şekillere başvurmamız gerekmez! Tümüyle kesin bir geometri için şekiller gereksizdir. Biz şekilleri zihinsel anlayışımıza yardımcı olsun diye kullanırız. Ayer'in sözünü ettiği bu nokta, geometrinin yorumlanmış ve yorumlanmamış geometri adı verilen kısmıyla ilgilidir. Yorumlanmamış bir geometri bütünüyle şekilleri kullanmayan ve formel bir yapıda olan geometridir. O, sanki bir mantık dizgesine benzer. Yorumlanmış geometri de bu yorumlanmamış geometrinin bir yorumudur. Yani şekillerin artık kullanıldığı bir geometri.


Henri Poincare

Her ne kadar, yorumlanmış geometri yorumlanmamış geometrinin bir yorumu olsa da, yorumlanmış bir geometride şekillerin kullanılmasından dolayı, matematiğin kısmen de olsa bir parçasının deneyle ilişkili olacağı kesindir. Dolayısıyla matematiğin bütünüyle olgu dünyasından bağımsız olduğu ne kadar söylenebilir? Eğer matematik bir yönüyle olgu dünyasına bağlıysa ya da olgulardan soyutlanarak elde edilmişse, bu durum matematiğin bütünüyle tümdengelimsel bir zincir olmadığını gösterir. O zaman da matematikteki her şey A=A'ya indirgenemez. Eğer indirgenemiyorsa başlangıçtaki sorumuza yeniden dönmüş oluruz: Matematik neden bu dünyaya bu kadar uygundur?