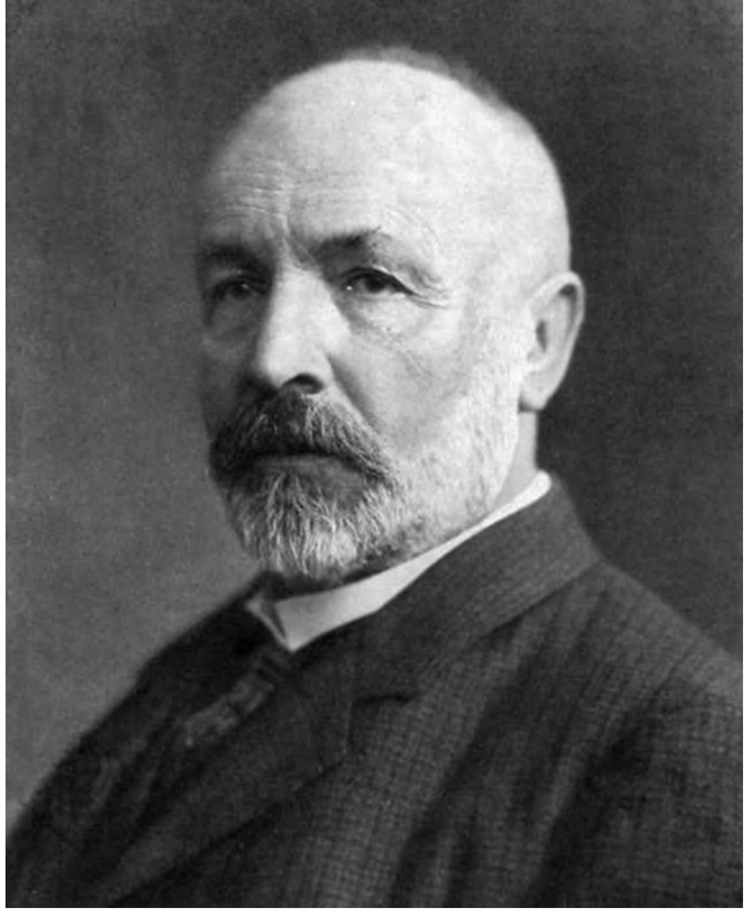
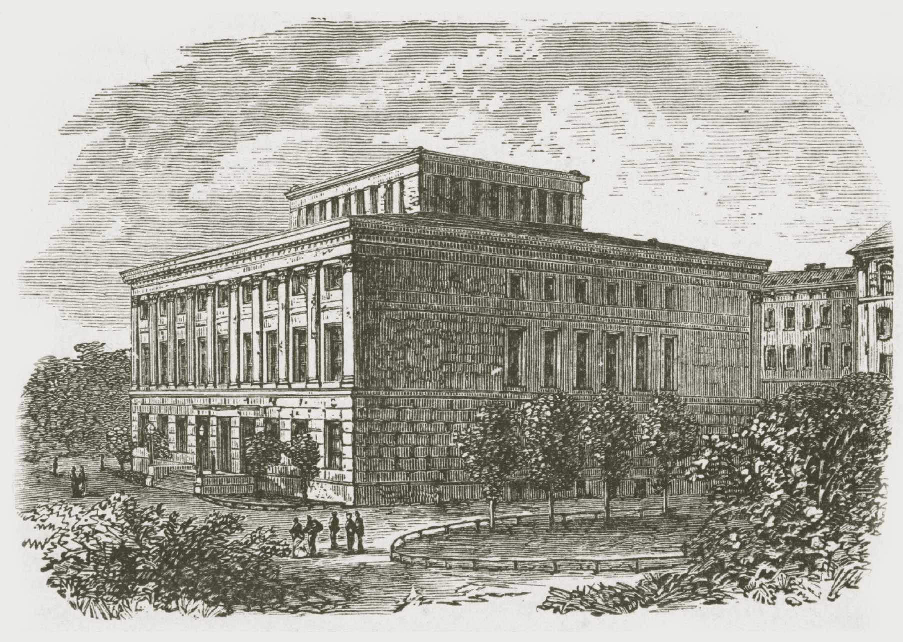
Prof. Dr. Ali Sinan Sertöz

Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü



ÇAĞININ ÖTESİNDE BİR MATEMATİKÇİ GEORG CANTOR

Çocukluğumda okuduğum bir çizgi romanda kahramanımız yanına bir radyo alıyor ve kendi yaptığı zaman makinesine binip yüzlerce yıl öncesine gidiyordu. Amacı o dönemin insanlarını bu teknolojiyle etkilemek ve kendisine hayran bırakmaktı. Böylece belki onlara kral olacak ve muhteşem bir hayat yaşayacaktı. Lakin gittiği zamanda radyo yayını olmadığı için elindeki aletin ne işe yaradığını kimseye anlatamamıştı. Üstelik radyonun fişini takacak priz aramaya kalkınca kahramanımıza deli demişler ve onu akıl hastanesine kapatmışlardı. O gün bu gün düşünürüm: Kahramanımız yanında ne götürse gittiği zamanda kral olurdu? Örneğin Georg Cantor çağlar ötesinden gelirken teknolojik oyuncaklar yerine döneminin matematik fikirlerinden bazılarını getirmiş, ama sonu benim çizgi roman kahramanımdan pek de farklı olmamıştır. Evet, Cantor'un on dokuzuncu yüzyıla zaman makinesi dışında bir yolla geldiğine beni kimse inandıramaz!



Halle Üniversitesi

Halle Üniversitesi (üstte)
Cantor'un ailesinin Halle'deki evi (solda)

Resmi kayıtlara göre ise matematikçi Georg Cantor Danimarka'dan göç etmiş bir ailenin çocuğu olarak 1845 yılında Rusya'da dünyaya gelen bir Almandır.

Çocukken ileride iyi bir kemancı olacağı düşünülüyordu. Zaten dedesi de Kraliyet Orkestrası'nda müzisyendi. Cantor on bir yaşındayken ailesiyle Almanya'ya göç etti. Okul yıllarında matematikte gösterdiği başarı fark edilince matematik eğitimi aldı. Babası ölünce kendisine kalan mirası Berlin Üniversitesi'ndeki efsanevi matematikçiler Kronecker, Weierstrass ve Kummer'den ders alarak değerlendirdi. Mezun olunca Berlin'e bugün trenle bir saat uzaklıkta olan Halle şehrindeki Halle Üniversitesi'nde göreve başladı. Hep daha iyi bir üniversitede araştırmalarına devam etme hayalini canlı tuttuysa da bu hiç gerçekleşmedi. Olağanüstü fikirleri ona prestijli üniversitelerde iş yerine onu depresyonlara sokan dışlanmalar getirdi. Zaman makinesiyle Avrupa'ya gelirken yanında getirdiğine inandığım o muhteşem fikirlere on dokuzuncu yüzyıl insanları henüz hazır değildi.

Cantor'un beğenmediği, zamanının çok ötesindeki fikirleri için sıradan bulduğu Halle Üniversitesi 1502'de kurulan Wittenberg Üniversitesi'yle 1691'de kurulan Halle Üniversite'sinin 1817 yılında birleşip yeni bir yapıyla yola devam etmeye karar vermesiyle ortaya çıkmış öncü bir üniversitedir. Derslerin o zamanın "İngilizcesi" olan Latince değil de kendi anadillerinde yani Almanca yapılması uygulamasına ilk başlayan üniversite Halle Üniversitesi'dir. Bugünün akademi dünyasının olmazsa olmazlarından birini, profesörlerin araştırmalarında özgür olması ilkesini de yine ilk kez Halle Üniversitesi uygulamaya başlamıştır.

Wikipedia'da, Halle Üniversitesi sayfasındaki "önemli mezunlar" listesi altında üç yüzden fazla ad bulursunuz ve her biri için ayrı bir Wikipedia sayfası olduğunu görürsünüz.

ABD'li oyun yazarı David Davalos 2008 yılında yazdığı, Prens Hamlet'in Shakespeare'in meşhur oyununda boy göstermeden önceki gençlik yıllarını anlattığı ve tarihi bir acıklı güldürü diye tanımladığı *Wittenberg* adlı oyununda genç Hamlet'i Halle Üniversitesi'ne yerleştirir ve onun orada gelişen düşünce dünyasını anlatır. (Bu oyun 2008 yılından beri her yıl değişik yerlerde oynanıyor. Bu yılki temsilleri kaçıranlar 2017 yılı Nisan ayı için biletlerini Arizona'daki Güneybatı Shakespeare Topluluğu'ndan şimdiden ayırtabilir.)

İşte Cantor'a dar gelen üniversite böyle bir yerdi.

Cantor'un gençliği

İlk Fikirler

Cantor'un zaman makinesiyle yanında getirdiğinden şüphelendiğim fikirleri arasında en basiti bir fonksiyonun "bire bir" veya "örten" olması özelliğidir. Fonksiyon dediğimiz "şey" bir kümeden bir elemanı alıp onu başka bir kümeden bir elemana nasıl arkadaş yapacağımız konusunda bir kural belirtme oyunudur. Örneğin "her erkek âşık olduğu kadının elini tutsun" dediğimiz zaman erkekler kümesinden kadınlar kümesine bir fonksiyon tanımlamış oluruz. Eğer hiçbir kadının eli birden fazla erkek tarafından tutulmadıysa bu fonksiyon bire birdir. Eğer her kadının elini tutan en az bir erkek varsa bu fonksiyon örtendir. Hepsi bu!

Dönemin diğer matematikçilerinin aklını başından alan, yıllarca çok şiddetli tartışmaların odağı olan, Cantor'un depresyona girip akıl hastanelerine kaldırılmasına neden olan tüm yeni fikirler, işte bu bire bir ve örten fonksiyon kavramlarının çağının ötesinde bir anlayışla kullanılmasından çıkmıştır.

Kısaca Cantor'un Katkıları

Cantor bugün kümeler kuramını oluşturan ve sonsuzluk kavramını açıklayan adam olarak geçer ansiklopedilerde. Doğduğumuz günden beri küme kavramıyla iç içe yaşadığımız için eskiden bu kavramın bilinmediğini düşünmek bile zor. Zaten eskiden de matematikçiler sıkıştıkça bazı şeylere küme deyip geçmişti. Cantor küme kavramının ciddi bir şekilde ele alınması gerektiğini, ciddiye alınmazsa içinden çıkılmaz paradokslarla boğuşacağımız düşüncesini dile getiren ilk kişidir.

Sonsuzluk kavramı ise matematikçilerin o zamana kadar sadece bazı limit bulma hesaplarında, özellikle integral kavramını oluşturma sürecinde ortaya çıkan ve Riemann, Cauchy, Weierstrass gibi matematikçilerin nasıl kullanılacağını düzenlemeye çalıştığı bir "süreç" olarak görülüyordu. Sonsuzluk bir nicelik olarak matematikte ele alınmıyordu. Bu kavram daha çok teolojinin ilgi alanına giriyordu. Din bilginleri sonsuzluk tektir ve Tanrı'ya aittir diyordu. Sonsuzluğu matematikte bir değer olarak sunmaya çalışacak olan Cantor'un karşısına sadece tutucu matematikçiler değil kutsal değerleri savunan bazı din adamları da çıkacaktı, ama o bunların hiç birini tahmin edemezdi.

Cantor insanların çığır açan fikirleri er geç kabul edeceğini biliyordu, ama bunun ne kadar geç olabileceğini ruh sağlığını kaybettikçe fark edecekti.

Kümede Kaç Eleman Var

Bir kümenin içinde üç, beş veya bir milyon eleman varsa bu kümeye sonlu küme dememizden ve eğer eleman sayısı sonlu değilse sonsuz küme dememizden daha doğal bir şey olamaz. Eğer iki sonlu kümede aynı sayıda eleman varsa eleman sayıları aynı dememiz de ayrıca belirtmeye bile gerek duymayacağımız bir gerçeklik. İşin can alıcı noktası sonsuz kümelerin eleman sayılarını karşılaştırmaya başladığımız yerdir. İki sonsuz kümenin eleman sayısı farklı olabilir mi? İkisinin de sonsuz "tane" elemanı var. Oysa sonsuz kümelerin de farklı "sayıda" elemanı olabileceğini bize ilk anlatan kişi Cantor'dur.

Cantor'un doğduğu ev

Sonsuz kavramına bulaşmadan önce yine sonlu kümelerle ilgili son derece aşikâr bir işlem yapalım. Sonra aynı işlemi sonsuz kümelere Cantor'un nasıl uyguladığına bakarız.

İçinde üç tane eleman olan A={1, 2, 3} kümesini alalım ve bu kümenin tüm alt kümelerini sıralayalım:

{}, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}

Burada {} ile boş kümeyi gösteriyoruz. Bourbaki kitaplarında boş küme için ø sembolü kullanılmaya başlanmıştır ve bu sembol bugün standart olarak kullanılmaktadır, ama ben kümenin boş olduğunun altını çizmek için {} kullandım. *A* kümesinin yukarıda sıraladığımız tüm alt kümelerinin oluşturduğu topluluğa *A* kümesinin alt kümeler kümesi diyelim ve bu yeni kümeyi *P(A)* ile gösterelim. Sayarsak, *A* kümesinin 8 tane alt kümesi olduğunu, dolayısıyla da *A* kümesinin alt kümeler kümesi *P(A)*'nın, sadece üç elemanı olan *A* kümesinden daha büyük olduğunu görürüz.

Cantor ise *P(A)* kümesinin eleman sayısının *A* kümesinin eleman sayısından büyük olduğunu, kümelerin elemanlarını saymadan görmek istiyor. Bunun için şöyle bir iddia ortaya atıyor: *A* kümesinden *P(A)* kümesine giden, örten bir fonksiyon bulmak olanaksızdır. Örneğin bizim *A* kümemizde sadece üç eleman vardı. Her birine *P(A)* kümesinden bir elemanı arkadaş olarak versek yine de *P(A)* kümesi içinde arkadaşı olmayan elemanlar kalacaktır. Biz bu sonuca kolayca vardık çünkü kümelerin içindeki elemanları saydık ve birinin elemanları öbüründen fazla çıktı.

Cantor bu sonucu eleman saymadan yapmanın bir yolunu buluyor. *A*'dan *P(A)*'ya giden hangi *f* fonksiyonunu alırsak alalım, Cantor bize bu *f* fonksiyonunu kullanarak *f*'nin hedefinde olamayacak bir alt küme inşa ediyor. Bu elbette *f* fonksiyonunun örten olamayacağını gösterir. Yani örten bir fonksiyon kurmamız mümkün değil ve dolayısıyla *P(A)* kümesinde daima *A* kümesinden daha çok eleman var. Burada dikkat ederseniz *A* kümesinin içinde kaç eleman olduğunu hiç göz önüne almadık. Demek ki sonsuz sayıda elemanı olan bir *A* kümesi için bile *P(A)* kümesinde *A*'da olandan daha fazla eleman olduğunu söyleyebiliriz. Oysa az önceye kadar ikisine de sonsuz küme diyorduk. Demek ki sonsuz var, sonsuz var!

Bugün meşhur Cantor Teoremi olarak bilinen sonuç budur ve sadece bir fonksiyonun örten olması kavramı kullanılarak kanıtlanmıştır.

>>>

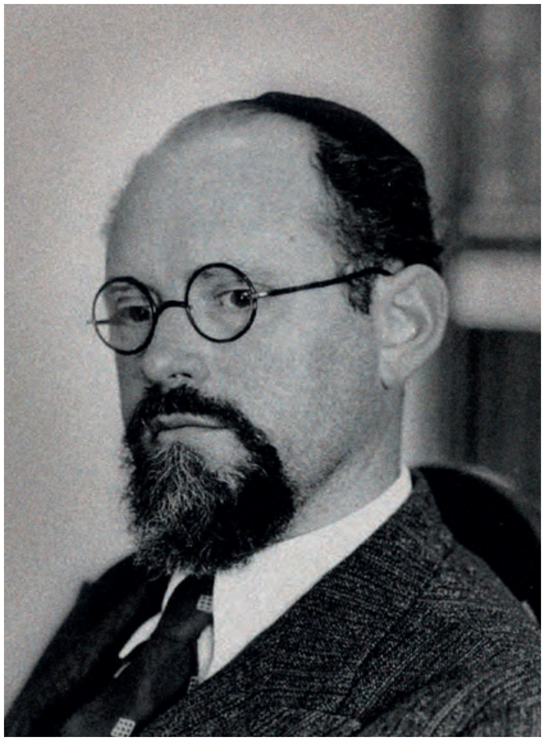
Sadece Merak Edenlere

Cantor'un yukarıda sözünü ettiğimiz, *f*'nin hedefinde olamayacak alt kümeyi nasıl kurduğunu burada hemen anlatayım, ama çok meraklı değilseniz bir sonraki başlığa şimdiden geçin.

A kümesinden, *A* kümesinin tüm alt kümelerini içinde toplayan *P(A)* kümesine yönlenmiş rastgele bir *f* fonksiyonumuz olsun. Şimdi *A*'nın bir alt kümesini kuracağız, adı *B* olacak. *A*'nın içindeki her *x* elemanına "sen *f(x)* alt kümesine ait misin?" diye soracağız. "Hayır" derse onu B kümesine alacağız, "evet" derse almayacağız. Cantor'un iddiasına göre hiçbir *x* için *f(x)=B* olamaz. Eğer *f(x)=B* ise biz *x* elemanına tekrar "sen *f(x)* alt kümesinin içinde misin?" diye sorduğumuzda bize tutarlı bir cevap veremez. Eğer "evet" derse *B*'nin tanımı gereği onu *B*'den çıkarmamız, ama "hayır" derse yine *B*'nin tanımı gereği *B*'ye katmamız gerekecek. Yani içinden çıkılmaz bir çelişki yaratacağız. Tek kurtuluş yolu hiçbir *x* için *f(x)=B* olamayacağını kabul etmek. Yani *A*'dan *P(A)*'ya giden hiçbir *f* örten bir fonksiyon olamaz.

Cantor, Halle Üniversitesi'nde göreve başladığı yıllarda
Kaynak: David Foster Wallace

Bazen profesyonel matematikçiler bile bir teoremin ne dediğini anlar ama kanıtı sadece anlamış gibi yapıp ilerler. Soranlara da "Orada açıkça yazıyor. Kendin oku, anla, beni rahat bırak" derler. Siz de öyle yapabilirsiniz, bunda bir sakınca yoktur.



Ernst Zermelo (solda)
Abraham Fraenkel (sağda)

Sonsuz Tane Sonsuz

Tam sayılar kümesinde sonsuz tane sayı olduğunu biliyoruz. Tam sayıların tüm alt kümelerinin sayısının tam sayıların sayısından fazla olduğunu gördük. Cantor, tam sayıların "sayısına" sayılabilir sonsuz diyor. Demek ki sayılabilir sonsuzdan daha büyük bir sonsuz kavramı var: Tam sayıların alt kümeler kümesinin eleman sayısı.

Burada durmamızı emreden hiçbir kural yok. Şimdi de tam sayıların alt kümeler kümesini alıp onun alt kümeler kümesini kurarız ve Cantor Teoremi'ne göre daha büyük sayıda elemanı olan bir küme elde ederiz. Bu şekilde sonsuza kadar gideriz. Birbirinden farklı sonsuz tane sonsuz büyüklük elde ettik.

Siz bunları 2016 yılında gözünüzün önüne getirmekte zorlanıyorsanız, 19. yüzyıl insanları ne yapsın?

Kaç Tane Reel Sayı Var

Herhangi bir A kümesinin alt kümeler kümesinin her zaman A'dan daha fazla eleman barındıracağı gerçeği bize sonsuzdan da büyük sonsuz olduğunu, sonsuz deyip geçmemek gerektiğini gösterdi. Ama gerçek hayatta bu ne işimize yarayacak? Burada gerçek hayat derken bir matematikçinin günlük, olağan hayatından söz ediyorum elbette. Her gün reel sayılarla uğraşan ve reel sayıların sonsuz olduğunu bilen bir matematikçinin Cantor'a ilk soracağı soru kaç tane reel sayı olduğudur.

Reel sayıları saymaya başlamadan önce ortaokulda öğrendiğimiz, reel sayılarla ilgili bir gerçeği hatırlayalım. Her reel sayının en az bir, en fazla iki ondalık açılımı vardır. Ondalık açılımının sonu sonsuz tane 0 ile biten bir sayıyı, bir önceki basamağı bir düşürüp sonsuz tane 9 ile bitirerek de yazabiliriz. Bunun en çarpıcı örneği

$$1=0{,}99999\ldots.$$

eşitliğinde görülür. Burada ilk başta şaşırmamıza neden olan olgu sayılar ile onları temsil eden şekillerin aynı olduğu vehmine kapılmamızdır. Yukarıda aynı sayının iki ayrı sembolle temsilini görüyoruz. Yani 1 sembolü de 0,999… sembolü de aynı sayıyı, "bir" sayısını temsil etmek için kullandığımız sembollerdir.

Şimdi bunu aklımızda tutarak 0 ile 1 arasındaki tüm reel sayıların, sonu tekrarlayan 9'larla bitmeyen temsillerini yazalım. Eğer bunların sayısı tam sayılarla aynı olsaydı, tam sayılardan az önce yazdığımız reel sayıların açılımları kümesine bire bir ve örten bir fonksiyon kurabilirdik. Yani her tam sayıya bir reel sayı vereceğiz ve her reel sayı da bir tam sayıya verilmiş olacak. Açıkta hiç bir reel sayı kalmayacak. Böyle bir f fonksiyonu bulduğumuzu varsayalım. Bu varsayımı kullanarak, f fonksiyonunun görmediği bir reel sayı inşa edeceğiz. Oysa f fonksiyonu tüm reel sayıları gördüğünü iddia ediyordu. Yalanını yakaladığımız için böyle bir f fonksiyonunun olmadığı sonucuna varacağız.

Reel sayıların anlaşılması yönünde ciddi çalışmalar yapan Richard Dedekind

İşte *f* fonksiyonunun görmediği sayıyı şu şekilde yazabiliriz:

$$C=0,c_1c_2c_3\ldots$$

Burada her c_1, c_2, c_3,… sayısı 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sayılarından biri olacak (dikkat edin, 9 istemiyoruz) ve c_k sayısı f(k) sayısının *k*'inci basamağındaki sayıdan farklı olacak şekilde seçilecek. Örneğin:

$$f(5)=0,234269086\ldots$$

ise biz $c_5=1$ seçebiliriz çünkü f(5) sayısının beşinci basamağı 6'dır ve biz 6'dan değişik istediğimiz sayıyı, 9 seçmemek şartıyla, seçebiliriz.

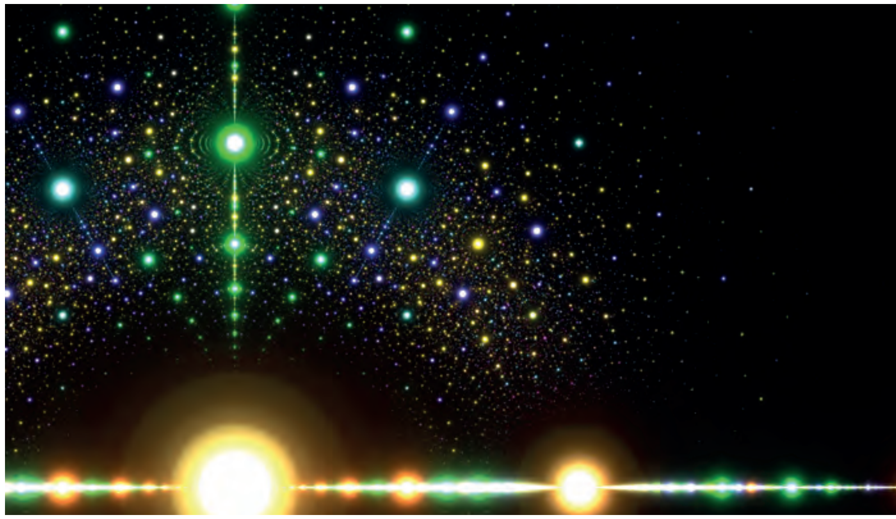
Şimdi iddia ediyoruz ki *f* fonksiyonu *C* sayısını görmez. Eğer görseydi, bir *k* tam sayısı için *f(k)=C* olacaktı. Oysa *f(k)* sayısının *k*'inci basamağı, *C* sayısının *k*'inci basamağı olan c_k sayısından farklı olduğu için *f(k)* ile *C* aynı olamaz.

Demek ki reel sayıların sadece 0 ile 1 arasında kalanları bile tam sayılardan daha "fazla". Cantor reel sayıların sayısına sayılamaz sonsuz adını takıyor. Sayamayacağımız kadar çok reel sayı var.

0.124435...
0.264469...
0.567003...
0.094813...
0.908336...
0.500823...

0.235254...

Bu son sayı yukarıdaki sayıların her birinden işaretli hanede farklı olduğu için, hepsinden farklıdır. Bu işlemi sonsuz defa sürdürürsek, reel sayıların her birinden farklı bir sayı elde ederiz. Buradan, reel sayıları nasıl sıralarsak sıralayalım mutlaka bu sıralamanın dışında bir reel sayı kalacağı sonucu çıkar. Bu durumu kısaca "reel sayılar sayılamaz çokluktadır" diye özetleriz.



Uzaydaki Nokta Sayısı

Sonsuzluğu "saymaya" başlayınca insan nerede duracağını bilemiyor. Cantor bize sadece 0 ile 1 arasındaki reel sayıların miktarı ile düzlemdeki herhangi büyüklükte bir karenin içindeki nokta sayısının da aynı olduğunu söylüyor. Yani bu nokta kümeleri arasında bire bir ve örten bir fonksiyon kuruyor.

İnsanlar daha bunu kabullenmeye çalışırken Cantor daha ileri gidip aslında yaşadığımız üç boyutlu uzaydaki herhangi bir küpün ya da kürenin içindeki nokta sayısının da yine 0 ile 1 arasındaki reel sayılar kadar olduğunu gösteriyor. Bir adım sonra ne diyeceğini tahmin etmenin çaresizliği ile insanlar Cantor'u dinliyor ve Cantor *n*-boyutlu uzaydaki tüm noktaların sayısının da yine 0 ile 1 arasındaki reel sayılar kadar olduğunu söylüyor. Ve bu insanlar 19. yüzyılda logaritma tablolarıyla hesap yapmaya çalışan insanlar. Cantor'u sevmemiş olmalarında şaşırtıcı bir yön yok.

Cantor'u çekemeyenlerin tek tesellisi Cantor'un tam sayıların sayısı ile reel sayıların sayısı arasında kalan başka bir sonsuz sayı olup olmadığı problemini bir sonuca bağlayamadan ölmesidir.

Cantor ailesinin Halle şehrindeki aile mezarlığı

Yüz Yıl Erken

Cantor evlenip balayına çıktığında zamanının çoğunu dönemin önemli matematikçilerinden Dedekind ile matematik konuşarak geçirdi. Yine de zaman içinde altı çocuk babası olmayı becerdi.

Sonsuzluk üzerine geliştirdiği ve sadece bir fonksiyonun bire bir veya örten olması gibi temel bir kavram etrafında tartışarak kanıtladığı sonuçlara döneminin matematikçileri hazır değildi. Cantor o kadar çağının ötesinde fikirlerle ortaya çıkmıştı ki ona karşı çıkanlar sadece beklendiği gibi akademi dünyasının sıradan çalışanları değildi. Kronecker gibi yaratıcı fikirleri ve olağanüstü yeteneğiyle günümüz matematiğine kalıcı katkılar yapmış bir matematikçi bile onun için "hain, gençleri zehirleyen bir bilim şarlatanı" ifadelerini kullanmıştır.

Döneminin bilinebilecek tüm matematik bilgilerini tek başına bilebilen son insan olan Poincare bile onun fikirleri için "matematiği saran ağır bir hastalık" benzetmesini yapmıştır.

Din adamlarının bazıları birden fazla sonsuzluk kavramı olduğunun konuşulmasını tek bir tanrının varlığını sorgulamak şeklinde yorumlayıp Cantor'a bir de bu cepheden saldırıyordu.

Çağımızın en önemli filozoflarından Ludwig Wittgenstein ise Cantor'un ölümünden yıllar sonra bile kümeler kuramı için "saçma, gülünç hatta yanlış" diyerek alay ediyordu. Cantor zaman makinesinin düğmesini yanlış ayarlamıştı sanki.

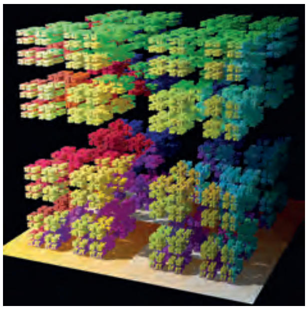
Alfred Nobel'in olmayan karısını baştan çıkarmakla suçlanan Gösta Mittag-Leffler, Cantor'un bir dönem sırdaşı ve matematik konusundaki en büyük destekçilerinden biri oldu. Cantor da Mittag-Leffler'in çıkardığı *Acta Mathematica* dergisinde çalışmalarını yayımlamaya başladı. Cantor Mittag-Leffler'e yazdığı elli iki mektubun her birinde fikirlerini kabul etmeyen hocası Kronecker'i çekiştirdi. Ama bir gün Mittag-Leffler Cantor'dan bir makalesini geri çekmesini istedi. Matematik dünyasının bu makaledeki fikirlere hazır olması için en az yüz yıl beklemek gerektiğini ileri sürdü. Galiba zaman makinesi meselesinden o da şüphelenmeye başlamıştı.

Cantor'un çocukluğunu geçirdiği St Petersburg'daki evin kapısındaki plaket (üstte), Cantor ve eşi Vally (solda)

Leopold Kronecker

Cantor'dan geriye zamanının çok öncesinde matematik dünyasına tanıtılmış bir sonsuzluk kavramı ve kümeler kuramı kaldı. Tüm kümelerin oluşturduğu bir kümenin alt kümeler kümesinin bu kümenin içine sığamayacağı gibi paradokslarla, matematikçilere kümeler kuramına ciddi belitler yardımıyla yaklaşmak gerektiğini öğretti. Bugün kullandığımız Zermelo-Fraenkel küme belitlerinin ortaya çıkmasına yol açtı.

3 Boyutlu bir Cantor Kümesi



Depresyon Yılları

Cantor fikirlerine gösterilen dirençten ve bu direncin zaman zaman kişiliğine yönelmesinden çok yıprandı. Özellikle Mittag-Leffler bir makalesinin yayımı için 1984 yılına kadar beklemek gerektiğini yazınca artık iyice yorulan bedeni onu yarı yolda bıraktı. İlk depresyonunu o yıl geçirdi. Ölümüne kadar da sık sık hastaneye yatacak ve her seferinde uzun süre tedavi görecekti. Hastaneden yazdığı mektuplarda matematik çalışacak kadar sağlığına kavuşmayı ne kadar çok istediğini anlatacaktı. İnsan hastalanınca sağlıklı dönemlerinde nasıl olup da var gücüyle çalışmadığını, sanki sonsuz zamanı varmış gibi vaktini hoyratça harcadığını hatırlar ve kahrolur. Cantor da bu duygularla hastanelerde yattı.

Bir daha hiç matematik yapacak kadar iyileşmedi, fakat hastanede olmadığı dönemlerde de boş durmadı. 1890 yılında Alman Matematik Derneği'ni kurdu ve ilk başkanı seçildi. Matematik yapacak kadar iyileşmeyi beklerken bugün hâlâ tartışma konusu olan bir konuya ilgi duydu. Shakespeare diye birisinin olmadığı, tüm o oyunları Francis Bacon'un yazdığı iddialarını destekleyen makaleler yazdı.

Birinci Dünya Savaşı yıllarına denk düşen hayatının son döneminde yeniden hastaneye kaldırıldı. Karısına kendisini hastaneden çıkartmasını rica eden mektuplar yazarak ömrünü tamamladı.

Cantor'un Cenneti

Kendileri de matematik dünyasına çağlarının ötesinde fikirler getiren matematikçiler Cantor'un yaptıklarını anlamakta zorlanmadı. Dönemin en önemli matematikçilerinden David Hilbert "Cantor'un fikirleriyle bizi soktuğu bu cennette bir daha kovulmayacağımız duygusuyla etrafa hayranlıkla bakıyoruz" demiştir. Yine Hilbert 1900'de Dünya Matematikçiler Kongresi'nde, tüm 20. yüzyıl matematiğine yön veren yirmi üç problemin birincisi olarak tam sayıların sonsuzluğu ile reel sayıların sonsuzluğu arasında bir başka sonsuz büyüklük olup olmadığını sormuştur. Bu problem henüz çözülmüş değil. Bir gün sonsuz bir kümeyle karşılaşırsanız dikkatle sayın, belki aranan küme odur.

Cantor son yıllarında Londra Kraliyet Derneği'nin matematikçilere verdiği en büyük ödül olan Sylvester Ödülü'nü aldı. İskoçya'daki St. Andrews Üniversitesi'nin 500. yıl kutlamalarına davet edildi ve ertesi yıl aynı üniversiteden kendisine fahri doktora unvanı verildi.

Kurucusu olduğu Alman Matematik Derneği ise 1990 yılından itibaren Cantor Madalyası vermeye başladı.

Cantor bize ikram ettiği fikirlerin eleştirildiğini son günlerine kadar duyarak yaşadı ve muhtemelen kalbi kırık ayrıldı aramızdan. Kendi adıyla anılan bir kümenin bugün ders kitaplarında yer aldığını ve matematiğe ilk başlayan öğrencilerin başını döndürmeye devam ettiğini hiç tahmin edemezdi.

Ya da belki zaten biliyordu!

Zaman Makinesi

Herbert George Wells yani herkesin bildiği adıyla H. G. Wells, *Zaman Makinesi* adlı romanında sadece Zaman Gezgini adıyla andığı kahramanını zamanda yüz binlerce yıl ileriye götürür. Kahramanımız geri gelir, başından geçenleri anlatır ve tekrar gider. Yine aynı döneme, muhtemelen âşık olduğu kadına ve belki de insanlığın geleceğini kurtarmaya gitmiştir. Wells bu romanı Cantor'un fikirlerinin dünya matematiğini sarstığı bir dönemde, 1895'te yazmıştır. Romanın 1960'ta çekilen filminde Zaman Gezginini Rod Taylor oynamıştı ve adı George olmuştu. Filmin sonunda George zaman makinesine binmeden önce yanına üç kitap alır. Bu kitapların hangi kitaplar olduğu filmde belirtilmez; "George'un yanına aldığı kitaplar hangileriydi?" sorusu o gün bu gündür bilim kurgu hayranlarının hayal gücünü besleyen bir kaynak olmuştur.

Ben de zaman zaman bugünkü matematik kitaplarından birini alıp birkaç yüzyıl önceye gidip Cantor gibi matematik dünyasının altını üstüne getirip adımı matematik tarihine yazdırmayı planlıyorum.

Ama acaba hangi kitabı yanıma alsam?

Herbert George Wells

Zaman Makinesi'nin ilk baskısı

Kaynaklar:
- Wikipedia maddeleri
- Gray, R., Georg Cantor and Transcendental Numbers, American Mathematical Monthly, Cilt 101, sayfa 819-832, 1994.
- Cantor, G., Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers, (çeviren Philip E. B. Jourdan), Dover Yayınları, 1955.
- Dauben, J. W., Georg Cantor, His Mathematics and Philosophy of the Infinite, Princeton Üniversitesi Yayınları, 1990.

Rod Taylor *Zaman Makinesi* adlı filmde