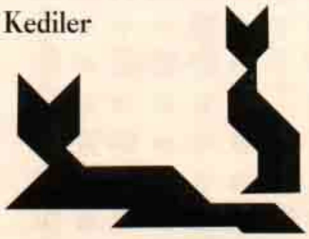
Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Kediler



Toplamımız Sonsuza Gidebilir mi?

Yaz iyice ilerlemiş, otlar kızgın güneşin altında sararmaya başlamıştı. O gün matematik fakültesinin genç öğrencileri bir göl kıyısındaki ulu çınarın gölgesine sığınmış, hem dinleniyor, hem akıl jimnastiği yapıyorlardı. Cin Ruhi, Şeytan Şeyda, Peri Perihan, Deli Ruhiye, Asılsız Aslı, Baygın Bânu, Şahane Şaheste, Sonsuz Solen ve tabii takımın maskotu Kafaboş, hepsi oradaydı. Cin Ruhi saçmalıyordu: "BİÜDBAYSDO/Bunu bilemeyen dodo,/OŞMNMHTAEEKA,/Yok mu içinizde bir süper zekâ?". Kafaboş bağırdı. "Buldum. Uzayca konuşuyor olmalısın. Eureka!". Cin Ruhi, Kafaboş'a öyle ters ters baktı ki Kafaboş tersinin döndüğünü hissetti. Sonsuz Solen dayanamayıp atıldı: "Bırakın boş lafları. Matematik Tuenala Kuğusu kadar ahenkli, asil ve güzeldir. Siz o iki garip dizinin anlamını düşünedurun-çünkü çok belli ve sık kullanılan bir anlamları var-; yanıtlarınızı Ruhi'ye PPSÇPCC'den sonra verirsiniz. Bakın ben ne soracağım size: Herkes kendini kendine üs olarak versin; sonuçları da toplayalım; sonucun basamakları adlarımız olsun; bu toplam sonsuza gider mi?" Kafaboş "canım, başkasının üstüne çıkmayı anlarım ama kendi kendimin üstüne nasıl çıkarım?" dedi. Sonsuz Solen devam etti: "Matematik sayesinde insan, $\text{insan}^{\text{insan}}$ olur. Bir örnek vereyim: Adlarımız 1-9 arası sayılar olsun. $\text{Ruhi}^{\text{Ruhi}}$+ $\text{Şeyda}^{\text{Şeyda}}$ + $\text{Perihan}^{\text{Perihan}}$ +$\text{Ruhiye}^{\text{Ruhiye}}$= RuhiŞeydaPerihanRuhiye olabilir mi? Olabilirse bu toplam sonsuza gidebilir mi? Böyle üç sayı bulabilir misiniz? Haydi, birini ben vereyim: $3435=3^3+4^4+3^3+5^5$". Çocuklar hep bir ağızdan şarkıya başladı: "O mastika, mastika!/Kimine arazi verirler, kimine zekâ,/Ruhi, büyük başların en semizi/Solen, uçurdun beynimizi." Haydi bakalım, düşünelim, çok zor değil, (J Recreat Math'den modifiye).

Çıtırtı

Karlı bir günde yerdeki kar, ayak altlarında neden çıtırdar?

İki Sahte Para

Önünüzde iki para yığını var. Birincisinde üç madeni para var, bunlardan biri diğerlerinden hafif. İkincisinde dört madeni para var. Bunlardan biri diğerlerinden ağır. Normal bir paranın ağırlığı 2. Teraziniz tarttığı ağırlığı bir kağıda yazarak belli ediyor (yani tek gözlü).

a) Sahte paraları bulmak için kaç tartış gerekir?

b) Birinci yığında 4 para olduğunu düşünelim ve iki sahte paranın ağırlığının toplamı 4'den farklı olsun. Şimdi kaç tartış gerekir?

(Zordur. a için 1. tartışta iki yığından üçlü bir karma, b için iki yığından dörtlü bir karma ile tartılara başlayın. Üç tartış yeterlidir).

(J. Recreat Math 1982-3, 15 (1): 65-66)

Gramlar

Elimizde 1, 2, 3, 4, 5, 6,..., 101 gramlık ağırlıklar var. 19 gr'lık ağırlık kayıp. Kalan 100 ağırlığı, ağırlıkça eşit iki bölüme ayırabilir misiniz?

20 Vezirli Problem

10 siyah ve 10 beyaz veziri 8x8'lik satranç tahtası üzerine öyle koyunuz ki hiçbir vezir düşman bir vezir tarafından tehdit ediliyor olmasın.

İşgal Kuvvetleri

Ordunuzla 8x8=64 karelik satranç tahtasının serbest (üstünde taş olmayan) karelerini tehdit etmek istiyorsunuz. a) Yalnız vezir kullanırsanız kaç vezir; b) Yalnız fil kullanırsanız kaç fil; c) Yalnız kale kullanırsanız kaç kale; d) Yalnız şah kullanırsanız kaç şah; e) Yalnız at kullanırsanız kaç at; f) Yalnız piyon kullanırsanız kaç piyon gereklidir? g) 8 kişilik ordunuzla (şah, vezir, 2 kale, 2 at, 2 fil) 64 karenin hepsini tehdit edebilir misiniz? (Kvant'dan)

Son Üç Harf

Londra metrosunda U harfi yazar: Underground. Bu kelimenin ilk ve son 3 harfi aynıdır. Türkçe'de benzer sözcükler bulabilir misiniz? Örneğin keşmekeş.

Bir Denklem

3x-2y=1 denkleminin kaç çözümü vardır?

Asal Sayıların Sayısı

Herhangi bir x sayısına kadar kaç tane asal sayı olduğunu nasıl bulursunuz?

Asal Sayı Var mı?

5000 ile 10 000, 500 000- 1 000 000, 2^{18} ile 2^{36} arasında bir asal sayı var mıdır?

İlginç Asal Sayılar

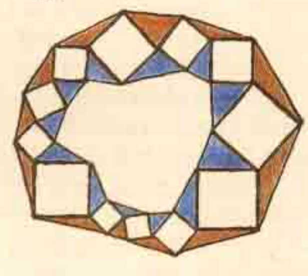
a) Hangi üç asal sayı, diğer asal sayıların toplamı olarak ifade edilemez?

b) Öyle bir asal sayı bulunuz ki 10 farklı şekilde 3 veya 4 asal sayının toplamı olarak yazılabilsin.

Birbirini Alamayan Taşlar

8x8'lik bir satranç tahtasına, birbirini alamayacak şekilde en fazla: a) Kaç vezir, b) Kaç kale, c) Kaç fil, d) Kaç at, e) Kaç şah, f) Kaç piyon, g) Kaç vezir, kale, at, fil koyabilirsiniz?

Mavi ve Kırmızı Üçgenler



Şekilde gördüğünüz gibi bir kareler zinciri yaratılmış ve köşeler birleştirilerek kırmızı ve mavi üçgenler oluşturulmuş. Kırmızı üçgenlerin toplam alanı mı daha büyük, mavi üçgenlerin toplam alanı mı?

Heron Üçgenleri

Kenarları ve alanı tamsayı olan bir üçgene Heron üçgeni denir.

a) Bir Heron üçgeninin alanının 6'nın tam katı olduğunu kanıtlayınız.

b) Alanı mimimum olan Heron üçgenini bulunuz.

Salı Sallanır...

Ayın ilk Salı'sı A şehrine, ayın ilk Pazartesi'nden sonraki Salı B şehrine gittim. Ondan sonraki ayın ilk Salı'sı C şehrine ve bu ayın ilk Pazartesi'nden sonraki Salı D şehrine gittim. Geziye hangi ayın hangi günü başlamıştım? Hangi şehirde hangi gün (o ayın kaçında) bulunuyordum?

Saman

Daha iyi kurusun diye saman yığınlarını sık sık karıştırırlar. Karıştırma neden kurumayı hızlandırıyor?

Toplantı Odası

Toplantı odasında 4 ayaklı iskemleler ve üç ayaklı tabureler bulunuyordu. Boş iskemle veya tabure yoktu. Oturan insanlarınki dahil döşeme üzerinde 18 ayak vardı. Toplantıya kaç kişi gelmişti?

Euler'in 3 Boyutlu Subay Problemi

Leonhard Euler 1779'da iki boyutlu subay problemini vermişti: 6 alay var: 1., 2., ... , 6. alay. Her alayda 6 rütbe var: a, b, c, d, e, f. Öyle bir 6x6 lık kare oluşturunuz ki her sırada ve her sütunda 6 alayın her biri ve 6 rütbenin her biri temsil edilmiş olsun.

G. Tarry 1901'de bu problemin çözülemez olduğunu ileri sürmüştü (yanılıyordu). Bu problemin 10x10 luk bir kare için genişletilmiş şeklinin (10 alay ve 10 rütbe) bilgisayarla çözümünü Ağustos 1996 sayımızda vermiştik. Şimdi bu problemin daha ilginç bir versiyonunu sunuyoruz: 6 katlı bir yapı düşünün. Her kat 6x6 lık bir kare biçiminde olsun. Yapı 6x6x6 lık bir küp biçimindedir. 6 alay vardır: 1., 2., ..., 6. alay. Her alayda 6 rütbe var: a, b, c, d, e, f. Bu bir Birleşmiş Milletler alayı olduğundan her alayda 6 milletin subayları var: A, B, C, D, E, F. Bu yapıya 6x6x6=256 subayı öyle yerleştirin ki önden arkaya, soldan sağa ve yukarıdan aşağı doğrultularda (birbirine dik x, y, z eksenleri doğrultusunda) bulunan her bir komşu altılı oda grubunda her alay, her rütbe ve her millet bir kere temsil edilmiş olsun. Örneğin bir kattaki 6 odalı bir yatay sıra şöyle oluşsun (A= alay, R= rütbe, M= millet):

$A_0R_3M_2$, $A_1R_4M_0$, $A_5R_2M_4$, $A_2R_0M_3$, $A_3R_5M_5$ ve $A_4R_1M_1$. (Birinci odada 0. alaydan 3. rütbeden 2. milleten bir subay, yanındaki odada 1. alaydan 4. rütbeden 0. milletten bir subay vb.) Dikkat edilirse A_0, A_1, A_2,..., A_5; R_0, R_1, R_2, ... R_5; M_0, M_1, M_2,..., M_5 şeklinde sıralanma tekrarı önlüyor. Karelerin yatay ve dikey doğrultuları ve ayrıca üst üste gelen 6 odadan oluşan sütunlar bu kurala uysun. Bu problemi bilgisayarla çözmeye çalışın. Problemin çözülmüş şeklini görmek size çok zevk verecektir. (J. Recreat Math 1982-3, 15(2): 81-83).

Gölgeler

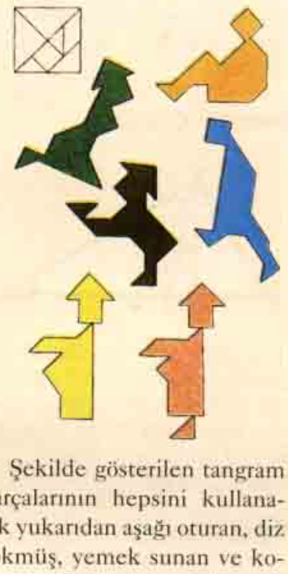
Uzun boylu bir adamla kısa boylu bir adam bir fenerin yanında aynı hızla geçiyorlardı. Hangisinin gölgesi daha hızlı hareket eder?

Kareyi Bölmek

Burada dörttebiri çıkartılmış bir karenin 4 eşit parçaya

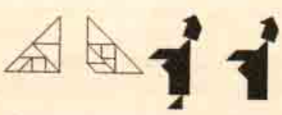
bölündüğünü görüyorsunuz. Peki, kare tam olsaydı onu 5 eşit parçaya nasıl bölerdiniz?

Çinliler



Şekilde gösterilen tangram parçalarının hepsini kullanarak yukarıdan aşağı oturan, diz çökmüş, yemek sunan ve koşan Çinlileri, altta solda (sarı) büyücü Hi-Si-Ci-En'in ayaksız ruhunu, altta sağda büyücü Hi-Si-Ci-En'in ayak şeklini oluşturunuz. (Kvant'dan)

Çin Büyüsü

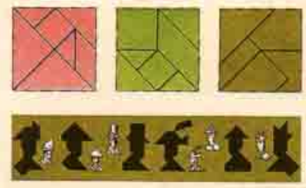


Soldaki ikizkenar dik üçgen 7 parçaya bölünerek bir tangram oluşturulmuş. Bu 7 parçanın tamamı kullanılarak soldaki siyah şekil, yani büyücü Hi-Si-Ci-En oluşturulmuş. Hi-Si-Ci-En'in altında ayağı var. Aynı 7 parça ile sağdaki siyah şekil, yani Hi-Si-Ci-En'in ruhu oluşturuluyor. Ama, ruhun ayağı yok. Renksiz şekillerden sağdakinde de diküçgenin köşesi yok olmuş. Çinlinin ayağı ve üçgenin köşesi nerede? (Kvant'dan)

Bir Çin Kitabından

Yukarıda bir Çin tangramı kitabından alınmış 15 tangram görüyorsunuz. Aşağıda karede verilen geometrik şekillerle bu hoş şekillere can verin. Onlar kendilerini yaratmanızı bekliyor. Ayrıca tangram şekilleriyle 16 farklı beşgen ve bazı çokgenler yapılabilmektedir. İyice düşündürmek için yanıtlar verilmemiş. Çözmeye çalışın. (Kvant'dan)

Önemli Olan Kafadır



Çin tangramı 18. yüzyıldan beri çocuk, genç, yaşlı herkesin eğlencesi olmuş, aklı ve hayal gücünü geliştirici bir bilmece türüdür. Kare klasik olarak şekil 1'deki gibi 7'ye bölünür. Şekil 2'de daha değişik bir 7'ye bölme görülüyor. Çin'den Sun Vey-Tsi şekil 3'te görüldüğü gibi kareyi 7 yerine 5'e bölmüştür.

Sun Vey-Tsi sizin şekil 3'teki tangram parçalarını kullanarak gördüğünüz 6 kafayı oluşturmaya davet ediyor. (Yanıtı yok. Kendiniz bulacaksınız.) (Kvant'dan)

Gnomon Sihirli Kare

8	3	5
4	1	7
9	2	6

şeklinde bir matrisimiz var. Bu matrisin dört köşesindeki altmatrislerin toplamı 16'ya eşit. Köşedeki 2x2 altmatris çıkarılınca kalan L biçimi sayılara gnomon ve bu matrise gnomon sihirli kare denir. Verilen gnomon sihirli kareyi öyle düzenleyin ki dört altmatristen her birinin toplamı 17 olsun.

Matematik Sürprizler

Bunları biliyor muydunuz (en fazla 0,0004 hata ile):

$$e=\frac{87}{32}, \sqrt{e}=\frac{61}{37}, \sqrt[3]{e}=\frac{60}{43}, \sqrt[4]{e}=\frac{13}{9}$$

$e^2=10 \tan\pi^\pi$. Hesap makinesiyle kontrol edebilirsiniz. (e, natürel logaritmaların tabanı).

(J Recreat Math 1982-3, 15(2):117-118).

Faktoriyal ve Kare

1'den büyük sayıların faktoriyalinin kare olamayacağını kanıtlayınız. (J Recreat Mat 1982-3, 15(2): 142).

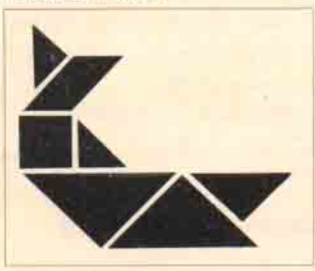
Geçen Ayın Çözümleri

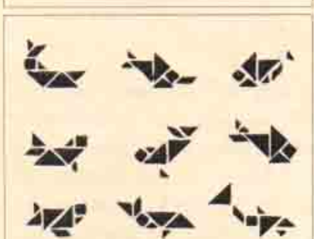
Çember Ol Say

a) Daima 1. çocuk kazanır. 64/2=32 çocuk çemberden çıktıktan sonra sıra 1. çocuğa gelecek ve sayma yeniden başlayacaktır. Benzer olarak 32/2=16 ve 16/2=8,... çocuk çıktıktan sonra sayma sırası yine birinciye gelecektir. Çember etrafında 2^n çocuk dizilirse daima 1. çocuk kazanır.

b) Çember etrafında 1996 çocuk var. 1996=1024+972= 2^{10}+972'dir. Demek ki önce 2 nin 1996'dan küçük ve ona en yakın üssünü bulacağız; burada bu sayı 1024=2^{10} dur. "Birinci'den saymaya başlarız ve 972 tane çocuk çemberden çıkana kadar buna devam ederiz. Geriye kalan 1024=2^{10} tane çocuktan "birinci" konumunda olanan numarası (2.972)+1=1945 tir. En sona kalan çocuğun numarası da 1945 olacaktır.

Balıklar I ve II





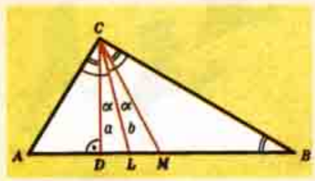
3 Asal Sayı

$z=x^3-y^3$ ise $z=(x-y)\ (x^2+xy+y^2)$. z'nin asal olabilmesi için eşitliğin sağındaki iki çarpandan x-y=1 olmalıdır. (Aksi halde z'nin iki çarpanı olur ve bu koşullarda z asal olamaz). x-y=1 ve $x^3-y^3=z$ olabilmesi için x=3 ve y=2 olmalıdır. (Aralarındaki fark 1 olan yalnız iki asal sayı vardır: 3 ve 2. Aksi olası değildir; çünkü bir asal sayıya 1 eklenince veya bir asal sayıdan 1 çıkartılınca elde edilen sayı 2 ile bölünür; yani asal olamaz. Fakat hem 3, hem de 2 asaldır.)

Garip İlişki

Bu üçgenin diküçgen olduğunu varsayalım: Pisagor'dan $(a+b)^2+h^2=(c+h)^2$ yazılır; bu işlemin sonucu ab=ch çıkar ki böyle bir ilişki ancak bir diküçgende olabilir (benzer üçgenlerden şu ilişki yazılabilir: a/c=h/b ve buradan ab=ch.

Basit Bir Çözüm



MCB üçgeni ikizkenar. Çift çizgili açılar eşit (kenarları birbirine dik açılar ve ikizkenar üçgenin taban açıları). Tek çizgili açılar da eşit (CL açı ortay). O halde DCL açısı = LCM açısı.

Üç İç Çember

$$O_1O_2=\sqrt{(r_1+r_2)^2+(r_1-r_2)^2}=\sqrt{2}.\sqrt{r_1^2+r_2^2}$$

Fakat, $r=\sqrt{r_1^2+r_2^2}$ (bkz. bu sayfada iç çemberlerin sırrı problemi).
O halde $O_1O_2=\sqrt{2}\,r$

Kolay Bir Formül

İç çemberi ve bunun merkezinden üç kenara dik inen üç r'yi çizelim. Oluşan 6 diküçgenin alanlarını toplayalım. r'lerin kenarlar üzerinde oluşturduğu iki parça a için p, q; b için, s,t ve c için u,v olsun.

S=rp+rq+rs+rt+ru+rv/2= r(p+q+s+t+u+v)/2=r(a+b+c)/2=dr dir.

(Ayrıca r= (a+b-c)/2 dir; bunu kendiniz ispatlamaya çalışın). Bu iki formülden: 2r+2R=a+b (R= çevrel çemberin yarıçapı=c/2).

Açı Ortaydan Yüksekliğe

Bu sayıdaki gizli ilişkiler probleminden $x/y=b^2/a^2$. Diğer yandan benzer üçgenlerden b/a=m/n. Böylece iki denklem elde ederiz:

x+y=m+n ve $x/y=m^2/n^2$. $h=\sqrt{xy}$ formülünden: $h=mn(m+n)/m^2+n^2$.

Gizli İlişkiler

Yüksekliğin solundaki ve sağındaki üçgenler benzerdir; çünkü üç açıları da eşittir (kenarları birbirine dik açılar eşittir). Benzer üçgenlerin kenar orantılarından gidelim: h/b'=a'/h'dan $h'^2=a'b'$, $h'^2+a'^2=a^2$ den $a'b'+a'^2=a^2$ ve buradan $a'(a'+b')=a^2$; buradan da $a'.c=a^2$. Benzer yolla $b'.c=b^2$. Taraf tarafa bölersek $a'/b'=a^2/b^2$. c kenarı çevrel çemberin çapıdır. (Niçin?) Üçgenin alanı c.h/2 dir. c/2=R (çevrel çemberin yarıçapı) olduğundan alan S=Rh' dır. 200=10.h' dan h=20 m. bulunur

İç Çemberlerin Sırrı

ACD, CBD ve ABC üçgenleri benzer üçgenlerdir (çünkü üç açıları da eşit; kenarları birbirine dik açılar birbirine eşittir; ayrıca küçük diküçgenlerin büyük diküçgenle birer açıları (A ve B) ortak). Bu nedenle $b/r_1=a/r_2=c/r=k$. Pisagor'dan $r_1^2k^2+r_2^2k^2=r^2k^2$ ve buradan $r^2=r_1^2+r_2^2$ ve $r=\sqrt{r_1^2+r_2^2}$..

Harika Bir Problem

A açısına α diyelim. AB=a ctgα+a+atgα. AB çevrel çemberin çapıdır. (C açısı 90° olduğundan çapı görür). O halde AB/2a=13/6 veya

a ctgα+a+atgα/2a=13/6.
Buradan ctgα+1+tgα=13/3.
ctgα=1/tgα yazalım.
1/tgα+1+tgα=13/3 veya
$1+tg\alpha+tg^2\alpha=13/3\ tg\alpha$.
İki tarafı 3 ile çarpalım:
$3tg^2\alpha-10tg\alpha+3=0$.
Bu denklemin çözümü
α_1=arctg 3 ve α_2= arctg 1/3 tür.

[$tg^2\alpha$-10/3tgα =-1 olması için ya $tg\alpha_1=3$ ya da $tg\alpha_2=1/3$ olmalıdır. (deneyiniz). $tg\alpha_1=3$ demek arctg $3=\alpha_1$ ve $tg\alpha_2=1/3$ demek arctg $1/3=\alpha_2$ demektir] Tanjantları birbirinin tersi olduğundan $\alpha_1+\alpha_2=90°$ dir. O halde üçgenin açıları arctg3, 90° ve arctg 1/3 dür veya 71,56°, 90° ve 18,44° dir. (yaklaşık)

Metro İşçileri

a şıkkı daha ucuza gelir. Karşılaşma şıkkında "hızlı" işçi n/2+x metre tünel kazacaktır. Eğer b şıkkı uygulanırsa hızlı işçi n/2 m kazdıktan sonra duracaktır. Böylece x metreyi "yavaş" işçi kazacak, bu nedenle x metrenin kazılması daha uzun zaman alacaktır; daha uzun zaman daha fazla para demektir.

Oyunu Zar mı Bozar, Zor mu?

a) İki adet üçlü zardan 3x2x1 zarlık bir dikdörtgen prizma yapılabilir. 6 adet üçlü zardan böyle 3 prizma ve bunlardan da 3x3x2 zarlık büyük bir prizma yapılması olasıdır. Sonuncu 3x3x1 zarlık tabaka ise, 6 tek ve 1 üçlü zardan yapılabilir. Böylece 3x3x3 zarlık bir küp yapmak olasıdır.

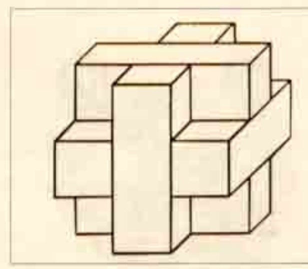
b) Küpün yüzlerinin ortasındaki zarlar kaldırılırsa en ortadaki (merkezdeki) zar artık bir üçlünün parçası olamaz. Bu nedenle bu olası değildir. (3x3x3 zarlık küpün alttan 1. ve 2. katları 6 adet zar üçlüsünden oluşmuştur)

Bir Başka Savaş Problemi

A'dan B'ye varmak için olası en kısa yol AEFB yoludur. C'den L'ye olası en kısa yol CKDL'dir. Bu iki yol birbirine eşittir. AED üçgeni=CDK üçgeni (ED=DK ve AD=CD olduğu için). Ayrıca BF=DL. Çünkü BC ve LF, şekilde görülmeyen bir P noktasında kesiştiğinde, BPF üçgeni=DKL üçgeni (PF=DK=10 km ve BP=AK). O halde AE+EF+FB=CK+KD+DL.

İki keşif kolu da karargâhlarına aynı zamanda varırlar.

Budanmış Küp



Bunun mümkün olduğu şekilden görülüyor.

Doğayı Tanıyor musunuz?

Soldaki saksağan (uzun kuyruk, siyahlı beyazlı tüyler). Sağdaki ibibik (siyahlı kanatlar, uzun gaga, sorguç).

Sıralı Dörtlü

Şahane Şaheste, Kedi Huriye, Cin Ruhi, Şeytan Şeyda.

Uzaylı Dili

Her yeni kelimenin ilk yarısı, bir gün önceki kelimenin aynısıdır; ikinci yarısı ise şöyle bulunmaktadır: Birinci yarı tam ortadan bölünmekte ve bu yarımlar yer değiştirmektedir. Bir örnek: AYYA'dan kelime türeteceğiz. Önce AYYA'yı aynen alırız ve türeteceğimiz kelimenin birinci yarısını bulmuş oluruz. Şimdi bu birinci yarıda operasyon yapıp ikinci yarıyı bulacağız. AYYA'yı ortadan ikiye bölelim: AY ve YA. Bunlara yer değiştirelim: YAAY. O halde AYYA'dan türeyen kelime AYYAYAAY.

Şimdi AYYAYAAY'dan kelime türetelim. Önce bunu aynen alalım: AYYAYAAY; bu kelimemizin birinci yarısı; şimdi bunu ortadan bölelim: AYYA ve YAAY. Yer değiştirelim: YA-AY-AYYA; bu da kelimemizin ikinci yarısı: Kelimemiz şu oldu: "AYYAYA-AYYAAYAYYA!" Bu Cuma günü söylenen kelimedir. Aynı kuralla devam edip Cumartesi günkü kelimeyi bulalım: Önce bir önceki kelimeyi aynen yazalım: AYYAYAAYYAAYAY-YA; ortadan bölelim: AYYAYAAY ve YAAYAY YA; yer değiştirelim: YA-AYAAYYA-AYYAYAAY. O halde Cumartesi günkü kelime AYYAYAAY-YAAYAY YAYAAYAYYAAYYAYAAY.

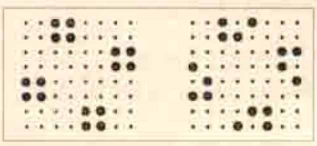
Bir Asal Sayı

a) $(x+y)(x-y)=1993$. Çözüm için ya $x+y=1993$ ve $x-y=1$ veya $x+y=1$ ve $x-y=1993$. Buradan $x=996$, $y=997$.

b) $(x-y)(x^2+xy+y^2)=1993$. Benzer olarak $x-y=1$ ve $x^2+xy+y^2=1993$ veya $x-y=1993$ ve $x^2+xy+y^2=1$. Çözümü yok.

c) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)=1993$. $x-y=1$, $x+y=1$, $x^2+y^2=1993$. $x-y=1$, $x+y=1993$, $x^2+y^2=1$ veya $x-y=1993$, $x+y=1$, $x^2+y^2=1$. Çözüm yok.

16 Tank



Başka çözümler de olabilir.

Yaş

4,36,68.

Hoparlörler

Aranan noktaların geometrik yeri yarıçapı $r=100\sqrt{3/2}$m. olan ve merkezi direklerarası doğru üzerinde, ikili gruptan 100 m, üçlü gruptan 150 m uzaklıkta bulunan dairedir; bu çemberin çevresi üzerinde her insan iki direkten eşit ses algılar. [Hoparlörün ses şiddeti a, üçlünün daire merkezine uzaklığı y, ikilinin ise x ise $3ax=2ay$ (ağırlık merkezi bulur gibi) ve buradan $3x=2y$ ve $x+y=250$'den $x=100$, $y=150$ bulunur. Ses şiddeti mesafenin karesiyle ters orantılıdır: $2/p^2=3/q^2$ ve $3/2=q^2/p^2=r^2/100^2$.

Buradan $r=100\sqrt{3/2}$ (p ve q, daire çevresi üzerinde bir noktanın hoparlörlerden olan uzaklığı).

Aynı Üstlerin Toplamı

a) $1^3=1^3; 2^3=(1+1)^3=1^3+3.1^2+3.1+1; 3^3=(2+1)^3=2^3+3.2^2+3.2+1;...; (n+1)^3=n^3+3n^2+3n+1$.

Bu eşitlikleri taraf tarafa toplayıp basitleştirelim:

$S=1^2+2^2+3^2+....+n^2=[(n+1)^3-1-3(1+2+3+...+n)-n]/3=n(n+1)(2n+1)/6$.

Örneğin $n=3$ için $3.4.7/6=14$ ve $1^2+2^2+3^2=14$.

b) Aynı yöntemle $S=1^3+2^3+3^3+....+n^3=n^2(n+1)^2/4$ $n=3$ için $3^2.4^2/4=36$ ve $1^3+2^3+3^3=36$.

Bilyeler ve Kutular

Cin Ruhi tabii ki haklı. 5 bilye 3 kutuya şöyle dağıtılabilir: (5,0,0), (3,1,1) (4,1,0), (3,2,0), (2,2,1). 5 olasılığın her birinde en az 1 kutuda en az 2 bilye var. (Bunun tersi de doğru: Her kutuda en çok 1 bilye olsaydı toplam en fazla 3 bilye olurdu, 5 olamazdı). Kafboş'un söylediği ise "yarım doğru" yanıta bir örnek; yanıt doğru değil; ama yanlış da değil. Yanlışla doğru ortası bir şey. Belki bulanık mantık (fuzzy logic) örneği olabilir. 7 bilye 3 kutuya rasgele dağıtıldığında (5 örneğine bakarak kendiniz dağıtınız) en az 1 kutuda en az 3 bilye vardır; çünkü herhangi bir kutuda en çok 2 bilye olsaydı (hiçbirinde 2 bilyeden çok olmasaydı) 3 kutuda toplam ancak 6 bilye olacaktı; oysa 7 bilyeden söz ediyoruz. Kafaboş'un kutuları için "en az 1 kutuda en az 2 bilye olduğu" da doğrudur; çünkü en az 1 kutuda en az 3 bilye varsa tabii ki en az 2 bilye de vardır. Ancak yanıt doğru olmakla beraber gereken yanıt değildir. Yanıt şu olmalıydı: "Benim kutularımın en az birinde en az 3 bilye var. Doğrunun daha doğrusu olabildiğine güzel bir örnek. İnsan her zaman doğrunun daha doğrusu olabileceğini düşünmelidir. (Bu aforizma Selçuk Alsan'a aittir.)

5 İle Bölünmek

Hayır. 5 ile bölünmeyen bir sayının karesi 5 ile bölünürse 1 veya 4 artar. $a^2/5-b^2/5+c^2/5$'i inceleyelim. Artanlar şu sıralardan birini almış olabilir. 111, 114, 141, 411,144, 414, 441, 444. Bunların hiçbiri 5 veya 5 ile bölünen bir sayı vermez; örneğin 1-1+1=1; 1-1+4=4; 1-4+1=-2;...; 4-4+4=4. O halde bu ifade 5 ile bölünemez.

Balaban Amcanın Terlikleri

500-150=350 ve 150 x.x.x.x.x.x=500 veya $150x^6=500$. Buradan x=1.2222118 (hesap makinesiyle bulunabilir).

Bozuk Kilometre Saati

Kilometre saati 70 km için 131558-131460=98 km, yani 10 km için 14 km göstermişti. 132713-131313=1400. O halde 1400/14=100 km yol gitmişti.

Bir Savaş Problemi

PCK ve KCB üçgenleri kongrüent'dir. (üst üste çakıştırılabilir veya eşleşik) (Çünkü CK kenarı ortak; CPK açısı=AMC açısı (aynı AK yayını görüyorlar)=ABC açısı (aynı AC yayını görüyorlar). O halde CP=CB ve AP=CP-CA=CB-CA=a-b.

Dört Kişi, Dört Sayı

Bu durumda şu eşitsizlikler yazılabilir:

$$A+B \le A+C \begin{cases} \le A+D \\ \le B+C \end{cases} \le B+D \le C+D=16$$

Bu sıraya göre A+B=2, A+C=4, A+D=9, B+C=9, B+D=14 ve C+D=16 olmalıdır.

Bu denklemlerden şu sonuçlar bulunur: A=-1.5, B=3.5, C=5.5 ve D=10.5.

Briç

Okan Zabunoğlu

Unutulmayan Eller

Kantar'ın Kabusu

1970'lerde bir Dünya Şampiyonası final maçındayız; İtalyanların meşhur Mavi takımı ("mavi trefl" denen bir sistemi oynuyorlar). ABD ile karşılaşıyor. Kafa kafaya giden maçın bitimine birkaç el kala ABD'li oyuncu Edwin Kantar'a şu el geliyor: [♠7652 ♥R432 ♦V53 ♣RT]. Kantar'ın ortağı Billy Eisenberg pas geçtikten sonra ünlü İtalyan oyuncu Giorgio Belladonna 2♣ (12-16 puan ve en az 5 kart♣) ile oyun açıyor, Kantar'dan pas ve Garozzo 2♦ diyerek soruşturma başlatıyor. İtalyan çift yaklaşık dört tur daha bilgi alışverişinde bulunduktan sonra nihai kontratı ilan ediyor: 7♣. Kantar kulaklarına inanamıyor; bir dünya şampiyonasının son elleri ve ♣'lere sahip oyun açıcının sırtında ♣RT ile oturmakta. Bu ufukta bir Dünya Şampiyonluğunun gözüktüğü anlamına gelmez mi? Kantar ♥ atak ediyor ve yer açılıyor; işte dört el:

	♠DV8 ♥AV965 ♦R82 ♣AD	
♠7652 ♥R432 ♦V53 ♣RT	K B D G	♠43 ♥DT87 ♦DT64 ♣754
	♠ART9 ♥- ♦A97 ♣V98632	

O da ne, ♣AD yerde, hem de sek. Kantar bu esnada aklından geçenleri şöyle anlatıyor. Bu nasıl olabilir? Niye ben? Yoksa elimde üçüncü bir ♣ var da ben mi göremiyorum? Ve hemen telaşla ♠'lerin arasında ♣ aramaya koyuldum. Ve kursiyerlerime anlattığım bir hikâye geldi aklıma. Küçük hanımın birisi bir profesyonel ile oynarken ikinci ♥'e uymuyor. Profesyonel, deklarasyondan ortağının bir ♥'ü daha olduğunu tahmin ediyor ve uyarıyor: "♥ yok mu ortak"? Küçük hanım bakınıyor: "yok". Profesyonel üsteliyor: "♦'ların arasına bak". Yanıt yine aynı: "♥ yok ortak". Oyunun son lövesine gelindiğinde küçük hanım biraz da sıkılarak arayıp da bulamadığı ♥'ü masaya koymak zorunda kalıyor. Profesyonel "sana ♦'ların arasına bakmanı söylemiştim" diye yineliyor. Küçük hanım pişkince yanıt veriyor: "özür dilerim, ♣'lerin arasındaymış". Ben de ♠'lerin arasına baktıktan sonra ♥ ve ♦'ların arasında da aradım o küçük ♣'i, ama bulamadım. (Not: Eski kurallara göre defans oyuncularından biri bir renge uymadığında diğerinin ortağını uyarma hakkı vardı.)

Deklaran ♣ empası atıp as'ı çekerek 7♣'i yaptı ve bu el sayesinde İtalya Dünya Şampiyonluğunu kazandı. Deklaran yere doğru ♣ oynadığında Kantar ♣R'yı girmediği için eleştirildi; gerçekten de ilk ♣'e R gözükürse deklaran nasıl devam ederdi? Eğer ♣R'nın singlton olduğuna kanaat getirilirse, 7♣'i yapmak için, ♥A'a ♦ atıp, üç tur ♠ ve iki tur ♦'yu tahsil ederken ele üç kup aldıktan sonra, dördüncü ♠'e yerden ♣D ile çakarak son iki löveye elde yalnızca ♣V9 ile girebilmek gerek. Evet, deklaran ♣R'nın tek olduğuna inanır da böyle bir oyun planı yaparsa, Kantar'ın ortağı üçüncü ♠'e çakarak 7♣'i batırabilirdi.