Geçen ayın çözümleri

Zeka Oyunları Çözümleri

1000 Elde Etmek: 888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000

Akıllı Deliler:

1. geceki dağılış:

10	7	10	
7		7	
10	7	10	Toplam: 68 (4 kayıp)

2. geceki dağılış

11	5	11	
5		5	
11	5	11	Toplam: 64 (4 kayıp)

3. geceki dağılış

12	3	12	
3		3	
12	3	12	Toplam: 60 (4 kayıp)

4. geceki dağılış

13	1	13	
1		1	
13	1	13	Toplam: 56 (4 kayıp)

Bu yöntem ancak 4 gece kullanılabilir.

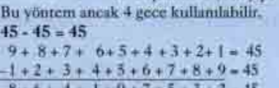
45 - 45 = 45

9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45
−1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45
8 + 6 + 4 + 1 + 9 + 7 + 5 + 3 + 2 = 45

12/2 = 7

Romen rakamıyla XII = 12. Yatay bir çizgi ile XII'yi altlı üstlü iki eşit parçaya bölerseniz 7 elde edersiniz (VII = 7).

Çizgi Paradoksu: Hiç bir çizgi kaybolmamıştır. On çizginin sekizi ikiye bölünmüş ve bu onaltı doğru parçası tekrar birleşerek dokuz çizgi oluşturmuştur; yeni oluşan bu dokuz çizginin herbiri, eski çizgilerden biraz daha uzundur. Çizgiler hafifçe uzadığı için uzama hemen farkedilmemektedir. Aslında bu küçük uzayışların toplamı, ortadan kaybolan çizginin uzunluğuna eşittir. Bu paradoks şu bilya örneğiyle daha iyi anlaşılır:



Her biri dört bilyalık beş bilya grubu olsun, bunlara A, B, C, D ve E diyelim. B'den A'ya bir, C'den B'ye iki, D'den C'ye üç ve nihayet E'den D'ye dört bilya aktaralım. Şimdi dört grup bilya oluşmuştur. "Hangi grup kayboldu?" sorusunu yanıtlamak olanaksızdır; çünkü üç grup dağılıp tekrar oluştuğunda herbiri bir bilya daha kazanmıştır. Bu durum çizgi paradoksunda olanın aynıdır. Parçalar köşegen boyunca kaydırılınca üst ve alt çizgi parçalarının birleşmesinden oluşan her yeni çizgi, eskisine oranla hafifçe uzamış oldu.

Yürüyen Merdiven:

26 adım atarsam 30 saniye, 34 adım atarsam yalnızca 18 saniye geçiyor. 30 x 34 = 1020 ve 26 x 18 = 468. 1020 - 468 = 552. Bu sayıyı 30 ile 18'in farkına (12'ye) bölelim: 552 : 12 = 46. Merdivende 46 basamak vardır ve merdiven 1.5 saniyede 1 basamak hızla aşağıya inmektedir. Merdivende yürüme hızım tabii ki soruyu etkilemez, çünkü üstünden platforma geçtiğim basamak, ben ne yaparsam yapayım, dibe belli bir zamanda erişecektir.

Cin Ruhi Afrikada:

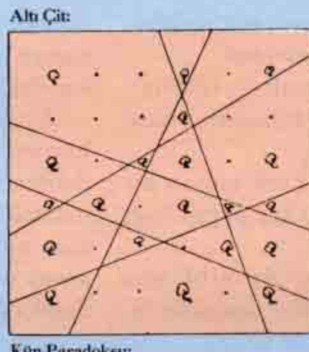
a) Şef onbir sayısını vermiş, Cin Ruhi de kendisinden saymaya başlamıştı.

b) İkinci sayışta No: 9'dan başlayarak 29 saydı.

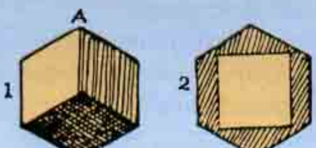
İki Yılan:

Her bir yılanın ne kadarı yutulduktan sonra hayati bir organı yaralanarak yılanlar ölür, bunu söylemek zordur. Fakat neyin olmayacağı söylenebilir: Yutma işi tabii ki iki yılan da ortadan kaybolana kadar sürmeyecektir; bir süre sonra hayati bir organ zedelenecek ve iki yılan da ölecektir. Robot yılanların elektronik beyinlerinin kafada olduğunu düşünürsek, en sonra iki yarım kafa kalırdı, çünkü sıra elektronik beynin yenmesine gelince yutma işlemi durdurdu.

Altı Çit:

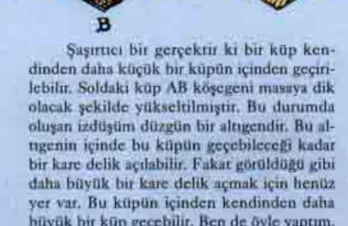


Küp Paradoksu:



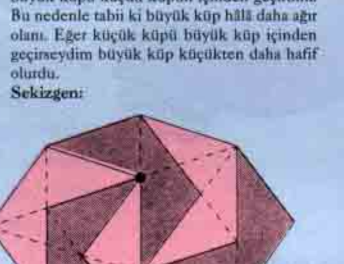
Şaşırtıcı bir gerçektir ki bir küp kendinden daha küçük bir küpün içinden geçirilebilir. Soldaki küp AB köşegeni masaya dik olacak şekilde yükseltilmiştir. Bu durumda oluşan izdüşüm düzgün bir altıgendir. Bu altıgenin içinde bu küpün geçebileceği kadar bir kare delik açılabilir. Fakat görüldüğü gibi daha büyük bir kare delik açmak için henüz yer var. Bu küpün içinden kendinden daha büyük bir küp geçebilir. Ben de öyle yaptım, büyük küpü küçük küpün içinden geçirdim. Bu nedenle tabii ki büyük küp hâlâ daha ağır olanı. Eğer küçük küpü büyük küp içinden geçirseydim büyük küp küçükten daha hafif olurdu.

Sekizgen:



Tanklar Karenin Köşelerinde:

Matematik yoluyla çözüm: Sağ üst kadrandaki eğrinin formülü dy/dx = (x + y) / (x - y)'dir. Polar koordinatlarla yazarsak: x = r cos a, y = r sin a, dy = sin a dr + r cos a da, dx =



cos a dr - r sin a da'dan a = ln r + c veya r = ce^a (logaritmik spiral). Bu eğriye ait, orijinden (50; 50) noktasına uzanan yayın uzunluğu $\sqrt{dr^2 + r^2 da^2}$ ifadesinin r = 0 ile r = 50 $\sqrt{2}$ limitleri arasında entegrasyonu ile bulunur. Bu logaritmik spiral parçasının uzunluğu 100 m'dir. Mantık yolu ile de aynı sonuca varılır: Tanklar, her an simetri nedeniyle, sürekli küçülen ve dönen bir karenin köşelerinde bulunacaktır. Başlangıçta ve daha sonra, her tankın yolu, takip ettiği tankın o andaki yoluna diktir. Takip edilen tankın hareketi, onunla takip eden tank arasındaki uzaklığı değiştirmez. Böylece her tank, takip ettiği tankı, kare kenarı kadar (100 m.) gittikten sonra merkezde yakalar.

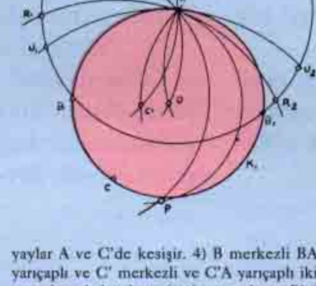
İki Küp Toplamı

$a^3 + b^3 = c^4$ ifadesinin iki yanını c^3 ile bölelim:

$(a/c)^3 + (b/c)^3 = c$. Şimdi (a/c) ve (b/c) için birer tamsayı verelim; örneğin a/c = 2 ve b/c = 3 olsun. $2^3 + 3^3 = 35$. O halde c = 35. a/35 = 2'den a = 70 ve b/35 = 3'den b = 105. $70^3 + 105^3 = 35^4$.

Dairenin Merkezi

Bu çözüm pek kolay değildir. 1) A merkezli ve AB yarıçaplı K çemberini çizin, 2) C merkezli ve CA yarıçaplı yayla K'yı R1 ve R2'de kesin. 3) Pergeli R1A kadar açıp R1 ve R2 merkezli ve R1A yarıçaplı 2 yay çizin. Bu



yaylar A ve C'de kesişir. 4) B merkezli BA yarıçaplı ve C' merkezli ve C'A yarıçaplı iki yay çizerek bunların kesişme noktası P'yi bulun.

5) P merkezli ve PA yarıçaplı yayla K'yı U1 ve U2'de kesin.

6) U1 ve U2 merkezli ve U1A yarıçaplı iki yay çizin. Bunlar A ve O'da kesişir. O noktası K1 dairesinin merkezidir.

İspatı: İnversiyon: Bir M noktasının bir çembere göre inversiyonu şu demektir: M noktasından geçen yarıçap üzerinde öyle bir N noktası bulalım ki, çemberin merkezi O ve yarıçapı r ise OM X ON = r^2 olsun. Şimdi M ve N noktalarına birbirlerinin invers'i ve O'ya inversiyon merkezi denir. A'yı inversiyon merkezi ve K'yı inversiyon çemberi seçelim. C ve C' invers noktalardır; çünkü AC'R1 ve ACR1 üçgenlerinin benzerliğinden AC'/AR1 = AR1/AC ve AC' X AC = AR_1^2. İnvers noktaları inversiyon merkezinden geçen bir doğru üzerinde olmak zorundadır. B ve C', K1 çemberine invers'dir. OB = OA'dır. P ve O invers noktalardır; o halde AO X AP = r^2, AP = 2a, BB1 = 2m, AO = X, 2a X = r^2, X = $r^2/2a$

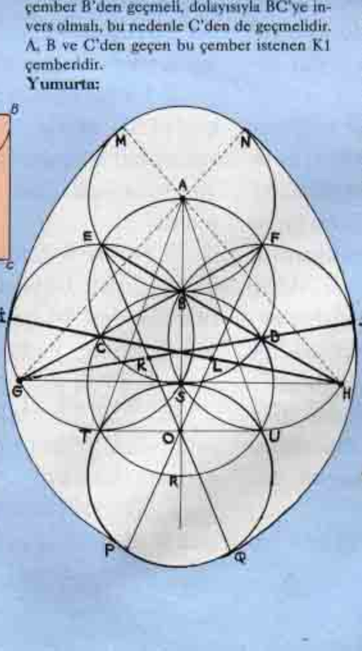
$OB^2 = (a - r^2 / 2a)^2 + m^2$, $m^2 = r^2 - a^2$,

$OB^2 = (r^2 / 2a)^2$, $OB = r^2 / 2a$

Bu nedenle OB = OA.

O halde O merkezli ve OA yarıçaplı çember B'den geçmeli, dolayısıyla BC'ye invers olmalı, bu nedenle C'den de geçmelidir. A, B ve C'den geçen bu çember istenen K1 çemberidir.

Yumurta:



1) A merkezli daireyi çizin (bundan sonraki 5 daireyi çizerken pergelin açıklığını bozmayın). 2) A çemberi üzerinde bir B noktası alarak, A ile aynı yarıçaplı B dairesini çizin. A ve B'nin kesişme noktaları E ve F'dir. 3) E ve B'den geçen C merkezli ve A ve B ile aynı yarıçaplı daireyi çizin. 4) F ve B'den geçen D merkezli ve A ve B ile aynı yarıçaplı daireyi çizin. C ve D daireleri B ve S'de kesişir. 5) S merkezli ve C, B ve D'den geçen daireyi çizin. Böylece T ve U noktaları bulunur. 6) AS doğrusu üzerindeki R noktasını merkez alarak T, S ve U'dan geçen daireyi çizin. 7) FB doğrusunu uzatın, bu doğru C'den geçerek C çemberini G'de keser. 8) EB doğrusunu uzatın, bu doğru D'den geçerek D çemberini H'da keser. 9) GA'yı uzatarak N'yi bulun. 10) HA'yı uzatarak M'yi bulun. 11) GD'yi uzatarak J'yi bulun. 12) HC'yi uzatarak İ'yi bulun. 13) AR ile TU'nun kesişme noktasına O diyelim. 14) EO'yu çizip uzatalım. EO'nun GJ'yi kestiği nokta K, EO'nun R çemberini kestiği nokta Q'dur. 15) FO'yu çizip uzatalım. FO'nun Hİ'yi kestiği nokta L, FO'nun R çemberini kestiği nokta P'dir. 16) Pergelin ayağını K'ya koyup KQ kadar açarak QJ yayını çiziniz. 17) Pergelin ayağını L'ye koyup LP kadar açarak Pİ yayını çiziniz. 18) Pergelin ayağını G'ye koyup GN kadar açarak NJ yayını çiziniz. 19) Pergelin ayağını H'ye koyup HM kadar açarak Mİ yayını çiziniz. 20) Yumurtanız çizilmiştir. Yumurta eğrisinin formülü şöyledir:

$$Y = \pm b \left[1/4 - (X^P - 1/2)^2 \right]^{1/2}$$

(eğri)

$$S = \int_0^1 \pi Y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \, . \, dx$$

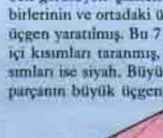
(alan)

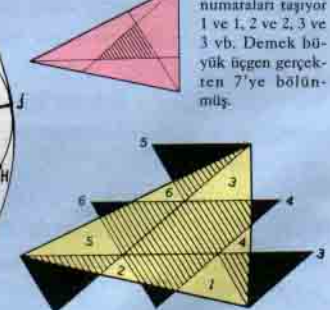
Böcekomatik:

En az 9 kare boş kalır. 9 dikey hattaki kareleri öyle boyayalım ki, 1. dikey hattaki 9 kare beyaz, 2. dikey hattaki 9 kare siyah, 3. dikey hattaki 9 kare beyaz... olsun. Yani dikey hatlar alterne ederek bir beyaz, bir siyah boyansın. Bu durumda 9 x 5 = 45 beyaz kare, 9 x 4 = 36 siyah kare olacaktır. Siyah karelerde oturan 36 böceğin hepsi beyaz karelere geçtiğinde 45 - 36 = 9 kare boş kalır.

Üçgenin Yedide Biri:

Üçgenin kenarları 1:2 oranında bölünür (Örneğin kenar 12 cm ise 4 + 8 cm şeklinde bölen nokta aranır) ve bu noktalar tepe noktasıyla birleştirilir. Ortadaki taralı üçgenin alanının büyük üçgenin 1/7'si olduğu şekilden görülüyor. Çizilen paralel doğrularla birbirlerinin ve ortadaki üçgenin tıpatıp aynısı 7 üçgen yaratılmış. Bu 7 üçgenin büyük üçgen içi kısımları taranmış, büyük üçgen dışı kısımları ise siyah. Büyük üçgen dışı her siyah parçanın büyük üçgen içinde aynısı var (beyaz), bunlar aynı numaraları taşıyor 1 ve 1, 2 ve 2, 3 ve 3 vb. Demek büyük üçgen gerçekten 7'ye bölünmüş.





Riemann Paradoksu:

Bu sıra bozulmazsa sonuç log 2'ye eşittir. Fakat 19. yüzyıl ortalarında büyük matematikçi Bernhard Riemann şunu gösterdi: Terimlerin yeri ustalıkla değiştirilerek, daha önceden belirlenen herhangi bir sayı elde edilebilir! Sonsuzlukla ilgili problemler sürprizlerle doludur.

Sonsuzluk Paradoksu:

Yanıt sizi şoke edebilir: hiç bilya kalmaz. Kutuya kaç bilya koyarsak koyalım, sonuç değişmez. Örneğin 106 bilya koymuşsak 12'de hiçbiri kalmamış olur (106.operasyonda).

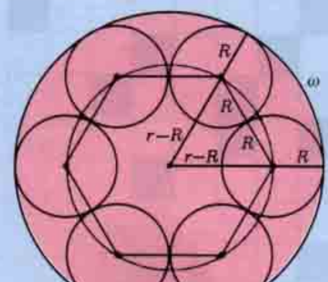
Kenarsız yüzey:

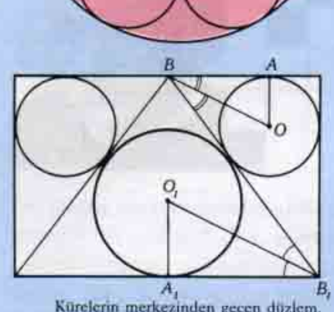
Küre, torus (simit), 8 biçimi simit ve Klein şişesinin kenarsız tek bir yüzeyi vardır.

Üçgen Tarla:

Herhangi bir yerine. Ev nerede yapılırsa yapılsın, evden kenarlara çizilecek dikmelerin toplamı eşkenar üzgenin yüksekliğini verecektir.

Silindir, Koni, Küre



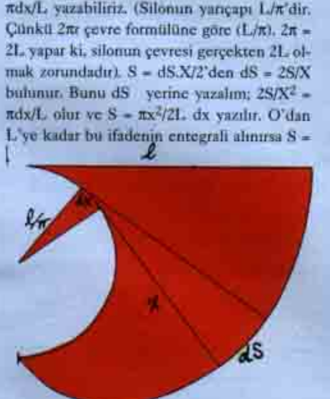


Kürelerin merkezinden geçen düzlem, silindirin üst yüzeyine paraleldir. Solda bu düzlemi görüyoruz. Bu düzlemin silindirle kesiti r yarıçaplı w dairesidir. r aynı zamanda silindirin taban yarıçapıdır. R yarıçaplı küreler birbirlerine ve w dairesine teğettir. Kürelerin merkezi düzgün bir altıgen belirler; bunun çevrel dairesinin yarıçapı r-R ve her kenarı 2R'dir. Bu daire ve w dairesi aynı merkezlidir (konsantrik). Tabii ki r - R = 2R'dir, buradan r = 3R bulunur.

Sağda silindirin ekseninden ve kürelerden birinin merkezinden geçen düzlem görülüyor. OAB ve O1A1B1 üçgenlerinin benzerliğinden $\frac{O_1A_1}{A_1B_1} = \frac{OA}{AB}$. O1A1 aranan yarıçap. A1B1 = r = 3R, OA = R ve BA = r - R = 2R ve buradan O1A1 = 3 R/2.

Şikayetçi Keçi:

Şekilde ipin çizdiği eğriyle (en sağda) silo (en solda) arasında kalan ucu kıvrık külâh gibi alanı, sonsuz küçüğe yakın üçgensi parçalara ayıralım. Bir üçgenin alanı S = dS . X/2'dir. Benzer üçgenlerden giderek ds/X = πdx/L yazabiliriz. (Silonun yarıçapı L/π'dir. Çünkü 2πr çevre formülüne göre (L/π). 2π = 2L yapar ki, silonun çevresi gerçekten 2L olmak zorundadır). S = dS.X/2'den dS = 2S/X bulunur. Bunu dS yerine yazalım; $2S/X^2$ = πdx/L olur ve S = $\pi x^2/2L$. dx yazılır. O'dan L'ye kadar bu ifadenin entegrali alınırsa S =



$\pi L^2/6$ bulunur. Buna $\pi L^2/2$ yarım dairesini ekleyelim, S alanı silonun hem solunda, hem de sağında olduğundan ikiyle çarpalım: George'un otladığı toplam alan: $\pi L^2/2 + 2\pi L^2/6 = 5\pi L^2/6$. L = 11 yazarsak George'un otladığı toplam alan 605 π/6 olur. Bill'in alanı 100 π'dir. π = 3 alırsak George'un alanı 302.5 m^2, Bill'in alanı 300 m^2 bulunur. Demek ki George haksızdır ve matematiği önemsemeyen inatçı bir keçidir. Cin Ruhi ceza olarak George'a üç gün şeytan tersi otu (ferula) yedirdi (en pis kokan otlardan biri).

Kolay Bir Soru:

7^1 tek sayı ile biter: 7; bunu 07 olarak yazalım. 7^2 = 49, 7^3 - 43 (49'un 7 ile çarpılmasından elde edilen sayının son 2 basamağı), 7^4 - 01 (7^3'ün son iki sayısının 7 ile çarpılmasından elde edilen çarpımın son iki sayısı) ve 7^5 - 07 (7^4'ün son iki sayısının 7 ile çarpılmasından elde edilen sayının son iki basamağı). Görülüyor ki 7'nin üslerinin son iki sayısı devretmektedir, bu devrin periyodu 4'dür: 07, 49, 43, 01, 07, 49, 43, 01... gibi.

Şimdi 51'i 4'e bölelim, 3 artar; demek ki 7^{48} 01 ile, 7^{49} 07 ile, 7^{50} 49 ile ve 7^{51} 43 ile sona erecektir.

Bir Futbol Turnuvası:

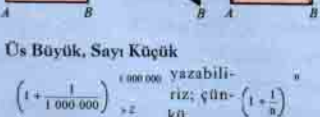
B, F'yi yendiğine göre P ve C ile berabere kalmıştır. C hiç gol atamadığından B-C maçı 0-0 bitmiş olmalıdır. B-P maçının sonucuna ise A-A diyelim. B, 4 atıp 3 yediğinden B-F maçının sonucu (4-A) - (3-A) olmalıdır.

F, B'ye yenildiğine göre diğer iki maçı kazanmıştır. F'nin yediği 3 golden, (4-A) gol B'den ve 0 gol C'den gelmiştir. 3'den (4-A) çıkarılırsa (A-1) kalır, demek F, P'den A-1 gol yemiştir. P 5 gol atmıştır. Az önce bulduk ki, P, F'ye (A-1) gol atmıştır. B-P maçında P, B'ye A gol attığına göre 5-(A-1)-A = 6-2A bulunur, yani P, C'ye (6-2A) gol atmıştır. C 5 gol yemiştir. Bu 5 golden (6-2A) gol P'den, O B'den ve 5-(6-2A) = 2A-1 gol F'den gelmiştir. F 5 gol atmıştır: (3-A) gol B'ye, (2A-1) gol C'ye ve 5-(3-A)-(2A-1) = 3-A gol P'ye gitmiştir.

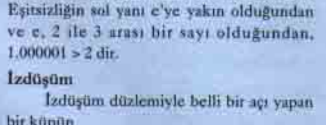
Barbarie ve Cocagne	0 - 0	0 - 0
Barbarie ve Palombie	A - A	1 - 1
Barbarie France'ı yener	(4-A) - (3-A)	3 - 2
France, Palombie'yi yener	(3-A) - (A-1)	2 - 0
France, Cocagne'ı yener	(2A -1) - 0	1 - 0
Palombie Cocagne'ı yener	(6-2A) - 0	4 - 0

Tablodaki 5. satırdan 2A - 1 > 0'dan A > 1/2 ve 4. satırdan (3-A) > (A-1) ve A < 2 bulunur. Tek olasılık A = 1. A yerine 1 yazarak 6 maçın da sonucunu buluruz.

İstakoz



Eşkenar Üçgen



Üs Büyük, Sayı Küçük

$\left(1+\frac{1}{1\,000\,000}\right)^{1\,000\,000} > 2$ yazabiliriz; çünkü $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

ifadesi, n sonsuza giderken limit değer olarak e'yi (natürel logaritmaların tabanı) verir. Eşitsizliğin sol yanı e'ye yakın olduğundan ve e, 2 ile 3 arası bir sayı olduğundan, 1.000001 > 2 dir.

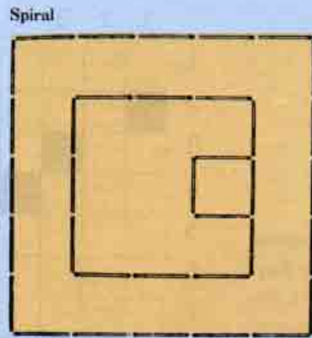
İzdüşüm

İzdüşüm düzlemiyle belli bir açı yapan bir küpün.

Zor Zar

1/6. Zar atış sayısı, olasılığı değiştirmez. Bu şuna benzer: Bir yolda kaza olasılığı 1:1000'dir. Bir adam bu yoldan 999 gün kazasız geçiyor. 1000. gün kaza olasılığı nedir? Yanıt: Yine 1:1000.

Spiral



Tekerlek ve kayışlar

C ve D saat yönünde ve B saat yönünün tersine döner. Eğer 4 kayış çapraz hale getirilirse tekerlekler dönebilir. 1 veya 3 tanesi çapraz hale getirilirse tekerlekler dönmez.

Dipsiz Kuyu:

Böyle bir tüneli Voltaire, 18. yüzyıl Fransız matematikçisi Maupertius ve sonra Fransız astronomu Flammarion hayal ettiler. Hava direncini yok sayarak, Kuzey Kutbundan düşünce yer çekimi etkisiyle dünyanın merkezine varırdınız, merkezdeki hızınız 8 km/saniye olurdu, bu hızla orada duramaz ve düşmeye devam ederdiniz, fakat yerçekimine karşı dünyanın yüzeyine yaklaşmakta olduğunuzdan hızınız giderek azalır ve tam yüzeye vardığınızda sıfır olurdu; bu nedenle uzaya düşüp kaybolmanız olası değildir. Eğer can havli ile tünelin kenarına yapışırsanız Güney Kutbundan dışarı çıkardınız, aksi halde yine merkeze doğru düşer ve Kuzey Kutbuna varırdınız, ömrünüz bir sarkaç gibi bu iki kutup arasında gidip gelmekle geçerdi. Hava direnci bu gelip gidişleri frenleyeceğinden dünyanın merkezine giderek daha yakın uçlar arasında gelip gider ve sonunda dünyanın merkezinde takılıp kalırdınız.

Matematik Çözümleri

Bir Çarpma Problemi

$$\begin{array}{r} 775 \\ \times\ 33 \\ \hline 2325 \\ +\ 2325 \\ \hline 25575 \end{array}$$

Maymun ve Hindistan Cevizleri

Denklemler birleştirilirse

1024 N = 15625 F + 11529

bulunur. Bu denklemin en küçük pozitif çözümü

N = 15621, F = 1023'dir.

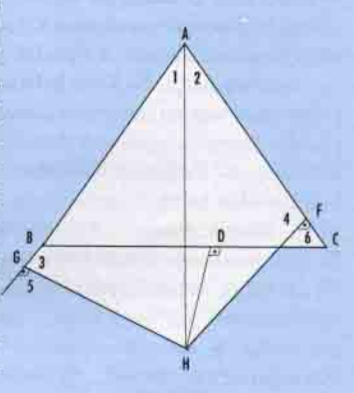
Beş Kibrit ve Altı Kibritle Topoloji

(1) n = 5 için10 tane

(2) n = 6 için 19 tane

Çözüm: Nerede Yanlış Yapıyorum?

Şeklimiz yanlış çizilmiştir. Doğrusu şöyledir: Burada AG = AF, BG = FC ve AB = AG - BG, AC = AF + FC olur!



Mart Ayı Ödüllü Bulmaca Cevabı

1994 Yılı Şubat Ay'ı Dergisinde Çıkan Ödüllü Bulmacayı Doğru Yanıtlayarak, Çekiliş Sonucu "Bir Matematikçinin Savunması" Adlı Kitabı Kazananlar:

Hakan Güven Çanakkale
Cihan Kırmızı Bakanlıklar/Ankara
Ömer Lütfi Erdoğan Yenikapı/Antalya
Ayşe Mine Ertekin Suadiye/ İstanbul
Hakan Gündüz Çanakkale
Ay Bektaş Kavaklıdere/Ankara
Gökhan Tunç Melikgazi/Kayseri
Selahattin Dalkılıç Kuşadası/Aydın
Erkan Şahin Üsküdar/İstanbul
Onur Okyay Şirinyer/İzmir
Tolga Duman Salihli/Manisa
Yalçın Koçer Y.Ayrancı/Ankara
M.Ercan Şahin Çengelköy/İstanbul
MustafaÇiçek Şirinevler/İzmit
Kerim Tezel Küçükçekmece/ İstanbul
Ayşe Özsu Bodrum/Muğla

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	T	A	R	I	K	Z	A	F	E	R	T	U	N	A	Y	A		E	C	U
2	R	L			A	A	L	E	N		Ü	R	E	M		L	O	T	A	
3	A	T	A	O	L		A	L		E	B	U		B	A	M		A		P
4	N	E	Y	Z	E	N	T	E	V	F	İ	K	K	O	L	A	Y	L	I	
5	S	S		A	M	S	U	K		E	T		A	L	B	A		O		K
6	P		İ	L	İ		R		E	L	A		F	İ	A	T		N	İ	L
7	L	A	M	İ	S		K	İ		E	K		A		Y	A	K		S	E
8	A	Z	A	T		K	A	L	A	K		İ	D	A			R	A	P	P
9	N	E	R		Z	A		L	E		A		A	D	E	M	İ	Y	E	T
10	T	R	E	N		M		Ü	S	T	D	E	R	İ			K	A	N	O
11	A	İ	T		L	A	O	S		R	U	R		L	E	T	O		Ç	M
12	S			P	İ	R	İ	T		A		D	A		R		D	A		A
13	Y	A	B	A	N	İ		R	Ö	P	R	O	D	Ü	K	S	İ	Y	O	N
14	O		A	P	A	L		A		A		S	İ	S	M	O	L	O	J	İ
15	N	A	N	A		L	İ	S	A	N		T	G		E					
16		Y	A	R	M	A		Y	M	İ	R		E	Y	N					
17	P	A	D	A	N		K	O				İ	L	O						
18	E		U	Z		K	Ü	N	E	F	E		E	G	O					
19	R		R	Z		O	R		R	E	T	O	R	İ	K					
20	A	L	A	İ	N	D	E	L	O	N		Z			R					