Oyna Oyna, Yakışır Sana

Matematikçiler arasında bir inanış vardır. Görünüşte en kolay, en açık seçik ilişkiler, kanıtlanması en zor olanlardır. Her gün hiç farkına varmadan kullandığımız, yaşamın doğal bir gerçeği saydığımız şeylerin, üzerinde düşünülmeye başlayınca ne zorluklar çıkaracağını önceden kestiremiyoruz. Örneğin 1+1 neden 2 eder ya da 1/0 neden sonsuzdur? Aynı doğruyla dik açıyla kesişen iki doğru neden birbirine paraleldir? Daha niceleri var!

Biz de, bu tür çok basit soruları bir kenara bırakır daha zorca olanlarıyla uğraşırız.

Sayma sayılarını bilirsiniz: Sıfır dahil pozitif tam sayılar. Bunlar ilginç bir şekilde birer birer büyüyerek sonsuza gidiyorlar. Sabırlı, ciddi ve disiplinliler. Bir yerde aceleye kapılıp "yahu ben sıkıldım, 50'den sonra 93 gelsin bu sefer de" demiyorlar örneğin. Hayır, mutlaka 51 geliyor ve de her seferinde 51 geliyor. Daha ilginci, örneğin bu sayıların kendi içlerinde akrabalık ilişkileri oluşturduklarını görüyorsunuz. Yok kâh çiftler tekler diye ikiye ayrılıyorlar, kâh biri diğerinin 2 katı, yok bilemedin 3 katı filan oluyorlar. Bu sayıların akrabalık şekillerinin, insanlarınkine kıyasla, haddi hesabı yok. İstediğiniz kurala göre akrabaları ayırabiliyorsunuz.

Örneğin, sayıların kareleri var. Yakın akrabaları sayılırlar. Hepimiz şunları biliriz:

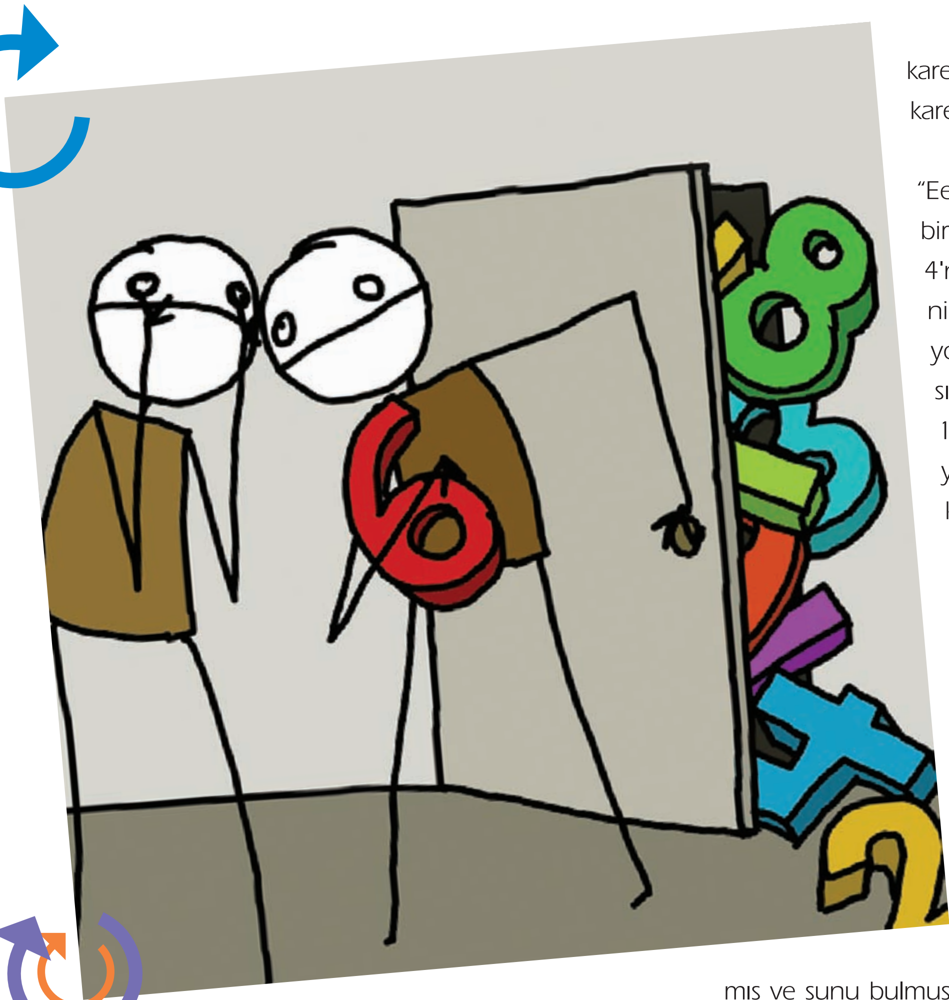
$0^2=0$ **$4^2=16$**
$1^2=1$ **$5^2=25$**
$2^2=4$ **$6^2=36$**
$3^2=9$ **$7^2=49$**
...

Böyle devam edip gider. Şimdi ardışıkların (Bu da bir akrabalık ilişkisi değil mi yani? Hadi peki komşu diyelim buna da!) kareleri arasındaki farklara bakın:

$1^2-0^2=1$ **$4^2-3^2=7$**
$2^2-1^2=3$ **$5^2-4^2=9$**
$3^2-2^2=5$ **$6^2-5^2=11$**
...

Bu farklar sadece 2'şer 2'şer artmakla kalmıyor, aynı zamanda bunların tek sayılar kümesini oluşturduğunu görebiliyoruz. Demek ki, burada bir tür "aşiret" oluşuyor.

Sayılarla oynamaya başladık mı, akla hayret verici çıkmaya başlar: Ardışık sayıların küpünü alıp evir çevir yapsanız, bu sayıların tuhaf aile içi ilişkiler oluşturduk-



larını görüp şaşırabilirsiniz: 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343 ilk 7 sayının küpleri. Küpler arasındaki farklar 1, 7, 19, 37, 61, 91, 127 . Bu farklar arasındaki farklara da bir bakalım: 6, 12, 18, 24, 30, 36. Bunu da 6'ya bölün: 1, 2, 3, 4, 5, 6 İlginç değil mi? Farkları alsanız hepsi 6. Peki acaba bu 6 ve katlarından oluşan farklar nereden geliyor? 3! ile ilgisi olabilir mi?

Vaktiniz varsa biraz daha oynayın isterseniz. Örneğin birincil farkları 1x6+1, 3x6+1, 6x6+1, ... olarak yazabileceğimizi de görebilirsiniz. Bu 6 sayısının öyküsü oldukça ilginç olmalı. Meraklısına, örneğin 360 derece'nin, 24 saatin, bir düzinenin 6 ile yakın akraba olduğunu hayal meyal hissettiğimi de söyleyebilirim.

Ben bu 6'nın burnunu birkaç yerde daha görüyorum, onları kısaca size söyleyeyim. Ardışık sayıların dördüncü üslerini alın; bulduğunuz sayılara bakalım:

0, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401,.. Bu sayılarda bir ilginçlik var mı sizce?... Ben görüyorum: 0'ın karesi, 1'in karesi, 4'ün karesi, 16'nın karesi, 25'in karesi, 36'nın karesi, 49'un karesi.

"Eee, bunda bir tuhaflık ya da özel bir durum yok ki, sonuçta bir sayının 4'ncü kuvveti zaten o sayının karesinin karesidir" diyenleri hemen görüyorum. Doğru. Şimdi bu sayılar arasındaki farklara bakalım: 1, 15, 65, 175, 369, 671, 1105. Peki bu sayılarda bir ilginçlik var mı sizce? Bir kere hepsi tek. Bir adım daha gidip bu sonuncuların farklarına bakalım: 14, 50, 110, 194, 302, 434, sonra bir adım daha; 36, 60, 84, 108, 132 sonra bir adım daha 24, 24, 24, 24, 24. Yine geldik 4! ya da 6x4 sayısına. 6 burada da nöbette.

Sevdanur Çetin arkadaşımız, benim gibi takıntılı bu sayılara. Günlerini verip bir çalışma yapmış ve şunu bulmuş: "Sayıların n kuvvetlerini alalım ve bunların farklarını üst üste bulalım. Sonuçta daima n! sayısına ulaşırız." Yani ardışık sayıların 5'nci kuvvetlerini alsak ve farkları hesaplasak sonunda 120 (5!) sayısına gelip dayanırız. 6'cı kuvvetler ise 720(6!) sayısında son bulacaklardır.

Bu noktaya kadar ilerlediğimizde birden 6 sayısı gözümüzden düşüverir. Kendi başına bir özelliği olmadığını, sadece 3!'e eşit olması dolayısıyla orada olduğunu ve bu nedenle de daima bütün farkların içinde bulunacağını keşfediveririz. Malum, n!=n(n-1)! bağıntısı bunu gerektiriyor.

Biraz başınız döndüyse aldırmayın. Bunları sınavda filan sormam size. Hani canınız sıkıldıkça sayılarla oynayın bakın ne ilginçlikler var diye anlattım ben.

Sayıları severseniz, onlarla oynarsanız, matematik dersinin ne kadar kolay, ne kadar eğlenceli olduğunu da keşfedersiniz. Başka derslere benzemez. Ezber sıfır! Sadece oyun oynadığınızı varsayın!

Muammer Abalı