Bir Buluşum Var

Merhaba;
Sayıların karesini alma konusunda birkaç pratik yol bulmak için uğraştım ve şu sonuçları elde ettim. Aslında bu işi birkaç sene evvel bulmuştum. Bu çalışmamı değerlendirmenizi ve köşenizde yayınlamanızı arz ederim.
Birler basamağı 5'ten büyük iki basamaklı sayılar için;
37 sayısının karesi 1369'dur. Pratik olarak, sayının onlar basamağının bir fazlası olan 4'e yani 40'a 3 var. 37-3=34 , Onlar basamağı +1→ 3+1=4 →34x4=136 ve 7x7=49 olduğundan 9 direk olarak birler basamağına yazılır. Yani 37x37=1369

Birler basamağı 5'ten küçük iki basamaklı sayılar için;
24 sayısının karesi 576'dır. Sayının onlar basamağındaki sayı ile çarğılır. "24x2=48" Sonra sayının rakamları çarpılır ve bu sayıya eklenir: "4x2=8, 48+8=56"
Son olarak "4x4=16" ve eldelik olduğundan sayıya 1 eklenip 6 direkt olarak yazılır: "56+1=57, 24x24=576"
Eldelik olmayan örneğimizde 33 sayısını kullanacağız: "33x33=1089, 33x3=99, 3x3=9, 99+9=108 →33x33=1089"

Çağrı Coşaran
Sarıyer/İstanbul

Pratik yollar daima işi kolaylaştıran yollar olmalıdır. Pratiklik kavramının diğer bir özelliği de kolay akılda kalmalarıdır. Hatırlamakta zorlanıyorsak bu metodlar pratik olmaktan uzak kalır. Aritmetik, pratikliğin belki de en çok arandığı matematik dallarından biri. Bu durumun temel sebeplerinden biri günlük hayatta çok fazla kullanılıyor olması olabilir. Bir işi ne kadar çok yapıyorsanız onu o kadar hızlı ya da kolay yapmak için yollar ararsınız. Dört işlemi de yaşantımızda sürekli kullanmak, onu daha çabuk ve zahmetsiz yapma yollarına itiyor bizi. Gerçi hesap makinaları bu amaçla üretilmiş ama yine de el emeği göz nurunun yeri başka...

Çağrı Arkadaşımıza teşekkür ediyoruz çalışmasını bizlerle paylaştığı için. İki basamaklı sayıların karesini almada kısmen bilinen bir pratik yolu tekrar keşfetmiş. Bu yolu örneklendirecek olursak:

47 iki basamaklı sayısını ele alalım. Arkadaşımızın da dediği gibi bir üst 10'un katına yani 50'ye 3 var. Bu durumda (47-3)(47+3) çarpanına bakmalıyız ki bu da 2200 eder ve 7X7=49 olduğundan 9 direk olarak birler basamağına yazılır:2209

Arkadaşımızın diğer kategori için önerdiği yol çok uzun. Ben, bu işin tek kalemde nasıl yapıldığını göstermek istiyorum. Başlangıcı tekrarlıyorum: 47 sayısı için: 50'ye 3 var. (47-3)(47+3) = 2200. Buraya kadar herşey aynı ama sondaki 9 sayısını şöyle buluyoruz: başta elde ettiğimiz 3'ü kendisiyle çarpıyoruz: 3X3=9 ve bunu direk ilk bulduğumuz sayıyla topluyoruz: 2200+9=2209

Yine aynı yola çıktık demeyin çünkü az önceki yol, birler basamağı 5'ten küçük sayılar için çalışmıyordu. Ama bu yol hepsi için çalışıyor:

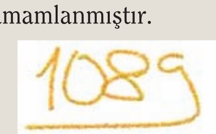
Okuyucumuzun kullandığı 24 sayısınıele alalım: 30'a 6 var: (24-6)(24+6)=540. 6X6=36 Ve bu iki sayıyı birbiriyle topluyoruz: 540+36=576. Kısacası tek bir yolla tüm iki basamaklı sayıların kareleri için bir yol geliştirdik. Ama bu yol mu daha pratik yoksa direk çarpma yapmak mı ona siz karar verin. Hangisi kolayınıza geliyorsa onu kullanın!

Madem amacımız sayılarla dalga geçip biraz eğlenmek, bu yolun neden çalıştığını biraz cebir kullanarak ispatlamaya çalışalım:

Sayımız ab yani 10a+b şeklinde ifade edilmiş iki basamaklı bir sayı olsun ($a,b \in N, a \neq 0$) ab yi bir üst 10'un katına tamamlamak için (10-b) sayısına ihtiyaç var. Öyleyse;
[(10a+b)-(10-b)].[(10a+b)+(10-b)]= (10a-10+2b)(10a+10) bu sayıya bir de (10-b) sayısının karesini ekliyorduk: Yani

$(ab)^2=(10a-10+2b)(10a+10)+(10-b)^2$
$=100a^2+100a-100a-100+20ab+20b+100-20b+b^2$
$=100a^2+20ab+b^2$ olmalı

Bildiğimiz yollardan sayının karesini bulalım: $(10a+b)(10a+b)= 100a^2+20ab+ b^2$, ispat tamamlanmıştır.



Bu pratik yolları bir kenara bırakalım ve okuyucumuzun son örneğinde yakaladığı 1089 sayısına bir göz atalım. Her ne kadar sıradan gibi gözükse de bu, öyle sıradan bir sayı değil. 1089 sayısıyla ilgili ortalıkta dolaşan şöyle bir eğlence var:

Üç basamaklı bir sayı tutun: 481
Şimdi bu sayıyı tersten okuyun:184
Sayıların farkını alın:481-184=297
Şimdi çıkan bu yeni sayıyı tersten okuyun: 792
Ve son iki sayıyı toplayın: 297+792= 1089

Bu işlemler dizisi hangi sayıyı tutarsak tutalım bizi hep aynı sonuca götürecek. (Tabi fark aldığınızda sayı negatif çıkarsa mutlak değerini almanız gerekiyor.) Bu durumu açıklamak için az önce yaptığımıza çok benzer bir ispat yapabilirsiniz. Bu işi size bırakıyoruz. Şimdi 1089'un başka ilginç bir özelliğini sergileyeceğiz:

1089x1=1089
1089x2=2178
1089x3=3267
1089x4=4356
1089x5=5445
1089x6=6534
1089x7=7623
1089x8=8712
1089x9=9801

İlginlik neresinde mi? İlk ve son çarpımlara bakın, birbirinin simetriği! 1089 ve 9801

2. ve 8. de öyle: 2178 ve 8712; ve hatta hepsi Üstelik tek başına kalan 5. çarpım zaten kendi içinde simektrik 5445. Böyle sayılara palindromik sayılar diyoruz.

Bu özelliğe sahip tek sayı 1089 değil üstelik. Şu sayılar da onun gibi:
10**9**89
10**99**89
10**999**89
10**9999**89
10**99999**89
İnanmazsanız deneyin ve bakın!

Nilüfer Karadağ Özdem
karadagnilufer@yahoo.com

Eğer siz de kaydettiğiniz önemli bir bulgu olduğunu düşünüyorsanız dergimize gönderin ve onu sizin için değerlendirelim.
Adresimiz: TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi, Buluşumu Değerlendirin Köşesi, Atatürk Bulvarı No:221 Kavaklıdere-ANKARA