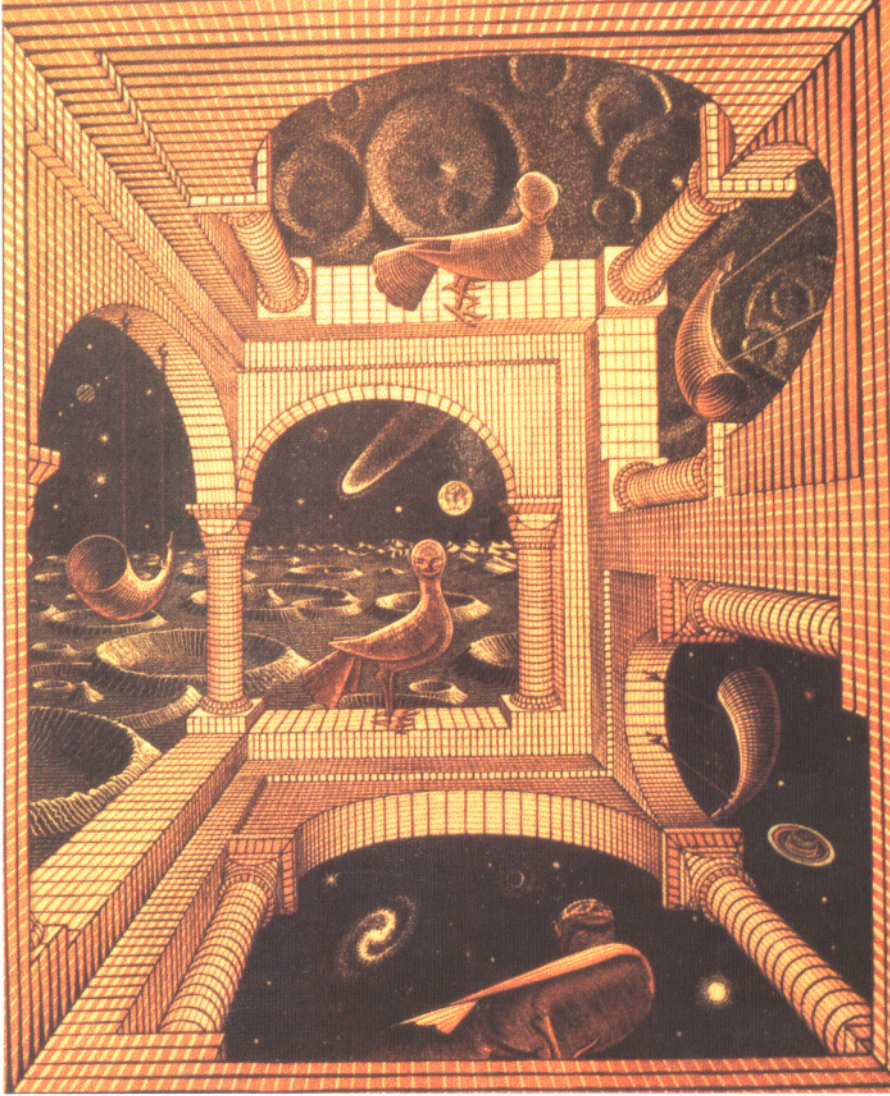


Dördüncü Boyut ve Ötesi...



Ümit Sayın
İ.Ü., Cerrahpaşa Tıp Fakültesi

R OGER RABBİT (Tavşan Roger) ve 'Cool World' (Yalan Dünya), iki boyutlu karton karakterlerle bizim üç boyutlu dünyamızı birleştiren ilginç çizgi filmlerdi. 'Toon'lar veya 'Doodle'lar (yani karton animasyon karakterleri) sevimli rengarenk iki boyutlu bir dünyada kendi komik kurallarına göre yaşayan 'mürekkep şekileciklerdir', en korktukları şey de onları emip yok edebilecek bir dolmaka-lemdir. Ama günün birinde üç boyutlu insanlar onların dünyasına giriverirler ve filmlerde bu farklı boyutlardaki iki dünyanın karmaşasını izlersiniz: Roger Rabbit dedektif dostunun üç boyutlu tabancasına iki boyutlu parmağını sokabilmekte, bir insanla elele kolkola dolaşabilmektedir. Bu iki boyutlu komik dünyanın ku-

1960'lı yıllarda Amerikan televizyonunda 'Alacakaranlık Kuşağı' isimli programı sunan Rod Sterling o esrarengiz sesiyle klasikleşmiş cümlesini söylüyordu: "Bildiklerimizin dışında mutlaka bir beşinci boyut olmalı." Böylece 'Hayatın Bilmediğimiz Yönlerini' bir başka boyutun -o her ne ise- varlığı ile açıklamaya çalışıyor ve kendince 'ruhlar alemine' bir kapı açıyordu. Zaten yıllardır matematikçiler için dördüncü, beşinci ve n'inci boyutlarda yolculuk yapmak; Taksim'den Karaköy'e dolmuşla gitmek kadar olağan birşeydi! Ama 26 boyutlu bir evrende düğüm problemleri çözmeye çalışan bir matematikçiye hangi boyutta parapsikolojik olaylara rastlayabileceği sorulsaydı, herhalde kahvesinden bir yudum alır ve alaycı bir gülümsemeye "Fakat, henüz ben yüzden sonra saymayı öğrenemedim ki!" derdi.....

ralları da komiktir; örneğin bir 'doodle' kalkıp iki boyutlu haline bakmadan üç boyutlu bir insanı öldürürse, insan iki boyutlu bir 'doodle'a dönüşür. İki boyutlu dünyada ölüm pek yoktur ve üç boyutlu dünyada mümkün olmayan pek çok şey bu mucizevi evrende mümkün hale gelir.

İki boyutlu resimleri zaman zaman üç boyutlu, hatta canlı gibi algıladıklarını söyleyen kişiler varsa da bu algılamamanın mekanizması çözülmüş değil. Herhalde 'doodle'ları yaratan ressamalar da bu tür algılardan haberdarlardı. Senaryosunu Stephan King'in yazdığı 'Bahçivan' adlı filmde bazı ilaçların ve bilgisayarların yardımıyla varılan farklı bilinç ve 'boyut' hallerinde, insanların nasıl değişik yetenekler kazanabileceği abartılarak kurgulanıyor. Belki yakın

bir gelecekte beyin kimyamızı bazı yapay maddelerin yardımıyla veya kendi kendimize değiştirerek değişik algı ve düşünme düzeylerine varabileceğiz.

Aslında iki gözümüz olmasaydı cisimleri üç boyutlu algılayamazdık; çünkü her iki gözün retinasında görüntünün oluştuğu yerler birbirine simetrik yerde değildir ve ancak iki gözle farklı açılardan bakılarak cisimler üç boyutlu görülebilir. Gözümüze ulaşan görüntülerin çözümlendiği oksipital lob (arka lob)'da beyin üç boyutlu bir dünyanın iki boyutlu izdüşümünü algılar ve yorumlar. Üç boyutu yaratan biraz da gölgeler, perspektif ve insanların nesnelere arasında kurdukları ilişkilerdir. Örneğin gözün düşebileceği bu algı hatalarına örnek verebilmek için M. Escher'in "İniş ve Çıkış" isimli resmini inceleyebiliriz. Resimde insanlar ya sürekli inmekte ya da sürekli çıkmaktalar. Peki, hep inerek veya çıkarak aynı yere varılabilir mi? Mantık ve gerçeklik bunun neresinde? Escher daha da ileri gidiyor ve "Sürüngenler" resminde iki boyutlu çizgi kertenkeleleri üç boyutlu hale getirerek odanın içine sokuyor.

Euklides, bizi aya götürmeye yetecek geometriyi kurmamızı sağlayan geometri teoremlerini ortaya ko-

*Birbiriyle ilişkisi
yokmuş gibi
görünen bu
imajları yanyana
getirirken
Salvador Dali,
dünyayı kaç
boyutlu algılayan
insanlara sesleniyor,
bu sürrealist
imgeleme ile ne
demek istiyordu?*



yarken ele aldığı evren çok statik, koskocaman küp gibi bir şeydi. O, bu küpün merkezinde bir yerde oturmuş, kuma durmadan şekiller çiziyordu.

Pythagoras ve Thales de bu geometriye birçok katkıda bulduktan sonra Descartes 17. yüzyılda "Analitik Geometri"yi kurarak astronomların, bizim referans sistemimize göre nerelerde olduklarını hesaplayabilmemizi sağladı. Daha sonra Reimann ve Lobachevski geometrieleri 19. yüzyılın sonunda farklı yapılarla evrenlerin de olabileceğini ortaya attı. Neden bir üçgenin iç açıları toplamı 180 dereceden büyük olmasındı? Eğer üçgen, küre biçimindeki bir evrenin üstüne çizilirse bu pekala mümkün olabilirdi...

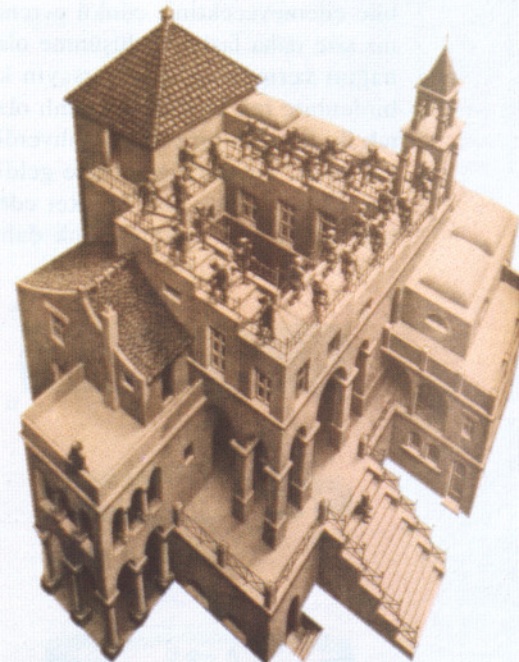
20. yüzyılda matematikçiler daha da çıldırdılar! Canlarının istediği boyutta 'matematiksel' olarak dolaşmak onlara büyük heyecan veriyordu. Önce can sıkıntısından bilmece çözmek için bu yeni evrenlere daldılar; uğraştıkları problemler daha çok düşümlerin matematiksel açıklamasıyla ilgiliydi. Üstelik bu uğraşlar pek karın da doyurmazdı; bütün gemiciler matematikçilerden daha iyi düşünüm atarları ve yaptıklarının pratik bir önemi de vardı. Dillere destan denizkızları bile bir gemiciyi dört boyutlu düşümler atma konusunda kandıramazdı. Ancak bilim ilerledikçe kullanılan matematiğin çok yetersiz olduğu görüldü. Neden matematikçiler üç boyutlu dünyalarında rahat rahat keyiflerine bakıp, yaşamı



Maurits C. Escher / "Sürüngenler" (1943).

Escher, iki boyutlu kertenkeleleri üç boyutlu hale getirip odanın içine sokmayı başarmış. Dikkat! Bu kertenkeleler sayfalarımızın arasından çıkıp sizin odanızda kaybolabilirler!...

*Maurits C. Escher /
"İniş ve Çıkış" (1960).
Buradaki perspektif
hilesini bulabilir misiniz?
Önce dış kısımdaki
adamlara dikkat edin;
merdivenin yönüyle de
karşılaşınca bu
adamların sürekli
çıkıp çıktığını
göreceksiniz.
Yalnızca iç taraftaki
adamlara dikkat
ettiğinizde ise, bunların
da sürekli indiklerini
göreceksiniz.
Hep inerek ya da hep
çıkarak, insan sonunda
bulduğu noktaya
gelebilir mi?*





Maurits C. Escher / "Möbius Şeridi" (1963).

Şeridin üzerinde yürüyen üç boyutlu karınca, şeridin her noktasını katedecektir.

daha kolay anlaşılır hale getirmek yerine, nasıl bir şey olduğunu kendilerinin bile bilmedikleri dördüncü, beşinci boyutlarda dolaşıyorlardı? Sorunun yanıtı çok basitti; 'düşük seviyeli boyutlarda' çözemedikleri karmaşık problemleri böyle çok daha kolay çözümlenebiliyorlardı. Zamanla bu uğraşlarının hiç de boşa gitmediğini gördüler; radyo galaksilerini izleyen astrofizikçiler, "birleşik alan" teorisıyla uğraşan çekirdek fizikçileri veya bilgisayar analizcileri artık "n-boyutlu" uzayda düşünmeyi öğreniyor ve matematikçilerin geliştirmiş oldukları modelleri kendi konularında kullanıyorlardı.

Düşünün ki etrafınızı çevreleyen evren tek boyutlu. O zaman sadece bir çizgi boyunca hareket etmek zorunda kalacaksınız ve bu çizgiden sağa ya da sola hareket etmeniz mümkün olmayacaktır; üstelik bunu hayal bile edemeyecektiniz çünkü evreniniz size daha fazlasını düşünme olanağını vermeyecekti! Varsayın ki birdenbire tek boyutlu bir canlı olarak iki boyutlu bir evrene açılıverdiniz ve iki boyutu algılar hale geldiniz. O zaman sağa sola hareket edebilecek ve yeni evrende çok daha

bağımsız bir harekete sahip olacaksınız. Şimdi de diyelim ki iki boyutlu bir dünyada yaşıyorsunuz, size 'Roger Rabbit'i oynama imkanı sağlandı ve filmde oynuyorsunuz; eğer üç boyutlu evrene geçmek ve bu evrenle temas kurmak imkanınız olsaydı, 'mafya gorillerinden' birisi sizi tam yere yıkarken, filmden çıkıp iki boyutlu bir 'toon' olarak seyircilerin arasında kaybolabilirdiniz. Böylece üç boyutlu evreni keşfettiğiniz için gangsterlere karşı çok büyük bir avantajınız olacaktı.

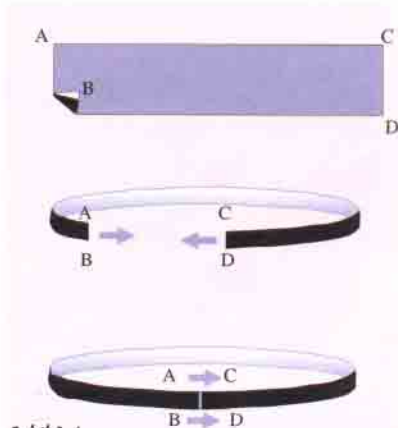
Şimdi de üç boyutlu bir dünyada yaşıyorsunuz. Dördüncü boyutun da zaman olduğunu varsayalım. Bir hareketi en, boy, yükseklik ve zaman boyunca yapabiliyorsunuz. Zaman boyutunda bir saniye bile ileri veya geri hareket edebileniz, size yönelmiş bir merminin yerinden saptırılmasını veya olası bir trafik kazasının önlenmesini sağlayabilirdi. 'İnsan Genom Projesinin' başarıyla gerçekleştirildiği şu günlerde de vücudunuzda gelişebilecek bir kansere karşı dördüncü boyutta hareket ederek önlemler alabilirdiniz. Dördüncü boyutta hareket edebilmek belki de size 'ölümsüzlüğü' getirecek günün

birinde. İçinde bulunduğumuz boyutlara tek bir boyut katabilmek bize korkunç bir bağımsızlık ve güç kazandırabilir; bu tek boyut bile insanlığın bugün en önemli sorunu olan 'enerji problemini' çözmeye olanak tanıyabilirdi!...

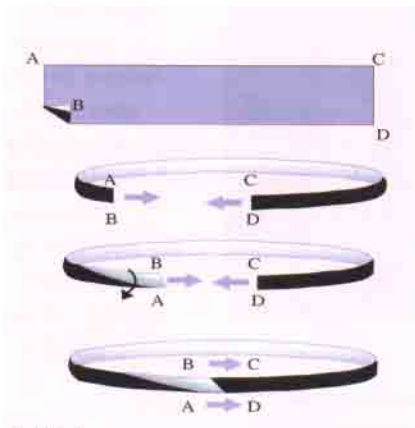
Bir matematikçi için yeni bir boyut, yeni bir bağımsızlık alanı demektir. Konuyu daha iyi örnekleyebilmek için evrenin iki boyutlu olması konusuna dönelim. Şekil 1-A'da iki boyutlu bir cisimden bir halkanın nasıl oluşturulduğu gösterilmektedir. EVREN X'in böyle bir halka biçiminde olduğunu varsayalım. Bu evrenin iki kenarı ve iki yüzü olacaktır. Burada yaşayan iki boyutlu Bay ÖX hiçbir zaman bir yüzden diğerine geçemeyecektir; geçebilmesi için üçüncü bir boyutun varlığından yararlanıp, öteki tarafa bu boyuttan geçerek atlaması gerekecektir.

Yine varsayalım ki EVREN Y de bir 'Möbius şeridi' biçiminde ve burada da iki boyutlu Bay ÖY yaşamakta. Önce Möbius şeridinin ne olduğuna açıklık getirelim. Şekil 1-B'de iki boyutlu bir yüzeyin nasıl kıvrılıp Möbius şeridi haline getirildiği görülmektedir. Möbius şeridi, çok ilginç geometrik özelliklere sahiptir; örneğin kolaylıkla yaparak görebileceğiniz gibi şeridin sadece bir yüzü, bir kenarı vardır ve EVREN Y'de yürüyerek her yere gidilebilir. Yani Bay ÖY kendi evreninin her tarafına rahatlıkla gidebilecek ve evrenini keşfetmesi için başka boyutlara geçmesi gerekmeyecektir.

Bay ÖX ve Bay ÖY'nin iyi birer matematikçi olduğunu düşünelim. Şekil 1-C'de görüldüğü gibi EVREN X'de Bay ÖX'in sağ ve sol eldivenleri



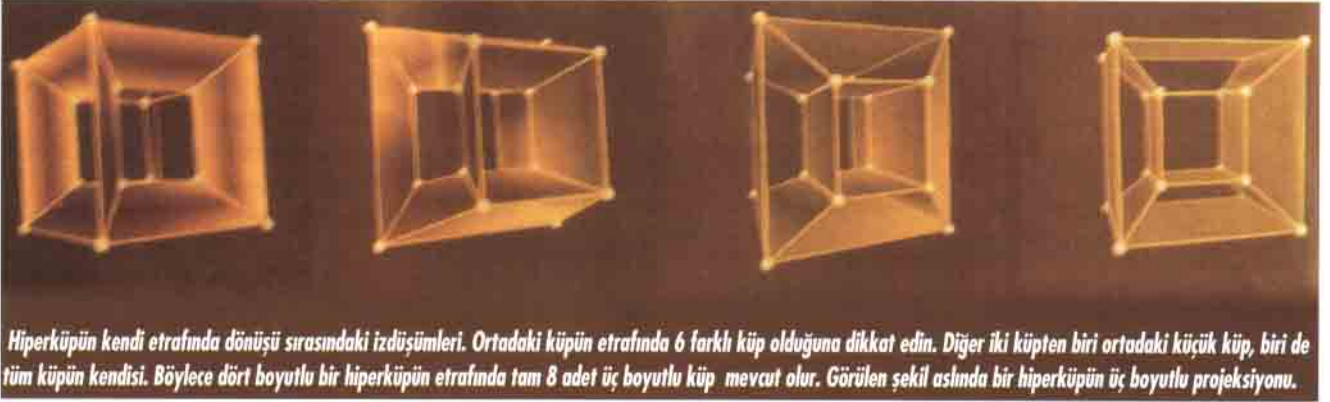
Şekil 1-A



Şekil 1-B



Şekil 1-C



Hiperküpün kendi etrafında dönüşü sırasındaki izdüşümleri. Ortadaki küpün etrafında 6 farklı küp olduğuna dikkat edin. Diğer iki küpten biri ortadaki küçük küp, biri de tüm küpün kendisi. Böylece dört boyutlu bir hiperküpün etrafında tam 8 adet üç boyutlu küp mevcut olur. Görülen şekil aslında bir hiperküpün üç boyutlu projeksiyonu.

tüm evren boyunca seyahat ettirildikleri zaman özelliklerini kaybetmeyeceklerdir ve Bay ÖX sağ ve sol eldivenlerinin simetrisinden veya ayna görüntüsünden bahsedebilecektir. Fakat EVREN Y'de böyle bir simetri artık sözkonusu değildir! Bay ÖY, A noktasından başlayarak sol eldivenini tüm evreni boyunca hareket ettirirse sol eldiven sağ eldiven haline gelecektir. Bu yüzden Bay ÖY'nin evreninde sağ/sol kavramı, dolayısıyla simetri ortadan kalkacaktır; çünkü bu evrende pek çok şey 'bir evren boyu seyahatle' kendi ayna görüntüsüne eşit hale gelecek ve EVREN X'de simetrik ve mutlu bir dünyada yaşayan ÖX'in zihnini karmakarışık edecektir. Bay ÖY de boş durmayıp hayal gücünü çalıştırarak, simetri diye bir şeyin olması gerektiğini kurgulayacak ve belki de üç boyutlu bir evrende simetriye ulaşacaktır. Bir Möbius şeridinin üç boyutta benzer özelliklerini taşıyan cisim, bir "torus"dur. Torus'un şekli tıpkı bir simide benzer; tek yüzü vardır. Torus biçimindeki bir evrende sol eldiven ne yaparsanız yapın sağ eldivene dönüşmez. Bay ÖY torus biçimindeki hayali evreninde matematiksel

fantezilerini ve simetri bulmacalarını gerçekleştirebilecektir...

"Hiperküpün kendi etrafında dönüşü sırasındaki izdüşümlerini" gösteren resimde ve Şekil 2'de tek boyuttan dört boyuta noktalar kümesinin evrimini görüyorsunuz. Üç boyutlu gibi duran ama aslında dört boyutlu bir küpü simgeleyen cismin ismi "Hiperküp". Dördüncü boyut nerede diyeceksiniz. Bu resimde farklı bakış açılarından hiperküpün çizimleri görülmüyor. Bildiğiniz üç boyutlu bir küpte her yüz iki boyutlu bir kareden oluşacaktır. Dört boyutlu bir hiperküpte de, doğal olarak, her kenar üç boyutlu bir küpten oluşacaktır. Şekilde perspektif nedeniyle bu hiperküpün kenarları yamulmuş gözüküyor, fakat ortadaki küçük küpün etrafında tam sekiz tane başka küp mevcut; bunları görebiliyor musunuz? Aslında şekilde gördüğünüz, bir hiperküpün üç boyutlu evrendeki projeksiyonu.

"Hiperuzay"a açılmak özellikle astrofizikçilere büyük avantajlar sağlıyor, böylece evrene ait değişik modeller yaratıp, kendi problemlerini rahatlıkla çözebiliyorlar; tabii onları çok az kişi anlıyor. Globüler kümele-

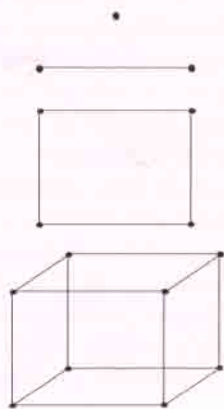
re altı boyutlu bir mantıkla bakan bir astrofizikçiyi 'üç ekstra boyutun' nerede olduğu pek ilgilendirmiyor. Onlar "varsayalım ki bir yerlerde var" diyorlar ve sadece kendi boyutlarını ifade eden eğriler ve sayılarla ilgileniyorlar. Uzayda devamlı transformasyonları (dönüşümleri) tanımlayan ünlü Euler formülü acaba 9999 boyutlu bir küp için de geçerli olur muydu? Formüle göre bir geometrik şekildeki;

KÖŞE SAYISI - KENAR SAYISI + YÜZ SAYISI = 2'dir.

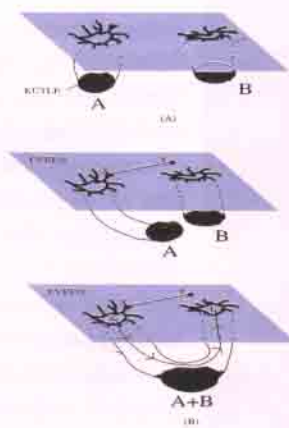
Üç boyutlu bir küp için $8 - 12 + 6 = 2$
Üç boyutlu bir kare piramit için $5 - 8 + 5 = 2$

Hiperküp resmine bakarak bu formülün dört boyutlu bir hiperküp için de geçerli olup olmadığını araştırabilir misiniz? Çok zor değil; sadece kendinizi 2565 yılında 'dört boyutlu bir mercekten' bakan bir astrofizikçi yerine koyun, gerisi kolay!

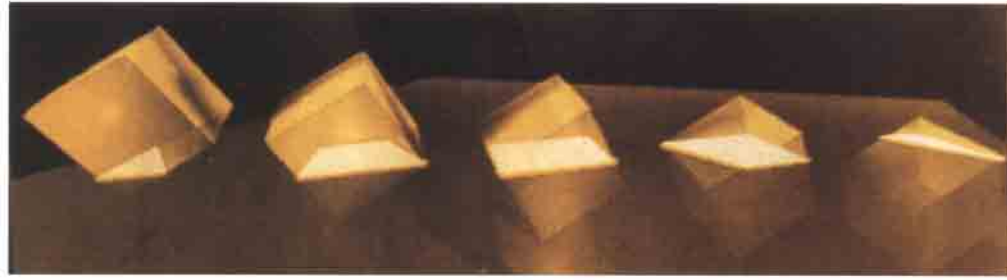
Dördüncü boyut zaman mı? Zaman olması gerekmez; çünkü en, boy ve yükseklik zamanın bir fonksiyonu olarak incelenebilir. Yani yükseklığın 'en'i kapsamamasına karşın, zaman her ikisini de etkileyebilen ve kapsayabilen bir çokluk; dördüncü boyut da yükseklik gibi başka bir 'uzanım' olabilir. Hele biyolojik yapılar söz konusu olunca zaman geri dönüşsüz sonuçlara yol açan bir değişkendir. Zamanın dördüncü bir boyut kabul edilmesi ve hızın avantajlarını kullanıp zaman yolculukları yapılması herhalde biyolojik yapıları çok olumsuz etkilerdi! Zaten Stephen Hawking de zamanın sadece ileriye doğru çalıştığını geçenlerde ispatladı. Ancak zaman, hızlı hareket eden cisimler için yavaşlara oranla daha ağır geçmektedir ve bu, çok duyarlı saatlerle yapılan deneylerle



Şekil 2



Şekil 3



kanıtlanmıştır. Ünlü "İkizler Paradoksu"nda ışık hızına yakın hızdaki bir uzay gemisine binen ikizlerden biri 20 yıl sonra geriye döndüğünde, dünyada kalan ikiz kardeşinin kendisinden çok daha yaşlanmış olduğunu görür. Buna göre mutlak zaman diye birşey yoktur ve zamanın akış sürati, içinde bulunduğu referans sisteminin hızına bağlıdır.

Einstein'ın ortaya koyduğu genel rölativite kuramına göre kütle, uzayı bükmektedir. Bir balonun kesildiğini ve iki tahta arasında gerildiğini düşünün; bunun üzerine atacağınız kütleler nasıl lastiği aşağı doğru bükerek uzaydaki kütleler de uzayı öyle bükmektedir. Varsayalım ki Şekil 3'te A ve B kütleleri evrenin iki yanında uzayı çöktürtiler (A) ve henüz bilmediğimiz bir nedenden ötürü birbirlerine yaklaşıp birleştiler (B). Acaba XY doğrusunun uzunluğu mu

daha fazladır, yoksa uzayı çöktürten kütlelerin oluşturduğu ilmekten geçen KL doğrusunun uzunluğu mu? Size ilk bakışta XY'nin daha kısa gelmesine karşın, bir astrofizikçi hemen yanıt vermez, uzun uzun düşünüp hesaplar; sonuçta KL'yi XY'den kısa veya XY'ye eşit bulabilirdi. Tüm değişkenleri tam olarak bilgisayara yüklerken kimbilir kaç boyutlu bir evrende problemini çözmeye çalışacağını ancak Tanrı bilirdi!

"Topoloji" uzaydaki dönüşümleri, geometrileri, Möbius şeridi veya Şekil 3'teki gibi garip cisimleri inceleyen bir matematik dalı olup, temel konularından biri ilmeklerdir. Birleşik alanlar teorisine uğraşp, evrendeki tüm kuvvetleri tek bir kuvvetin görünümü olarak açıklamaya çalışan kuantum fizikçileri, yerçekimi ile birleşik alan teorisi arasındaki ilişkileri kurabilmek için topoloji ve dönüşümleri (ilmekleri) kullanmışlar. Son yıllarda astrofizikçiler uzayın aslında birbiriyle bağlantılı birçok farkedilmeyen düğümden oluşmuş bir yapıda olduğunu iddia etmekte. Benzer şekilde Halka Teorisi (string theory) evrende 'gü-



Berkeley Üniversitesi'nden fizikçi Fridjof Capra'nın "Tao'nun Fiziği" isimli kitabı, eski Budist bilgelerin kuantum fiziği ve astrofizik hakkında pek çok gerçeğin sonuçlarını aslında bildiklerini iddia ediyordu. Budha "Nirvana"ya erip aydınlandığını iddia ettiği gece gerçekten evreni farklı boyutlarda görüp farklı mı algılamıştı?

Üç boyutlu bir cisim iki boyutlu bir evrenin içinden geçerken, bu evrende yaşayan iki boyutlu bir canlıın izleyebileceği kesişim kümeleri. İki boyutlu canlı; küpü önce üçgen, sonra yamuk, kare, tekrar yamuk ve çeşitkenar üçgen biçiminde görecektir ve hiçbir zaman küp biçiminde algılayamayacaktır. Belki biz de, dünyamıza giren dört boyutlu cisimlerin yalnızca üç boyutlu görünümünü algılayabiliyoruz...

lümseyerek' armonik bir biçimde titreşen partiküllerle, kuvvetlerin ilişkilerini anlamak için kullanılmaya başlanmış; ama bu teorenin sadece 10 veya 26 boyutlu bir evrende çalışabiliyor olması pek çok fizikçiyi pek üz-

müş!
"Çok boyutluluğun" getirdiği avantajlardan birisi de boyut sayısının artmasıyla cisimlerdeki simetri miktarının artmasıdır. Örneğin bir kareyi sadece 4 kenarı üzerinde oturabilirsiniz; yani karenin 4 simetrisi vardır. Bir küpü herhangi bir yüzü üstünde (6 farklı şekilde), her yüzü de 4 farklı kenar üzerinde oturabilirsiniz; yani küpün $6 \times 4 = 24$ simetrisi vardır. Dört boyutlu bir küp, yüzlerini oluşturan 8 kübik yüz üzerinde ve her kübik yüz de 24 farklı biçimde yerleştirilebilir; yani dört boyutlu bir kübün $24 \times 8 = 192$ simetrisi vardır ve bir hiperküp 192 farklı şekilde yerleştirildiğinde hep aynı görünür. Beş boyutlu bir küpün ise 1920 simetrisi vardır.

Fizikçiler için bazı olayları simetrik ve simetriklerin getireceği matematik sistemlerle açıklamak çok önemlidir ve işleri çok kolaylaştırmaktadır.

N-boyutlu evrenlere ulaştıkça ve bu evrenlerin mantığı ile düşünmeye başladıkça insanın algı kapılarının yeni 'bilinç durumlarına', yani madde-zaman-evren tanımlarına ve yeni kozmik buluşlara açıldığı görülmektedir. Bu farklı düşünme biçimi insanın kuantum fiziğine bütünüyle hakim olmasına, pek çok teorenin iflas etmesine, evrenin gerçek yüzünün keşfine yol açabilecektir.

Einstein, genel rölativite teorisini tanımladığında arkadaşlarına şöyle seslenmişti: 'İşte arkadaşlar, ihtiyarın yüzündeki perdeyi biraz olsun araladık!' İhtiyar, perdenin arkasından Einstein'a bilmiş bilmiş gülerken onu kaç boyutlu görüyordu dersiniz?!....