Geçen Ayın Çözümleri

Fizik

1- $q_1 = q_2 = e$

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{k.e^2}{r^2}$$

merkezcil kuvvet Coulomb kuvveti olacağından

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad ve \quad v^2 = \frac{ke^2}{mr} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{mr}}\, e$$

Toplam Enerji:

$$E_{Top} = KE + PE = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r}$$

$$= \frac{1}{2}m\frac{k}{mr}e^2 - \frac{ke^2}{r}$$

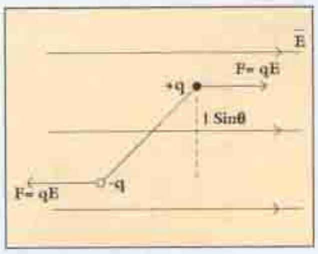
$$= \frac{1}{2}\frac{ke^2}{r} - \frac{ke^2}{r}$$

$$\Rightarrow E_{Top} = -\frac{1}{2}\frac{ke^2}{r}$$

2-Her bir kütle $V_o = \sqrt{2gh}$ hızıyla yere ulaşır. m1 kütleli cisim Vo hızıyla yukarı doğru harekete başladığında, aşağıya doğru -Vo hızıyla düşmekte olan m2 kütlesi ile çarpışır. Çarpışmadan sonra, cisimlerin U_1 ve U_2 hızları enerji ve momentumun korunumunda
$U_1 = V_o(m_1 + 3m_2)/(m_1 + m_2)$
$U_2 = V_o(3m_1 + m_2)/(m_1 + m_2)$ olarak bulunur. m_1 kütlesinin hareketsiz kalması için $V_1 = 0$ yazılır ve bunun için gerekli koşulun $\frac{m_2}{m_1} = 3$ olduğu görülür.

b) $\frac{m_2}{m_1} = 3$ halinde $V_2 = 2V_o$ dır ve m2 kütlesinin çıkacağı maksimum yükseklik 4h olur.

3- Dipole etkiyen moment şekilden de açıkça görüldüğü gibi N = q E l Sinθ'dır.



4- Cambaz, gösterisi sırasında 10 sn'de 11 halka atmıştır. Bir halkanın çıkış süresi

$t_{çıkış} = \frac{V_o}{g} = \frac{20}{10} = 2sn$ uçuş süresi ise
$t_{uçuş} = 2t_{çıkış} = 4$ sn dir. 4. sn'den itibaren 1 sn. ara ile halkalar yere düşmeye başlar. 4. sn'den 10. sn sonuna kadar yere düşen halka sayısı 7 ve havada kalan halka sayısı 4'tür.

5- Yayın ve Kütlenin A ve P'deki potansiyel enerjilerinin eşitliğinden

$$\frac{1}{2}kx^2 = m.g(h+x) \quad ve \quad k.x^2 - 2mgx - 2mgh = 0$$

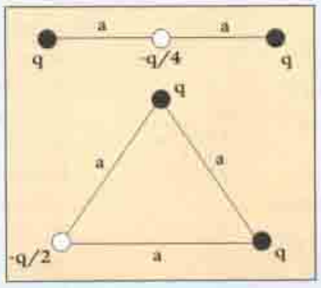
denklemi elde edilir.

$$x_{1,2} = \frac{m.g \pm \sqrt{m^2.g^2 + 2mgkh}}{k} = \frac{mg}{k} \pm \frac{\sqrt{m^2.g^2 + 2mgkh}}{k}$$

$\sqrt{m^2.g^2 + 2mgkh} > mg$ olacağı için

$$x_{max} = \frac{mg}{k} + \frac{\sqrt{m^2.g^2 + 2mgkh}}{k} \text{ olur}$$

6- Şekildeki her iki düzenekte de potansiyel enerji sıfırdır.



7- Işığın hızı ses hızından çok daha büyük olduğundan, şimşek çaktığında önce ışığı görürüz. Işığı görür görmez, sesi duyana kadar saniyeleri sayın. Sesin hızı bilindiğine göre x = v.t'den sonucu bulabilirsiniz. Burada v sesin hızı, t geçen süre ve x aranılan yüksekliktir.

8- Eğer ışık demetinin yolu üzerindeki ilk mercek yakınsak ise iki merceği geçtikten sonra ışık ışınları tekrar eksene paralel olacaktır. Fakat eksene olan uzaklığı yarıya düşecektir. Bu nedenle, N tane çift merceği geçtikten sonra ışık demetinin eksene uzaklığı

$d = \frac{D}{2^N}$ olacaktır. Eğer ilk mercek ıraksak ise ışınlar eksenden uzaklaşacak ve demetin eksene uzaklığı $d = D2^N$ olacaktır.

9- İlk çarpışmadan sonra, momentumun korunumu yasasına göre 2M kütleli topun hızı Vo/2 olacaktır. Bir sonraki çarpışmadaki hızları bulabilmek için sağa doğru Vo/2 hızla hareket eden bir koordinat sistemi kullanmak uygun olacaktır. Bu sistemde 2M kütleli top sabit kalacak ve bu topa M kütleli top bir kez daha çarparak duracaktır. Bu durumda 2M kütleli top sola doğru Vo/4 hızıyla harekete başlamış olacaktır. Laboratuvar koordinat sistemine göre 2M kütleli topun hızı Vo/4 ve M kütleli topun hızıda Vo/2 olacaktır.

10- Başlangıçta, suyun hacmini ve buhar basıncını ihmal edebiliriz. Po = 1 atm ve sıcaklık 293°K de havanın düdüklü tenceresinin V hacmini kapladığını düşüneceğiz. Son durumda, tenceredeki 3Po, hem hava basıncını hem de tümüyle buharlaşan suyun basıncının toplamıdır.

Sırasıyla suyun yoğunluğu, ρ; başlangıçtaki hacmi V; ve moleküler kütlesini M (ρ= 103 kg/m3, M = 18 g/mol) ile gösterir ve Pa'ya hava basıncı, Pv'ye buhar basıncı dersek, son durumda

$P_a = \frac{PoT}{To}, P_v = \frac{\rho vRT}{MV}$ yi elde edebilirsiniz.

Problemdeki ifadeyle Pa+Pv= 3Po'dır. Bu formüller yardımıyla, suyun hacminin düdüklü tencerenin hacmine oranını bulabiliriz. $\frac{V}{V} = \frac{P_oM(3-T/T_o)}{\rho RT} \cong 10^{-3}$

11-Kondansatörler seri bağlandığı için $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ ve $C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$ V gerilimli bir kaynağa bağlandığında sistemin q yükü $q = CV = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}V$

Bu yük, seri bağlanmış her kondansatörde olacağı için, her iki kondansatördeki maksimum yükü geçemez.
$q_1 = C_1V_1$, $q_2 = C_2V_2$ q1<q2 olduğunu düşünelim. Bu durumda aşağıdaki bağıntı kurulabilir.

$$\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}V < C_1V_1$$

Bu bağıntıyı $V \leq \frac{C_1 + C_2}{C_2}V_1$ şeklinde de yazabiliriz.

Eğer $C_1V_1 = C_2V_2$ ise

$$V \leq \frac{C_2\frac{V_1}{V_2} + C_2}{C_2}V_1 = V_1 + V_2$$

bağıntısı elde ederiz.

12-Teneke parçaları fırına konduktan sonra ısının hızla, tenekenin erime ısısı olan 230°C'ye düştüğünü grafikten açıkça görebiliriz. Tüm ısı, tenekeyi eritmek için kullanıldığı için sıcaklık 12 dakika boyunca değişmemiştir. Erimenin gizli ısısını hesaplayabilmek için, ısıtıcı elemanın gücünün ne kadarının çevreye yayıldığı ve ne kadarının tenekeyi eritmek için kullanıldığı hesaplanmalıdır. Burada grafiğin ilk parçası bize yardımcı olacaktır. Düşük sıcaklıklarda çevreyle ısı alış verişi çok azdır, bu durumda P gücünün fırını ısıtmak için kullanıldığını söyleyebiliriz. Grafikte de ısının, dakikada 1°C arttığı görülmektedir. Bunu ölçebilmenin en iyi yolu, eğriye bir teğet çizip çizginin eğimini ölçmektir. Isı, 230 °C ye ulaştığında, eğrinin eğimi 0,25 derecedir. Bu, gücün 1/4'ünün fırının içinde kalması ve 3/4'ünün de çevreye yayılması demektir. Böylece gizli ısı

$C = \frac{0.25 P.t}{M} = 70\, J/g$ elde edilir.

Matematik

1- $1 \leq a \leq 9$ ve $0 \leq b \leq 9$ olmak üzere, x = 10 a + b şeklindedir. ab = x^2 - 10 x-22 ve ab ≥ 0 olduğundan x^2 - 10 x - 22 ≥ 0 olan x doğal sayılarını belirleyelim.

x^2 - 10 x - 22 = 0 denkleminin kökleri

$\frac{10 \pm \sqrt{100 + 88}}{2} = 5 \pm \sqrt{47}$ olduğundan ve 6 < $\sqrt{47}$ < 7 olduğundan, 5 + 7 = 12 ≤ x olmalıdır.

Şimdi de ab < x olduğunu gösterelim. 0 ≤ b ≤ 9 olduğundan, ab < 10a ≤ 10a + b = x dir. Böylece, x^2 - 10 x - 22 < x olduğundan x^2 - 11 x - 22 < 0 olmalıdır.

x^2 - 11 x - 22 = 0 denkleminin kökleri,

$\frac{11 \pm \sqrt{121 + 88}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{209}}{2}$ olduğundan

$\frac{11 - \sqrt{209}}{2} < x < \frac{11 + \sqrt{209}}{2}$ olmalıdır.

Fakat, $\sqrt{209}$ < 15 olduğundan, x < $\frac{11 + 15}{2} = \frac{26}{2} = 13$ olmalıdır. Aynı zamanda x ≥12 olduğundan x = 12 bulunur. Böylece tek çözüm x = 12'dir.

2- Sol tarafın ikinci terimi $10.10^{-(x^2-2x)}$ biçiminde yazılabilir. $10^{x^2-2x} = u$ değişimi yapılırsa verilen denklem

$u + \frac{10}{u} = 11$ ya da $u^2 - 11u + 10 = 0$ biçimini alır. Bu denklem çözülürse $u_1 = 10$, $u_2 = 1$ bulunur.

$10^{x^2-2x} = 10 = 10^1$ için;

$x^2 - 2x = 1$ ya da

$x^2 - 2x - 1 = 0$ denklemi elde edilir. Bu denklemin kökleri;

$x_1 = 1 + \sqrt{2}$, $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ dir.

$10^{x^2-2x} = 1 = 10^0$ için $x^2 - 2x = 0$ denklemi elde edilir. Bu denklemin kökleri ise, $x_3 = 0$, $x_4 = 2$'dir. Böylece verilen ilk denklemin kökleri olarak, {1 + $\sqrt{2}$, 1 - $\sqrt{2}$, 0, 2} sayıları bulunur.

3- $p^4 + 4 = p^4 + 4p^2 + 4 - 4p^2 = (p^2 + 2)^2 - 4p^2$ veya son ifadeyi çarpanlarına ayırarak, $p^4 + 4 = (p^2 - 2p + 2)(p^2 + 2p + 2)$ ... (1) bulunur. $p^2 - 2p + 2 = 1$, $p^2 + 2p + 2 = p^4 + 4$ ... (2) olursa $p^4 + 4$ asal olur. (2)'nin denklemi çözülürse, $p^2 - 2p + 1 = 0$, $(p - 1)^2 = 0$ p = 1 bulunur. 2. denklem: $p^4 - p^2 - 2p + 2 = 0$, $p^2(p^2 - 1) - 2(p - 1) = 0$ veya $(p - 1)[p^2(p+1) - 2] = (p - 1)(p^3 + p^2 - 2) = 0$, p - 1 = 0, p = 1 elde edilir. Şu halde p = 1 değeri (2)'nin her iki denkleminin çözümü olduğundan bu değer için $p^4 + 4 = 1 + 4 = 5$ sayısı asaldır.

Öte yandan (1)'e göre, $p^2 - 2p + 2$, $p^2 + 2p + 2$ birer tamsayı olduğundan ve p = 1 için küçüğü yani $p^2 - 2p + 2 \neq 1$ olduğundan $p^4 + 4$ asal olmaz.

4- $2x^3 - 6x^2 + 8x - 3 = 0$ olduğundan, kökler a, b, c ise a + b + c = 3 ve

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = \frac{a + b + c}{abc} = \frac{6/2}{3/2} = 2$ olur.

Buna göre istenen toplam; 3 + 2 = 5 eder.

5- n(n-1) ifadesinde n'ye, sırayla 2'den n'ye kadar değerler vererek şu eşitlikleri yazalım.

$1.2 = 1(1 + 1) = 1^2 + 1$

$2.3 = 2(2 + 1) = 2^2 + 2$

$3.4 = 3(3 + 1) = 3^2 + 3$

$n(n + 1) = n(n + 1) = n^2 + n$

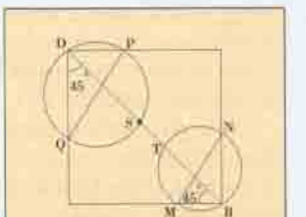
bu eşitlikler taraf tarafa toplanırsa,
$S = (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2) + (1 + 2 + 3 + ... + n)$ bulunur.

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$ olduğundan

$S = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} + \frac{n(n + 1)}{2}$

$S = \frac{n(n + 1)(n + 2)}{3}$ bulunur.

6-



ABCD karesinin kenarları üzerinde M, N, P, Q noktaları bilinsin. B ve D köşeleri sırasıyla MN ve PQ çaplı çemberler üzerindedir; çünkü bu köşelerdeki açılar 90'ar derecedir.

Üstelik $\widehat{ABD} = \widehat{DBC} = 45°$ olduğundan $\widehat{MT} = \widehat{NT}$ dir, yani T noktası MN yayının ortasıdır. O halde T bulunabilir. Aynen PQ yayının S ortası da bulunup S ile T birleştirilerek ST'nin çemberleri kestiği B ve D noktaları belirlenip C ve A bulunur.

7- Aradığımız sayı N olsun. İlk (soldaki) üç rakamdan meydana gelen sayıyı p ile; son (sağdaki) üç rakamdan meydana gelen sayıyı q ile gösterelim. N = 1000 p + q

olup problemin verisinden 6N = 1000 q + p veya 6N = 6 (1000 p +q) = 1000 q + p dir. Şimdi, öte yandan p + q = 1000 p + q + 999 p = N - 999 p olduğundan p + q de 999 ile bölünebilmeli. Oysa p ve q'nun her ikisi de üç rakamlı olduğundan, hiçbiri 999 değildir. Sonuç olarak p + q = 999 dur.
7N = (1000 q + p) + (1000 p + q) = 1001 (p + q) olduğundan
7N = 1001.999 = 999999 olup buradan
N = 999999/7 = 142857 elde edilir.

8-

$A \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ A, 2 x 2 olduğu için

$A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - 2y = 2 \\ z - 2t = 4 \end{bmatrix}$ (I)

$A \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4x + 2y = 1 \\ 4z + 2t = -2 \end{bmatrix}$ ...(II), (I) ve (II) den

$x = \frac{3}{5}, y = \frac{-7}{10}, z = \frac{2}{5}, t = \frac{-9}{5}$ bulunur.

$A = \begin{bmatrix} 3/5 & -7/10 \\ 2/5 & -9/5 \end{bmatrix}$ dır.

9- $\sqrt{3 + 4i} = a + ib \Rightarrow 3 + 4i = a^2 - b^2 + 2iab$, $a^2 - b^2 = 3$, $2ab = 4 \Rightarrow a = \pm 2$, $b = \pm 1$ bulunur.
Karekök: $z = 2 + i$ veya $z = -2 - i$'dir.

10- $\frac{tgB}{tgC} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 - b^2 + c^2}$ Kosinüs teoreminden

$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Sinüs teoreminden $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{b}{c}$ yazılır. Böylece

$\frac{tgB}{tgC} = \frac{\sin B}{\cos B} \cdot \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\sin B}{\sin C} \cdot \frac{\cos C}{\cos B} = \frac{b}{c} \cdot \frac{\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}}{\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2 + c^2 - b^2}$ dir.

11- $x^2 + 2yz^2 = (x + 2u)^2 \Rightarrow yz^2 = 2ux + 2u^2$
$x^2 + yz^2 = x^2 + 2ux + 2u^2 \Rightarrow x^2 + yz^2 = (x + u)^2 + u^2$

12- $\underbrace{11...1}_{2n} + \underbrace{44...4}_{n} + 1 = k^2$ olduğunun gösterilmesi

$10^{2n-1} + 10^{2n-2} + ... + 10^0 + 4.10^{n-1} + 4.10^{n-2} + ... + 4.10^0 + 1 =$

$\frac{1 - 10^{2n}}{1 - 10} + 4\frac{1 - 10^n}{1 - 10} + 1 = \frac{10^{2n} + 4.10^n + 4}{3^2} = \left(\frac{10^n + 2}{3}\right)^2 = k^2$

13- $I = \int tg^4x\, dx$, $tg^4x = tg^2x \cdot tg^2x = tg^2x\, (1 + tg^2x - 1) = tg^2x\, (1 + tg^2x) - tg^2x = tg^2x\, (1 + tg^2x) - (1 + tg^2x) + 1$ dir. O halde, $I = \int tg^2x\, (1 + tg^2x)\, dx - \int (1 + tg^2x)\, dx + \int dx$ yazılır.
$(tgx)' = 1 + tg^2x$ olduğu göz önüne alınırsa
$I = \frac{1}{3} tg^3x - tgx + x + c$ elde edilir.

14- Aranan teğetler $y = mx + n$ olsunlar. Bunlar M(0,2) noktasından geçeceklerі için, hemen $n = 2$ bulunur. Böylece teğetlerin $y = mx + 2$ olacağı anlaşılır. Bu doğru ile $x^2 + y^2 = 1$ çemberinin teğet olması ya da tek bir noktada kesişmeleri için de, $x^2 + (mx + 2)^2 = 1$ ya da bunun düzenlenmesi ile elde edilen,
$(1 + m^2)x^2 + 4mx + 3 = 0$
denkleminin diskriminantının sıfır olması gerekir. Bunun diskriminantı
$\Delta = (2m)^2 - 3(1 + m^2) = m^2 - 3$
olduğundan, bunu sıfıra eşitleyip elde edilen denklemin çözülmesi ile bulunan
$m_1 = -\sqrt{3}$ ve $m_2 = \sqrt{3}$ değerleri istenen $y = -\sqrt{3}\, x + 2$ ve $y = \sqrt{3}\, x + 2$ teğetlerini verir. Bunlara paralel olan doğrular, sırasıyla $y = -\sqrt{3}\, x + n_1$ ve $y = \sqrt{3}\, x + n_2$ olduğu için $(\sqrt{3}, 0)$ noktasından geçme koşulu kullanılarak $n_1 = 3$ ve $n_2 = -3$ bulunur. Sonuç olarak istenen doğrular $y = -\sqrt{3}\, x + 3$ ve $y = \sqrt{3}\, x - 3$ olurlar.

15- $f(A) = 0 \Rightarrow A^2 - 3A + I = 0$
$\Rightarrow A\,(A - 3I) = -I$
$\Rightarrow A\,(3I - A) = I$ ve
$f(A) = 0 \Rightarrow 3A - A^2 = I$
$\Rightarrow (3I - A)\,A = I$ dan
A'nın tersinin 3I - A olduğu anlaşılır. f'nin verilen matrisdeki değeri,

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^2 - 3\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ dır.

O halde bu matrisin tersi vardır ve yukarıdakiler gereğince de,

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ nin tersi $3I - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ dir. Yani $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ dir.

16- $f(x) = \frac{5 \cdot f(x - 1) + 3}{5} \Rightarrow f(x - 1) = f(x) - \frac{3}{5}$
$\Rightarrow f(x) - f(x - 1) = \frac{3}{5}$ elde edilir.

$f(1) = 8 \Rightarrow f(1 - 1) = f(1) - \frac{3}{5}$
$\Rightarrow f(0) = 8 - \frac{3}{5}$
$\Rightarrow f(0) = \frac{37}{5}$ ... (I)

$3^4 = 81$ alıp $f(x) - f(x - 1) = \frac{3}{5}$ de;
$x = 1 \Rightarrow f(1) - f(0) = 3/5$
$x = 2 \Rightarrow f(2) - f(1) = 3/5$
$x = 3 \Rightarrow f(3) - f(2) = 3/5$
$\vdots$
$x = 81 \Rightarrow f(81) - f(80) = 3/5$

$f(3^4) = f(81) - f(0) = 3/5 \cdot 81 \Rightarrow$
$f(3^4) = f(0) + 243/5 \Rightarrow$
$f(3^4) = \frac{37}{5} + \frac{243}{5} \Rightarrow$
$f(3^4) = \frac{270}{5}$
$f(3^4) = 54$ olarak bulunur.

17- $|z^2 + 1| = |z| \Rightarrow (r^2 \cos 2t + 1)^2 + (r^2 \sin 2t)^2 = r^2$
$\Rightarrow r^4 + r^2(2\cos 2t - 1) + 1 = 0$
$r^2 = u$ olsun. $u^2 + (2\cos 2t - 1)\,u + 1 = 0$

$u_{1,2} = \frac{1 - 2\cos 2t \pm \sqrt{(1 - 2\cos 2t)^2 - 4}}{2}$

u en büyük $\Rightarrow \cos 2t = -1$
$\Rightarrow r^2 = u = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$
$r = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ olur.

18- $a_{n+2} = m\, a_{n+1} + \sqrt{(m^2 - 1)(a_{n+1}^2 - 1)}$
teriminin tam sayı olacağını ispat edelim.

$(m^2 - 1)(a_{n+1}^2 - 1) = (m^2 - 1)a_n^2 + 2m(m^2 - 1)$

$\sqrt{(m^2 - 1)(a_n^2 - 1)} + \left[m\sqrt{(m^2 - 1)(a_n^2 - 1)}\right]^2$

$= \left[(m^2 - 1)\,a_n + m\sqrt{(m^2 - 1)(a_n^2 - 1)}\right]^2$

$\sqrt{(m^2 - 1)(a_{n+1}^2 - 1)} = (m^2 - 1)\,a_n + m\sqrt{(m^2 - 1)(a_n^2 - 1)}$

ve buradan: $a_{n+2} = ma_{n+1} + (m^2 - 1)a_n + \sqrt{(m^2 - 1)(a_n^2 - 1)}$
$= ma_{n+1} + ma_{n+1} \sqrt{(m^2 - 1)(a_n^2 - 1)} - a_n$
$= ma_{n+1} + ma_{n+1} - a_n$
$= 2ma_{n+1} - a_n$
$a_{n+2} = 2ma_{n+1} - a_n$ bulunur.

$a_1 = m$, $a_2 = 2m^2 - 1$ olduğundan $\forall\, n \in N$ için a_{n+1} tam sayıdır.

Zeka Oyunları

Lebesgue Minimal Problemi:
a) Hayır b) Hayır c) Evet (Çapı gören çevre açıları 90° C'dir.

Dürüst Adamlar:
Odada 6 dürüst kişi vardır. Bunlar 7. -12. adamlardır, yalnız onların söyledikleri doğrudur. Bu odadaki dürüst adam sayısı ≥6'dır. 1. -6. adamlar bunun aksini söyledikleri için yalancıdırlar.

Zar Atanın Gizli Stratejisi:
Kumarcı kırmızıya karşı mavi,maviye karşı sarı ve sarıya karşı kırmızı zar seçiyor. Bu şekilde kumarcı her 9 zar atıştan 5'ini kazanır.
Bu inanılmaz bir durumdur. Çünkü her 3 zarın üstünde de toplam 15 puan vardır. Şimdi mavi zarın neden kırmızı zara üstün olduğunu görelim:

Kırmızı zar puanları	Mavi zarın olası puanları		
2	3*	5*	7*
4	3	5*	7*
9	3	5	7

Görüldüğü gibi mavi zarın daha yüksek olduğu durumlar (yıldızlı) 9 atıştan 5'ini kapsamaktadır. Mavinin 9 atışta kazanma şansı 5/9 = %55, kırmızının ise 4/9 = %45'dir. Zarların üstünü kağıt kaplayıp bu sayıları yazarak siz de daima kazanabilirsiniz.

Bu Kitap Kaç Sayfa?
43 asal bir sayıdır, demek ki son bölümün sayfaları eşit sayıda basamak içeren sayılarla numaralanmış olamaz. (43 sayısı 2'nin, 3'ün, 4'ün ... tam katı olamayacağı için). Demek ki son bölümün sayfa numaraları arasında 10^n şeklinde bir sayı vardır (10^1, 10^2, 10^3 vb.).
Son bölüm 10 no'lu sayfayı içerebilir mi? Son bölümün hem 10. sayfayı içermesi, hem de 21 çift basamak ve 1 tek basamak [(2X21) + 1 = 43] kullanarak sayfa numaralaması için 9-30. sayfalar arası 22 sayfa olması gerekir. (10-30 arasını numaralamak 21X2 = 42 ve 9 sayısı ise tek basamak alır; 9-30. sayfalar arası 43 basamak kullanılmıştır.) Bu durumda kendinden önceki bölümlere ancak 8 sayfa kalmaktadır, oysa bir önceki bölümün 22-1 = 21 sayfa olması gerekir.
Demek ki son bölüm 10. sayfayı içeremez. Son bölüm 1000. sayfayı içerebilir mi? Son bölümün hem 1000. sayfayı içermesi, hem de sayfalarını numaralamak için 43 basamak kullanması ancak şu hallerde olasıdır: 999-1009, 995-1006, 991-1003 ve 987-1000. Bunlar son bölümün sırasıyla 11, 12, 13 ve 14. sayfa olması demektir.

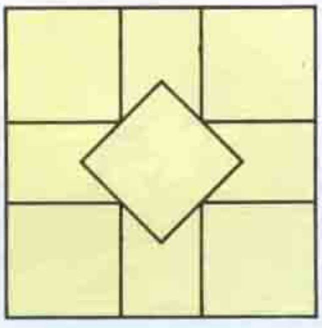
Bir Dörtgenin Alanı:
KBC Açısı = BAH açısı (kenarları birbirine dik açılar)
ABH Açısı = BCK açısı (kenarları birbirine dik açılar)
AB = BC
ABH ve BKC üçgenleri eşit.
AH=BK ve KH=1-BK. ABH'nın alanı = $\frac{AH \times 1}{2}$, BCDH yamuğunun alanı = $\frac{1 + 1 - BK}{2} = \frac{1 + 1 - AH}{2}$. ABH alanı + BCDH alanı = $\frac{AH}{2} + \frac{2 - AH}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

Sıfırdan Dokuza:
0, 5, 1, 6, 2, 7, 3, 8, 4, 9.
Terimleri ikişer ikişer toplarak 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 dizisi elde edilir. Burada yanyana herhangi iki terim arasında 1 fark vardır.

Baba-Oğul:
26 + X = 3 (6 + X)'den x = 4 bulunur.

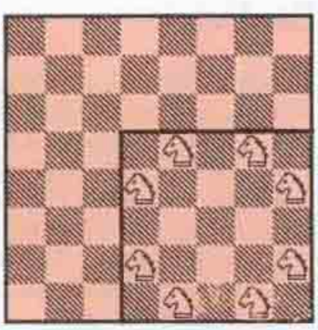
24 Oluşturmak:
$(2 + \sqrt{1/0.2})! = 24$ (yaklaşık)
$22 + 2 = 24$
$3^3 - 3 = 24$
$(4 + 4 - 4)! = 24$
$(5 - \frac{5}{5})! = 24$
$(6/.6 - 6)! = 24$
$(7 - \sqrt{7/0.7})! = 24$ (yaklaşık)
$8 + 8 + 8 = 24$
$(\sqrt{9} + \frac{9}{9})! = 24$

Akademi Üyelerine Bahçe



Sigara İzmaritleri:
10 izmaritten 4 sigara yapar; elinde 2 izmarit kalır; bir dostundan bir izmarit borç alır; bir sigara daha yapar. Bu son sigarayı içerek oluşan izmaritle borcunu öder. Toplam 5 sigara yapmıştır. (3 izmaritten yaptığı her sigara içilince 1 izmarit daha vermiştir).

Satranç Tahtasında Hara



İki Bakır Boru:
İki ucu kapalı boru, derinlerde su basıncı etkisiyle yamyassı olur. Diğeri aynı kalır. (Bir ucu açık borunun içindeki ve dışındaki basınçlar eşittir. Bu nedenle basınç çok yüksek olsa da boru, ezilmez. İki ucu kapalı borunun içinde hava vardır; bu havanın basıncı borunun dışındaki suyun basıncından çok daha azdır, bu nedenle boru ezilir).

322. Sayı İçin Düzelti:
1. 84. sayfada yer alan "Elektronik Dünyası" adlı yazıda "İsveç" olarak basılan ülke adı "İsviçre" olacaktı.
2- 56. sayfada yer alan " Tsunami Dalgakıranları" başlıklı yazıdaki fotoğraf, Kamaishi Limanı'na değil, Amagasaki, Nishinomiya ve Ashiya limanlarına aittir.
3. 33. sayfada, eksik basılmış olan Şekil 3 ve şekil 5, aşağıda gösterilmiştir.