



Öklid

Rönesans sonrası Avrupa'da, Kopernik'le başlayan, Kepler, Galileo ve Newton'la 17. yüzyılda doruğuna ulaşan bilimsel devrim, kökleri Helenistik döneme uzanan bir olaydır. O dönemin seçkin bilginlerinden Aristarkus, güneş-merkezli astronomi düşüncesinde Kopernik'i öncelemişti; Arşimet yaklaşık iki bin yıl sonra gelen Galileo'ya esin kaynağı olmuştu; Öklid çağlar boyu yalnız matematik dünyasının değil, matematikle yakından ilgilenen hemen herkesin gözünde özenilen, yetkin bir örnekti. Öklid, M.Ö. 300 sıralarında yazdığı 13 ciltlik yapıtıyla ünlüdür. Bu yapıt, geometriyi (dolayısıyla matematiği) ispat bağlamında aksiyomatik bir dizge olarak işleyen, ilk kapsamlı çalışmadır. 19. yüzyıl sonlarına gelinceye kadar bir tek ders kitabı olarak akademik çevrelerde okunan, okutulan Elementler'in, kimi yetersizliklerine karşın, değerini bugün de sürdürdüğü söylenebilir.

Egeli matematikçi Öklid'in kişisel yaşamı, aile çevresi, matematik dışı uğraş veya meraklarına ilişkin hemen hiçbir şey bilinmemektedir. Bilinen tek şey; İskenderiye Kraliyet Enstitüsü'nde dönemin en saygın öğretmeni; alanında yüzyıllar boyu eşsiz kalan bir ders kitabının yazarı olmasıdır. Eğitimini Atina'da Platon'un ünlü akademisinde tamamladığı sanılmaktadır. O akademide giriş kapısında, "Geometriyi bilmeyen hiç kimse bu kapıdan içeri alınmaz!" levhası asılıydı.

Öklid'in bilimsel kişiliği, unutulmayan iki sözünde yansımaktadır: Dönemin kralı I. Ptolemy, okumada güçlük çektiği Elementler'in yazarına, "Geometriyi kestirmeden öğrenmenin yolu yok mu?" diye sorduğunda, Öklid "Özür dilerim, ama geometriye giden bir kral yolu yoktur" der. Bir gün dersini bitirdiğinde öğrencilerinden biri yaklaşır, "Hocam, verdiğiniz ispatlar çok güzel; ama pratikte bunlar neye yarar?" diye sorduğunda, Öklid kapıda bekleyen kölesini çağırır, "Bu delikanlıya 5-10 kuruş ver, vaktinin boşa gitmediğini görsün!" demekle yetinir.

Öklid haklı olarak "geometrinin babası" diye bilinir; ama geometri onunla başlamış değildir. Tarihçi Herodotus (M.Ö. 500) geometrinin başlangıcını, Nil vadisinde yıllık su taşmalarından sonra arazi sınırlarını belirlemekle görevli kadastrocuların çalışmalarında bulmuştu. Geometri "yer" ve "ölçme" anlamına gelen "geo" ve "metrein" sözcüklerinden oluşan bir terimdir. Mısır'ın yanı sıra

Babil, Hint ve Çin gibi eski uygarlıklarda da gelişen geometri bu dönemlerde büyük ölçüde, el yordamı, ölçme, analogi ve sezgiye dayanan bir yığın işlem ve bulgudan ibaret çalışmalardı. Üstelik ortaya konan bilgiler çoğunlukla kesin olmaktan uzak, tahmin çerçevesinde kalan sonuçlardı. Örneğin, Babilliler dairenin çemberini çapının üç katı olarak biliyorlardı. Bu öylesine yerleşik bir bilgiydi ki; pi'nin değerinin 3 değil, 22/7 olarak ileri sürülenlere, bir tür şarlatan gözüyle bakılıyordu. Mısırlılar bu konuda daha duyarlıydılar; M.Ö. 1800 yıllarına ait Rhind papirüslerinde onların pi'yi yaklaşık 3,1604 olarak belirledikleri görülmektedir; ama Mısırlıların bile her zaman doğru sonuçlar ortaya koyduğu söylenemez. Nitekim, kesik kare piramidin öylümünü (hacmini) hesaplamada doğru formüllü bulan Mısırlılar, dikdörtgen için doğru olan bir alan formülünün, tüm dörtgenler için geçerli olduğunu sanıyorlardı.

Aritmetik ve cebir alanında Babilliler, Mısırlılardan daha ilerde idiler. Geometride de önemli buluşları vardı. Örneğin, "Pythagoras Teoremi" dediğimiz, bir dik açılı üçgende dik kenarlarla hipotenüs arasındaki bağıntıya ilişkin önerme "bir dik üçgenin dik kenar karelerinin toplamı, hipotenüsün karesine eşittir" buluşlarından biriydi. Ne var ki, doğru da olsa bu bilgiler ampirik nitelikteydi; mantıksal ispat aşamasına geçilememişti henüz. Ege'li Filozof Thales'in (M.Ö. 624-546), geometrik önermelerin dedüktif yöntemle ispatı gereğini ısrarla

vurguladığı, bu yolda ilk adımları attığı bilinmektedir. Mısır gezisinde tanıştığı geometriyi, dağınıklığından kurtarıp, tutarlı, sağlam bir temele oturtmak istiyordu. İspatladığı önermeler arasında; ikizkenar üçgenlerde taban açılarının eşitliği; kesişen iki doğrunun oluşturduğu karşı açılarının birbirine eşitliği vb. ilişkiler vardı.

Klasik çağın "Yedi Bilgesi"nden biri olan Thales'in açtığı bu yolda, Pythagoras ve onu izleyenlerin elinde, matematik büyük ilerlemeler kaydetti, sonuçta Elementler'de işlendiği gibi, oldukça soyut mantıksal bir dizgeye ulaştı. Pythagoras, matematikçiliğinin yanı sıra, sayı mistisizmini içeren gizliliğe bağlı bir tarikatın önderiydi. Buna göre; sayısal evrensel uyum ve düzenin asal niteliğiydi; ruhun yücelip tansal kata erişmesi ancak müzik ve matematikle olasıydı.

Buluş ve ispatlarıyla matematiğe önemli katkılar yapan Pythagorasçılar, sonunda inançlarıyla ters düşen bir buluşla açmaza düştüler. Bu buluş, karenin kenarı ile köşegenin ölçüştürülemeyeceğine ilişkindi. $\sqrt{2}$ gibi, bayağı kesir şeklinde yazılamayan sayılar, onların gözünde gizli tutulması gereken bir skandalı. Rasyonel olmayan sayılarla temsile elveren büyüklükler nasıl olabildi? (Pythagorasçıların tüm çabalarına karşın üstesinden gelemedikleri bu sıkıntıyı, daha sonra tanınmış bilgin Eudoxus oluşturduğu, irrasyonel büyüklükler için de geçerli olan, Orantular Kuramı'yla giderir).

Öklid, Pythagoras geleneğine bağlı bir ortamda yetişmişti. Platon gibi, onun için de önemli olan soyut düşünceler, düşünceler arasındaki mantıksal bağıntılardı. Duyularımızla içine düştüğümüz yanlışlıklardan, ancak matematiğin sağladığı evrensel ilkeler ve salt ussal yöntemlerle kurtulabiliydik. Kalem aldığı Elementler, kendisini önceleyen Thales, Pythagoras, Eudoxus gibi, bilgin-matematikçilerin çalışmaları üstüne kurulmuştu. Geometri bir önermeler koleksiyonu olmaktan çıkmış, sıkı mantıksal çıkarım ve bağıntılara dayanan bir dizgeye dönüşmüştü. Artık önermelerin doğruluk değeri, gözlem veya ölçme verileriyle değil, ussal ölçütlerle denetlenmekteydi. Bu yaklaşımda pratik kaygılar ve uygulamalar arka plana itilmişti.

Kuşkusuz bu, Öklid geometrisinin pratik problem çözümlerine elvermediği demek değildi. Tam tersine, değişik mühendislik alanlarında pek çok problemin, bu geometrinin yöntemiyle çözümlendiğini; ama Elementler'in, eğreti olarak değindiği bazı örnekler dışında, uygulamalara yer vermediği de bilinmektedir. Öklid'in pratik kaygılardan uzak olan bu tutumunun matematik dünyasındaki izleri, bugün de rastladığımız bir geleneğe dönüşmüştür. Gerçekten, özellikle



seçkin matematikçilerin gözünde, matematik şu ya da bu işe yaradığı için değil, yalın gerçeğe yönelik, sanat gibi güzelliği ve değeri kendi içinde soyut bir düşün uğraşı olduğu için önemlidir.

Matematiğin tümüyle ussal bir etkinlik olduğu doğru değildir. Buluş bağlamında tüm diğer bilimler gibi matematik de, sına-yanılma, tahmin, sezgi, içedokuş türünden öğeler içermektedir. Yeni bir bağıntıyı sezinleme, değişik bir kavram veya yöntemi ortaya koyma, temelde mantıksal olmaktan çok psikolojik bir olaydır. Matematiğin ussallığı, doğrulama bağlamında belirgindir. Teoremlerin ispatı, büyük ölçüde kuralları belli, ussal bir işlemdir; ama sorulabilir: Öklid neden, geometrinin ölçme sonuçlarıyla doğrulanmış önermeleriyle yetinmemiş, bunları ispatlayarak, mantıksal bir dizgede toplama yoluna gitmiştir?

Öklid'i bu girişiminde güdümleneyen motiflerin ne olduğunu söylemeye olanak yoktur; ancak, Helenistik çağın düşün ortamı göz önüne alındığında, başlıca dört noktanın öngörüldüğü söylenebilir: 1) İşlenen konuda çoğu kez belirsiz kalan anlam ve ilişkilerle açıklık getirmek; 2) İspatta başvurulmuş öncülleri (varsayım, aksiyom veya postulatları) ve çıkarım kurallarını belirttik kılmak; 3) Ulaşılan sonuçların doğruluğuna mantıksal geçerlik kazandırmak (Başka bir deyişle, teoremlerin öncüllere göre zorunluluğunu,

yani öncülleri doğru kabul ettiğimizde teoremi yanlış sayamayacağımızı göstermek); 4) Geometriyi, ampirik genellemeler düzeyini aşan soyut-simgesel bir dizge düzeyine çıkarmak (Bir örnekle açıklayalım: Mısırlular ile Babilliler kenarları 3, 4, 5 birim uzunluğunda olan bir üçgenin, dik üçgen olduğunu deneysel olarak biliyorlardı; ama bu ilişkinin 3, 4, 5 uzunluklarına özgü olmadığını, başka uzunluklar için de geçerli olabileceğini gösteren veriler ortaya çıkıncaya dek kestirmeleri güçlü; buna ihtiyaçları da yoktu. Öyle kuramsal bir açılıma için pratik kaygılar ötesinde, salt entellektüel motifli bir arayış içinde olmak gerekir. Nitekim, Eğeli bilginler somut örnekler üzerinde ölçmeye dayanan belirlemeler yerine, bilinen ve bilinmeyen tüm örnekler için geçerli soyut genellemeler arayışındaydılar. Onlar, kenar uzunlukları a, b, c diye belirlenen üçgeni ele almakta, üçgenin ancak $a + b = c$ eşitliği gerçekleştiğinde dik üçgen olabileceği genellemesine gitmektedirler).

Öklid oluşturduğu dizgede birtakım tanımların yanı sıra, beşi "aksiyom" dediği genel ilkededen, beşi de "postulat" dediği geometriye özgü ilkededen oluşan, on öncül yer vermiştir (Öncüller, teoremlerin tersine ispatlanmaksızın doğru sayılan önermelerdir).

Dizge tüm yetkin görünümüne karşın, aslında çeşitli yönlerden birtakım yetersizlikler içermekteydi. Bir kez verilen tanımların bir bölümü (özellikle, "nokta", "doğru", vb. ilkel terimlere ilişkin tanımlar) gereksizdi. Sonra daha önemlisi, belirlenen öncüller dışında bazı varsayımların, belki de farkında olmaksızın kullanılmış olması, dizgenin tutarlılığı açısından önemli bir kusurdu. Ne var ki, matematiksel yöntemin oluşma içinde olduğu başlangıç döneminde, bir bakıma kaçınılmaz olan bu tür yetersizlikler, giderilemeyecek şeyler değildi. Nitekim, 18. yüzyılda başlayan eleştirel çalışmaların dizgeye daha açık ve tutarlı bir bütünlük sağladığı söylenebilir. Üstelik dizgenin irdelenmesi, beklenmedik bir gelişmeye de yol açmıştır: Öncüllerde bazı değişikliklerle yeni geometrilerin ortaya konması. "Öklid-dışı" diye bilinen bu geometriler, sağduyumuza aykırı da düşseler, kendi içinde tutarlı birer dizgedir. Öklid geometrisi, artık var olan tek geometri değildir. Öyle de olsa, Öklid'in düşünce tarihinde tuttuğu yerin değıştiği söylenemez.

Genel Rölativite Kuramı'nda Öklid geometrisini değil, Riemann geometrisini kullanan Einstein'ın, Elementler'e ilişkin yargısı son derece çarpıcıdır: "Gençliğinde bu kitabın büyümesine kapılmamış bir kimse, kuramsal bilimde önemli bir atılım yapabileceği hayaline boşuna kapılmasın!"