

Satranç Tahtasında Neler Yapılır?

"Ne yapılacak? Olsa olsa satranç oynanır, belki bir de dama oynanır!" demeyin hemen, çünkü bu 8'e 8'lik kare tahta üzerinde yapacak o kadar çok şey var ki... Satrancın ilk olarak ortaya çıkışına ilişkin anlatılan öyküde, satrancı bulan - ya da icat eden mi demeli acaba? - kişi bile bu tahtayı satranç oynamaktan daha zevksiz ama daha kârlı bir iş için kullanmıştı.

HİKÂYEYE GÖRE hükümdarın birinin canı çok sıkılmaktadır. Sarayda yapacak bir iş, vakit geçirecek bir uğraş bulamaz. Bunun üzerine hükümdar ülkenin ileri gelenlerine, kendisine hoşça vakit geçirecek bir oyun bulmalarını emreder. Bir gün bir bilge, elinde bir tahta ve garip şekillerde yontulmuş taşlarla sarayın kapasına dayanır. Hükümdar oyunu öğrenir ve oldukça hoşuna gider, bilgeye "Oyunu beğendim, dile benden ne dilersem." der.

Bilge bu, "saray isterim, altın isterim" falan demez. İllâki garip bir şey isteyecek, yıllar yılı adından söz ettirecek. "Bir miktar buğday istiyorum." der. "Bulduğum oyunun birinci karesi için bir buğday, ikinci karesi için iki buğday, üçüncü kare içinse dört buğday. Yani her karede bir önceki karenin iki katı kadar buğday istiyorum". Hükümdar bilgenin isteğine sinirlenir ve "Hesaplayın, hak ettiğinden bir tane bile fazla buğday vermeyin." der. Bu sayıyı o zaman nasıl hesapladılar, bilgeye ne kadar buğday verdiler bilemiyoruz ancak hesapladığımızda karşımıza çıkan sayı, yani bilgeye verilmesi gereken buğday sayısı: 18 446 774 073 709 551 615. Bu miktar yaklaşık olarak dünyanın 1500 yıllık buğday üretimine karşılık geliyor. Bu da bize hikayedeki bilgenin oldukça iyi bir matematikçi olduğunu gösteriyor.

Satrancın da matematik gibi zekâyla yakından ilişkili olduğunu ve yüzlerce yıldır birçok insanın üzerinde çalıştığını, satranç hakkında binlerce yayın yapıldığını hepimiz biliyoruz. Ancak kimi matematikçiler satrancın kendisinden çok tahtası ve bu tahta üzerine ürettikleri başka sorularla ilgilendirmişlerdir. Aslında satranç tahtasında oynanabilecek bir sürü oyun türetmek mümkün, yalnız biraz hayâlgücü gerekli. Stefan Zweig'ın *Satranç* adlı kısa romanının kahramanı herhalde matematikle biraz daha ilgili olsaydı,

sonunda çıldırma noktasına gelmezdi. Ne mi olmuştu bu öyküde? II. Dünya Savaşı'nda Nazilerce yakalanan Dr. B. hiç de tahmin etmediği bir işkence yöntemiyle karşı karşıyadır: İçinde yalnız bir yatak bulunan bir odada yaşamak. İlk başlarda bir dinlenme gibi gelse de bu yaşam, sonraları delirtici bir sıkıntıya dönüşür. Kahraman, işte bu bıkkınlık içinde götürüldüğü sorgulamalardan birinde bir ceketin cebinde katlanmış bir kitabı farkeder ve o kitabı çalmayı başarır, ama hücre sine dönüp de kitabı açınca onun bir

satranç kitabı olduğunu anlar ve büyük bir düşkünlüğüne uğrar. Yine de, başka yapacak işi olmadığından sabahtan akşama kadar kitapla uğraşmaya başlar ve satranç tahtası ve taşları olmamasına rağmen önce ekmekten yaptığı satranç taşları ve kareli çarşafıyla, sonra da tümüyle zihninden oynayarak kuramsal bir satranç ustası olup çıkar, ama hücreden serbest kalışına kadar geçirdiği satranç dolu aylar beyin ateşine yakalanmasına neden olur. Satranç, kafasında öyle bir yer edinmiştir ki, olaydan yıllar sonra bile bir satranç oyunu onu yeniden çıldırtacaktır.

Bu öyküyü niye mi anlattık? Akla, eğer kahraman, bir matematikçi olsaydı hücreden çıktığında çok daha sağlıklı olurdu diye geliyor. Elinizden gelen tek şeyin düşünmek olduğu bir ortamda matematikle uğraş-



mak herhalde uzunca bir süreyi eğlenceli geçirmenizi sağlayabilir.

Diyelim ki canınız matematikle de uğraşmak istemiyor ve satrançtan da iyice sıkılmışsınız, ne yapacaksınız? Kendinize, satranç tahtasında oynayabileceğiniz yeni oyunlar bulabilirsiniz. Eh, bunlar biraz matematiksel olacak ama hiç matematiği olmayan oyun da olmaz zaten. Satranç tahtanız ve taşlarınız yoksa, kalemi kağıdı alın ve çözümlerini okumadan önce oyunlarımızı z kendiniz oynamaya çalışın.

Oyun Başlıyor

Satranç tahtasının bir köşesinde duran bir dama taşımız var. İki kişinin oynadığı bu oyunda her oyuncu sırayla dama taşını daha önce gidilmemiş bir komyu kareye götürüyor. (Burada komşu kare, dama taşının bulunduğu kare ile ortak bir kenarı olan kare olarak tanımlanıyor.) Oyunu, sıra kendinde olduğu halde taşı hareket ettiremeyen oyuncu kaybediyor. Sizden istediğimiz, bu oyunda izlenebilecek en iyi stratejiyi bulmanız. Yani karşınızdaki nasıl oynarsa oynasın bu oyunu kazanabilir misiniz? Tabii ki eğer böyle bir strateji varsa, oyuncuların yalnız biri için vardır. O halde bu oyuncuyu da bulmalısınız. Yani bu oyunda hangi oyuncu diğerine göre daha avantajlı?

Bu oyunda ilk başlayan oyuncu ikinciye göre daha şanslı. Bunu birkaç oyundan sonra belki sizler de gözlediniz, ancak kanıtlamamız gerekli. İşte, satranç tahtasını domino taşlarıyla kaplayarak başlıyoruz. Fakat domino taşlarının tümünü, uzun kenarları tahtanın bir kenarına paralel olacak şekilde



de diziyoruz. (Şekil 1) Birinci oyuncu ilk hareketinde dama taşını, içinde bulunduğu domino taşının diğer karesine götürür. Bu durumda ikinci oyuncu nasıl oynarsa oynasın dama taşını başka bir domino taşının içine götürmek zorundadır. Birinci ise bu sefer yeni domino taşının diğer karesine gider. Oyun bu şekilde devam edecek ve ikinci oyuncunun yaptığı her hamleye birinci oyuncu bir karşılık verebilecektir, ta ki ikinci oyuncu yapacak bir hamle bulamayınca dek. Bu strateji ikinci oyuncunun oyunundan bağımsız olarak birinciyi zafere götürür. O halde bu oyun adaletli bir oyun değildir ve oyunun ikinci oyuncu için pek de zevkli olacağını düşünmüyoruz, tabii eğer karşısındaki yeterince zeki biriyse.

Bir başka oyunda ise başlangıçta oyuncuların taşları aşağıdaki gibi dizilidir. (Şekil 2) Oyuncu, sıra kendisine geldiğinde, taşlarından birisini ileriye en az bir kare itirmelidir. Eğer istiyorsa ve önünde bir engel yoksa o taşı bir kareden fazla da itirebilir. Ancak rakibin taşının üzerinden atlamak, onu yemek ya da yerinden kaldırmak söz konusu değildir. Bir önceki oyun-

da olduğu gibi bunda da, sırası geldiği halde yapacak hamlesi kalmayan oyuncu kaybeder. Acaba bu oyunda oyunculardan biri kendisini hep zafere götürecek bir strateji bulabilir mi?

Bu oyun da bir önceki gibi adaletli bir oyun değil. Yani bunu da doğru stratejiyle oynadığında her zaman kazanan bir oyuncu var. Fakat ilk oyundan farklı olarak bu oyunda şanslı taraf ikinci oyuncu. İkinci oyuncu tahtayı boylamasına üç çizgiyle dört parçaya böler. Öyle ki her parça iki sütunu ve dolayısıyla iki beyaz, iki siyah olmak üzere toplam dört dama taşını kapsar. Birinci hangi taşı ne kadar hareket ettirirse, ikinci bu taşın bulunduğu parçada ancak diğer sütunda bulunan taşı aynı hareketi yaptırır. Dolayısıyla birinci oyuncunun her hamlesine ikinci oyuncu bir karşılık verebilir. Sonunda birinci oyuncu geri gidemeyeceğinden, bir yerde sıkışacak ve yapacak bir hamle bulamayacaktır. Dolayısıyla kaybetmeye mahkûmdur.

Tek Kişilik Oyunlar

Şimdi biraz da satranç tahtasında kendi başınıza oynayabileceğiniz oyunlardan bahsedelim.



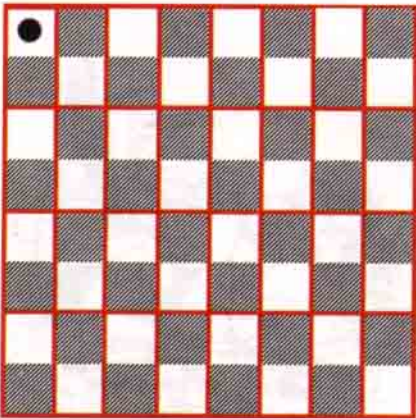
Bunlar oyundan çok mantıksal birer problem aslında.

Yine bir satranç tahtası ve bu tahtanın üst sol köşesinde bir dama taşı düşünelim. Bu taşı her hamlede sağa, sola, aşağı ya da yukarı hareket ettirebiliyoruz. Sorumuz şu: her kareden tam olarak bir kez geçerek pulu en alt sağ köşeye götürebilir miyiz?

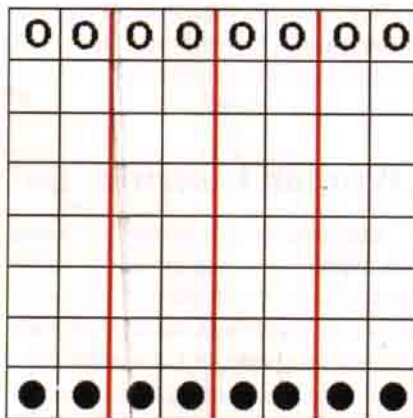
Götürebilirdeniz nasıl götürürsünüz, götüremezseniz neden götüremezsiniz?

Sanırım beş altı denemeden sonra bunu yapabileceğinize dair umutlarınız azalmış, dokuzuncu onuncu denemelerden sonra da içinizde cevabın hayır olduğuna dair kuvvetli bir his doğmuştur bile. Şimdi sıra işin en önemli kısmı olan, neden yanıtın, devamlı hayır olduğunu göstermekte.

Satranç tahtasında 64 tane kare var. Her kareden tam olarak bir kez geçmemiz gerektiğine göre toplam olarak 63 hamle yapmalıyız. Yani 63 hamle sonunda taş sağ alt karede bulunmalı.



Şekil 1. Kırmızı çizgiler tahtayı domino taşlarına bölüyor.



Şekil 2. Kırmızı çizgiler tahtayı dört parçaya bölüyor.

Taşın ilk bulunduğu karenin rengi beyaz olsun. İlk hamleyi nasıl yaparsak yapalım siyah bir kareye gitmek zorundayız. İkinci hamle sonunda ise yine beyaz bir karede olacağız. Bu şekilde devam edersek tek numaralı hamlelerin sonunda siyah bir karede bulunacağımızı görürüz. Oysa ilk bulunduğumuz sol üst köşe beyaz ise varmamız gereken sağ alt köşe de beyazdır. Yani 63 hamle sonunda beyaz bir kareden başlayarak yine beyaz bir kareye gelmemiz olanaksızdır.

Bir diğer satranç tahtası problemi ise şöyle: İki çapraz köşesi çıkarılmış bir satranç tahtası domino taşlarıyla kaplanabilir mi? (Domino taşları üstüste yerleştirilemez.)

Bu sefer de işe denemekle başlayacağız. (Matematik problemlerinin çözümünde oldukça yararlı bir yoldur denemek. Başlangıçta elimizde birşey yoktur ve eğer ilk bakışta çözümü göremiyorsak - genelde böyle olur; çünkü gerçek matematik soruları, test sorularından oldukça farklıdır ve ilk bakışta çözülebilen bir soru iyi bir matematik sorusu değildir - denemek oldukça iyi bir yöntemdir. Böylelikle çözüme giden yolda bize yardımcı doku-nacak bir gözlem yapma şansımız da olur.) Az önceki problemde olduğu gibi birkaç başarısız denemeden sonra içimizden bir ses cevabın hayır olduğunu söylemeye başlamıştır bile. Ama neden hayır? Satranç tahtasından çıkarılan köşelerin her ikisinin de aynı renk olduğuna dikkat edelim. Başlangıçta tahtada beyaz ve siyah renkli kareler eşit sayıda idi. Ancak bu iki köşe çıkarıldıktan sonra bir renk diğerinden iki tane fazla sayıda bulunacaktır. Bir domino taşı ise, nasıl koyarsak koyalım, iki farklı renkte kareyi kapatacaktır. Yani domino taşlarıyla kaplanabilecek alanda siyah ve beyaz renkteki kareler eşit sayıda olmalıydılar. Ancak bizim elimizdeki tahtada böyle olmadığından, tahtayı domino taşlarıyla kaplamamız olanaksızdır.

Satranç tahtası ve domino taşlarıyla ilgili bir başka soruya bakalım. 6x6 boyutlarında bir satranç tahtasını 1x2'lik domino taşlarıyla kapladığımızı kabul edelim. Göstermemiz gereken, satranç tahtasının üzerindeki, kenarlara paralel olan çizgilerden en az öyle bir tanesi vardır ki hiçbir domino taşını kesmeden satranç tahtasını iki parçaya böler.



Tahtayı ikiye bölen çizgilerden, beş yatay ve beş dikey olmak üzere, toplam on tane var. İstenilen özelliği, yani domino taşlarını kesmeden tahtayı ikiye bölme özelliğini sağlayan hiçbir çizgi bulunmaz. Yani her çizgi en az bir domino taşını kessin. Burada yapmamız gereken gözlem, bir çizginin bir domino taşını kesmesi durumunda bir başkasını da kesmesi gerektiğidir. O halde elimizdeki on çizgi toplam olarak en az yirmi tane domino taşını kesecektir. Oysa 6x6 boyutlarında bir satranç tahtasında tam olarak 18 tane domino taşı bulunabilir. Bu ise bizi çelişkiye götürür. Yani başta yaptığımız varsayım doğru olamaz ve en azından bir çizgi hiçbir domino taşını kesmeden tahtayı ikiye bölecektir.

Bu problemlerin çözümünden sonra, bir satranç tahtası problemini de çözümsüz olarak, kendi başınıza uğraşmanız için veriyoruz. Yine 8x8'lik bir satranç tahtası ve en alt sol köşede bir dama taşı düşünelim. Taş her hamlede sadece çapraz olarak bir komşu kareye (bulduğu kareyle bir tane ortak noktası bulunan bir kareye) gidebiliyor. Sorumuz bu taşın başlangıçta bulunduğu kareyle aynı renkte olan tüm kareleri, her kareye yalnız bir kez uğramak koşuluyla dolaşıp dolaşamayacağı. Dolaşabilirse bir örnek gösteriniz (yani dolaştırınız), ve eğer dolaşamazsa neden?

Oyunlar Üzerine

Söz ettiğimiz oyunlar yeterince çok seçenek sunmadığından ve kolay çözümlenebilir olduğundan basit ama eğlenceli matematik soruları olmakla kalıyor. Ama yine de bu sorularla pek haşır neşir olmayanları belki kısa bir süre oyalayabilir. Oyunculardan hangisinin nasıl bir stratejiyle her zaman

yengiye ulaşacağını kolayca kestiremeyeceğimiz oyunlar üretmek çok zor olmasa gerek. Peki oyunun kolay olmaması onu önemli bir matematik problemi yapmaya yeter mi? Büyük olasılıkla çoğu matematikçi bu soruya olumsuz yanıt verecektir.

Hardy de "Bir Matematikçinin Savunması" adını koyduğu küçük kitabında ciddi matematik diye nitelediği matematikle satranç problemleri arasında bir karşılaştırma yapıyor:

"Bir satranç problemi gerçek matematiktir; ancak, bir bakıma 'önemsiz' matematiktir. Hamleler ne kadar ustaca ve karmaşık, ne kadar özgün ve şartlı olursa olsun çok gerekli bir şeyden yoksundur. Satranç problemleri önemsizdirler. Matematikçinin en iyisi, güzel olduğu kadar ciddidir de..."

Hardy'nin satranççı önemsiz saymasının nedeni günlük yaşamda pek işe yaramıyor olması değildir, çünkü ona göre ciddi matematiğin büyük bölümü de günlük konuşmadaki anlamıyla yarırsızdır. Peki önemli matematik nedir?

"Kabaca diyebiliriz ki, bir matematiksel düşünce, eğer diğer matematiksel düşüncelerin büyük bir bölümü ile doğal ve aydınlatıcı bir bağlantı kurabiliyorsa 'önemli'dir..."

Matematiksel önemi var ya da yok, çoğumuzun bir oyunda aradığı şey eğlencedir ve satranç ya da burada sözünü ettiğimiz oyunlar hoşumuza gidiyorsa keyfimiz yerinde demektir.

Deniz Gündüz
Aytek Erdil

Kaynaklar:
Hardy, G.H., *Bir Matematikçinin Savunması*, TÜBİTAK, 1993.
Nesin, A., *Matematik ve Korku*, Düşün Yayınları, 1995.
Pappas, T., *Yaşayan Matematik*, Sarmal Yayınları, 1993.
Sertöz, S., *Matematiğin Aydınlatıcı Dünyası*, TÜBİTAK, 1996.
Zweig, S., *Satranç*, Can Yayınları, 1995.

