

# Kurt Gödel

20. yüzyılda çok az kişi matematiği Kurt Gödel kadar temelden sarstı. Gödel'in ortaya koyduğu düşünce tarzı sadece matematiği değil, tıptan felsefeye kadar pek çok disiplini derinden etkiledi.

**K**

urt Friedrich Gödel, 1906 yılında bugün Çek Cumhuriyeti sınırları içerisinde bulunan Brün kentinde dünyaya geldi. Lise ve takip eden Viyana Üniversitesi'ndeki yıllarında okulun yıldızlarından biriydi. Çocukluğunda ve gençliğinde dinmek bilmeyen soruları yüzünden ailesi ona "Bay Neden" lakabını takmıştı. Mezun olduktan sonra çalışmalarına yine Viyana Üniversitesi'nde devam etti ve ünlü teoremi *Gödel'in eksiksiz olmama teoremi*'nin ya da kısaca *Gödel Teoremi*'nin ispatını 1931 yılında yine burada yaptı. Yaşadığı dönemde Avrupa'daki siyasi istikrarsızlık, I. ve II. Dünya Savaşları ve Nazi Almanyasındaki baskılar Gödel'i derinden etkiledi. Sonunda ABD'ye göç etmek zorunda kalan Gödel, Princeton'da İleri Araştırmalar Enstitüsü'nde çalışmalarına devam etti. Aynı enstitüde çalışan Albert Einstein'la ortak çalışmalar da yapan Gödel yaşamının sonuna kadar (1978) burada kaldı.

Gödel'in üniversite yıllarında matematikçiler arasında özellikle matematiksel sistemlerin eksiksizliği ve tutarlılığı konusunda yoğun tartışmalar vardı. Gödel fırsat buldukça çeşitli seminerlere katılıyor ve bu konularda çalışan matematikçilerin çalışmalarını takip ediyordu. Alman matematikçi David Hilbert'in matematiksel sistemlerin eksiksizliği ve tutarlılığı üzerine verdiği bir seminer onu derinden etkilemişti.

Binlerce yıl boyunca insanlar diğer bilimlere göre matematiğin kesinlik, tutarlılık gibi ideal beklentileri tam olarak karşıladığını düşünüyorlardı. Ancak 19. yüzyılda Eukleides (Öklit) geometrisi dışındaki geometriler konusunda yaşanan gelişmeler ve takip eden yıllarda varlığı gösterilen çeşitli paradokslar, matematikçileri *matematiğin eksiksizliği ve tutarlılığı* konularında çalışmaya sevk etmişti. Gödel'in çalışmalarının daha iyi anlaşılması için aksiyom kavramını bilmekte yarar var.

Aksiyomlar, herkesçe kabul edilen ve doğrulukları aşikâr olan basit önermelerdir. Doğru olmaları son derece önemlidir. Çünkü tüm sistem bu temeller üzerine kurulur. Gerçeklik arayışının başlangıç noktası oldukları



için diğer ifadelerin doğruluğunu da etkilerler. Eğer bir aksiyomu başka aksiyomlardan elde etme imkânı varsa artık aksiyom olaktan çıkar. Bu nedenle aksiyomlar hayli azdır. Matematikte ve geometride aksiyomlar sistemin "temellerini", teoremler de "üstyapıyı" oluşturur. Teoremler mantık kuralları yardımıyla aksiyomlardan elde edilir.

Eukleides zamanından (MÖ 300'lü yıllar) bu yana matematikçiler aksiyomlarla işe başlamayı tercih ediyorlardı. Yalınlık açısından bakıldığında, tıpkı maddenin yapısı için eski Yunan filozoflarının ortaya attığı atom kuramı gibi, aksiyomlar da matematik ve geometride en temel yapıyı teşkil ediyordu. Atomistler olarak da bilinen Leukippos ve öğrencisi De-

mokritos (MÖ 500?-MÖ 404) maddenin bölünerek küçük parçacıklara ayrılması ve bu parçacıkların da giderek daha küçük parçacıklara ayrılması durumunda belli bir parçacık büyüklüğüne varıldığında maddenin artık bölünemeyeceğini düşündüler. Kendisinden daha küçük parçacıklara bölünemeyen bu en temel parçacığa "bölünemez" anlamına gelen atom adını verdiler. Atomlar bir araya gelerek çeşitli maddeleri oluşturuyordu. Benzer şekilde matematik ve geometride aksiyomlar en temel yapıları ve onlardan yola çıkılarak matematiksel sistemler kuruluyordu. Biri doğanın, diğeri matematiğin ve geometrinin temelini oluşturan atomlar ve aksiyomlarla ilgili bilimsel çalışmalar ve tartışmalar 19. yüzyıldan itibaren bilimde yeni gelişmelerin âdetâ fitilini ateşledi.

Aksiyomatik yöntemin babası sayılan Eukleides başlangıçta az sayıda aksiyomla çok sayıda önermeyi ispatlamayı başarmıştı. Kimse de buna ciddi anlamda itiraz etmemişti. Çünkü Eukleides'in ulaştığı sonuçlar gözlemler ve sezgilerle uyum içindeydi ve insanların bu sonuçlardan kuşkulanası için bir neden de yoktu. Kuşkusuz bu sonuçlar, başlangıçta doğru kabul edilen aksiyomların apaçık ve kesin bilgi sağlayan önermeler olduğu tezini doğruluyordu. Acaba gerçekten öyle miydi?

19. yüzyılda geometride önemli bir dönüşüm yaşandı. Eukleides geometrisinin mutlak doğruluğu tartışıldı ve Eukleides dışı geometriler geliştirildi. Ancak bu hiç de kolay olmadı. Yerleşik taşları yerinden oynatmak her zaman kolay olmuyor. İki bin yıldan beri âdetâ tartışmasız kabul edilen Eukleides geometrisindeki iki teoremin ispatı hâlâ yapılamamıştı. Bunlardan ilki, bir doğru parçasının her iki yönde istenildiği kadar uzatılabileceği, ikincisi ise iki paralel doğrunun her iki yönde ne kadar uzatılırlarsa uzatılınsınla asla çakışmayacağı yani birbirlerini kesmeyeceği idi. Ancak bu iki teoremin mantıksal ispatları yapılamıyordu. Matematikçilerin prensi olarak da anılan Karl Friedrich Gauss çıkmazın farkındaydı ve Eukleides dışı bir geometrinin var olduğunu düşünüyordu. Aslında bu iki teoremin ispatlanmasında yaşanan sıkıntılar Eukleides dışı geometrilerin doğum sancılarıydı. Yaşanan çıkmaz, matematikçileri başka bir dünyanın kapısını aralamaya yöneltmişti. Her ne kadar Gauss bu konudaki düşüncelerini açıklamadıysa da takip eden yıllarda Rus asıllı Nikolay Lobaçevski ve Macar asıllı Janos Bolyai'nin ve ardından Alman Bernhard Riemann'ın çalışmaları ile Eukleides dışı geometri artık kabul görmeye başladı. Öyle ki 20. yüzyıla gelindiğinde Eukleides dışı geometriler, doğruyu Eukleides geometrisinden daha çok temsil ediyormuş gibi görünüyordu. Eukleides dışı geometrilerle ilgili çalışmalar bilim dünyasında taşları yerinden oynatmış ve şu önemli gerçeği ortaya koymuştu: Bir sistemde doğru olan önermeler başka bir sistemde yanlış olabiliyordu.

19. yüzyılda tahtı sallanan Eukleides geometrisinin başına gelenlerin sadece geometri ile sınırlı olduğu düşünülüyordu. Çünkü sorun geometrideki bir aksiyomdan kaynaklanmıştı. Benzer bir gelişmenin matematikte de yaşanacağı kimsenin aklından geçmiyordu. Yüzyıllar boyunca matematik bilgileri diğer tüm insan etkinliklerinden

ayrı tutulmuştu. Matematik bilgilerinin büyük bir düzen ve tutarlılık içinde kesin olarak ispatlandığı düşünülüyordu. Matematiksel yapıların tutarlılığı ve kesinliği yönünde sürdürülen çabalara, Alfred North Whitehead ve Bertrand Russell'in yayımladıkları 3 ciltlik *Principia Mathematica* isimli eserle âdetâ son nokta koyuldu. Whitehead ve Russell matematiğin temellerini saf mantık kuralları üzerine kurduklarını, çalışmalarının bundan sonraki matematik araştırmaları için sağlam bir temel teşkil edeceğini düşünüyorlardı. Ancak beklenen olmadı. *Principia Mathematica* yayımlandıktan yaklaşık 20 yıl sonra, 25 yaşındaki Gödel konuyu kuşkucu bir yaklaşımla yeniden ele aldı ve Whitehead'in ve Russell'in yanıldıklarını kesin olarak ortaya koydu.

Gödel, elementer aritmetiği içerecek ölçüde geniş bir sistemde, doğru olduğu halde aksiyom kullanılarak ispatlanması olanaksız matematik önermelerin bulunabileceğini gösterdi. Başka bir ifade ile aksiyomlar üzerine kurulan sistemler tam değil eksiktir ve bir sistem hem tutarlı hem de eksiksiz olamaz. Gödel *matematiksel doğruluk ve ispatlanabilirlik* kavramlarının da aynı şey olmadığını gösterdi.



Acaba matematikte çelişkiler var mı? Eğer bu soru 100 yıl önce sorulmuş olsaydı kuşkusuz verilecek yanıt "hayır" olacaktı. Gödel çelişki olmadığını kanıtlanamayacağını gösterdi. Kuşkusuz bu durum matematikte çelişki olduğu anlamına gelmiyordu. Ancak bunu kanıtlamak artık imkânsızdı. Özetle Gödel matematiğin içindeki sınırlılıkları gösterdi.

Gödel çalışmalarında farklı bir yöntem kullanarak, sayıların herhangi bir yapıyı temsil edebileceğini gösterdi. Bu müthiş bir gelişmeydi, çünkü buradan Gödel kanıtının matematik dışına taşınabileceği bir kapı açılmıştı; bu yüzden felsefeden metafiziğe ve tıbbi kanıtlara kadar bir çok olgu yeniden tartışmaya açıldı. Gödel geliştirdi



diği sayısallaştırma yöntemiyle her sistemin sayılar kuramı içinde incelenbilmesini olanaklı kıldı. Artık tutarlılık, kesinlik gibi konularla uğraşan her bilim insanının Gödel kanıtını dikkate alması gerekiyor.

Gödel'in çalışmalarının yayımlanmasıyla ortalık âdeta toz duman oldu. Yaşananlar bize Yunus Emre'nin şu dörtlüğünü anımsatıyor:

Yerden göğe küp dizseler  
Birbirine bendetseler  
Alttan birin çekseler  
Seyreyle sen gümbürtüyü

Aynen öyle oldu. Büyük bir hayal kırıklığı yaşıyor- du. Çok az sözcükle ifade edilen Gödel teoreminin etkisi çok büyük oldu. Tıpkı Gauss'un yaptığı gibi "az ama ol- gun" bir çalışmaydı. Gödel, David Hilbert'in matematiğin temellerini bulma çabalarını âdeta yok etti. Hilbert ise yaşamının sonuna kadar Gödel'in yanıldığını ispatlama- ya çalıştı ancak başaramadı, çünkü Gödel haklıydı. Bilgi- sayarın mucidi olan Macar asıllı John von Neumann ise mantık çalışmalarını tamamen bıraktı.

Gödel kanıtı her ne kadar şok etkisi yarattıysa da ko- layca kabul edildi. Oysa 19. yüzyılda ortaya atılan Eukleides dışı geometrilerin kabulü yaklaşık 50 yıl sürmüştü. Bunu, iki dönem arasındaki bilgi birikimi ve matematik anlayışı farkına bağlayabiliriz. Eukleides dışı geometrile- rin varlığı binlerce yıldır süren bir geleneği yıkmaya ça- lıştığı için kolay kabul edilmemişti. Oysa Gödel kanıtı kı-

sa zamanda benimsendi. Bunu Eukleides dışı geometri- yi geliştiren matematikçilere borçluydu. Çünkü 1930'lu yılların bilim anlayışı, Eukleides dışı geometrilerin çok başarılı bir biçimde Einstein'ın genel görelilik kuramın- da kullanılması ve elde ettiği başarılar Gödelin işini hay- li kolaylaştırmıştı.

Gödel başka konularda da önemli çalışmalar yap- tı. Bilgisayarların temelini oluşturan yinelgen fonksi- yonlar kuramı da yine onun çalışmalarıyla ortaya çık- tı. Princeton'da çalışırken Einstein'ın kütle çekim alanı denklemleri ile uyumlu, kendi eksenini etrafında dönen bir evren modeli geliştirdi. Bu modelde zamanda geriye gitmenin görelilik kuramıyla çelişmediğini ortaya koydu. Diğer çalışmaları bir yana bıraktığımızda eksiklik kura- mı tek başına matematiği binlerce yıllık bir saplantıdan kurtarmayı başardı. Gödel'in çalışmaları matematiği faz- la değiştirmeyse de matematiğe bakışımızı kökten de- ğiştirdi diyebiliriz.

Özellikle 1930'lu yıllarda yaşadığı sıkıntılar ve Nazile- rin baskısı Gödel'de yersiz korku ve şüphelerin artmasına neden olmuştu. Bu yersiz kuşku ve şüpheler, yaşamı bo- yunca Gödel'in yakasını bırakmayacaktı. Hastalık hastası olan Gödel yaşamının sonlarına doğru, zehirlenme kor- kusuyla bir şey yememeye başladı. Ancak eşinin yemek- leri test etmesinden sonra yiyebiliyordu. Fakat eşinin hastaneye yatırılması ve tedavisinin de uzun sürmesiyle Gödel artık hiç bir şey yememeye başladı. Kendini aç- lığa mahkûm eden Gödel, 78 yaşında öldüğünde sadece 29,5 kilogramdı. Kimine göre dünyanın en büyük mate- matik ve mantık uzmanının böylesine mantıksız davranı- şı yaşamına mal olmuştu. Hatta 2002 yılında *Science* der- gisinde yayımlanan bir makalede Gödelin yemek yeme- yi reddetmesi "mantık dışı bir davranış" olarak nitelendi- riliyordu. Aslında burada mantıksız olan Gödel değil onu öyle niteleyenler. İnsan davranışları ile mantık kuralları farklı şeyler. İnsan davranışlarında kilit rol, beynin işleyiş mekanizmasında. Üstelik Gödel'in yaşadığı durum adı üstünde bir hastalığı ve tedavi edilmediği zaman maa- lesef böyle trajik bir şekilde noktalanabiliyordu. Toplum- da bu hastaların sayısı ne yazık ki az değil.

1951 yılında ilk *Albert Einstein Madalyası* Gödel'e ver- rildi. 1974 yılında Ulusal Bilim Madalyası ile onurlandırıl- di. 1987 yılında Viyana'da Kurt Gödel Cemiyeti (*Kurt Gö- del Society*) kuruldu. Bu cemiyetin amacı felsefe, mantık, matematik tarihi gibi konularda çalışmalara destek sağ- lamak. *Time* dergisinin yaptığı bir anketin sonucuna gö- re Gödel, Alan Turing'le birlikte 20. yüzyılın en etkili 20 düşünürü arasında gösterildi.

Hangi alanda çalışırsak çalışalım hepimizin Gödel'i anlamaya ihtiyacı var. Çalıştığımız konuları, sınırlılıklarını ve tutarlılığını anladığımız ölçüde geliştirebiliriz ve ye- ni ufuklar açabiliriz.

#### Kaynaklar

Nagel, E., Newman, J. R., *Gödel Kanıtlanması*,  
Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 2008.

<http://kgs.logic.at/>

Devlin, K., "Kurt Gödel: Separating Truth from Proof in Mathematics",  
*Science*, Sayı 298, s. 1899-1900, 2002.

