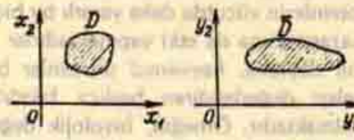
# MATRİS CEBİRİ

Dr. Selçuk ALSAN

Geçen sayıda matrisler hakkında ilk bilgileri vermiştik. Bu yazımızda bu konu üzerinde daha geniş bilgi vereceğiz. Şu noktayı baştan belirtelim ki matris'leri anlamak için lise matematiği gerekli ve yeterlidir.

## MATRİS'İN GEOMETRİK ANLAMI



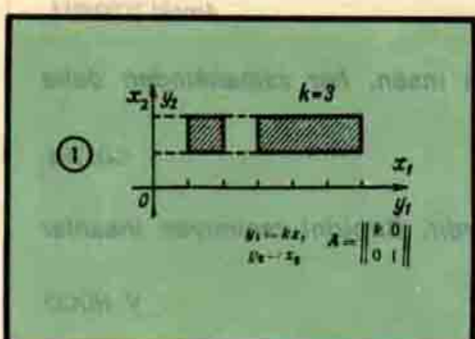

Bir P düzlemi, bir de Q düzlemi alalım. P'de $x_1 0 x_2$ ve Q'de $y_1 0 y_2$ koordinat sistemi bulunsun. Şimdi bu denklem çiftine bakalım:

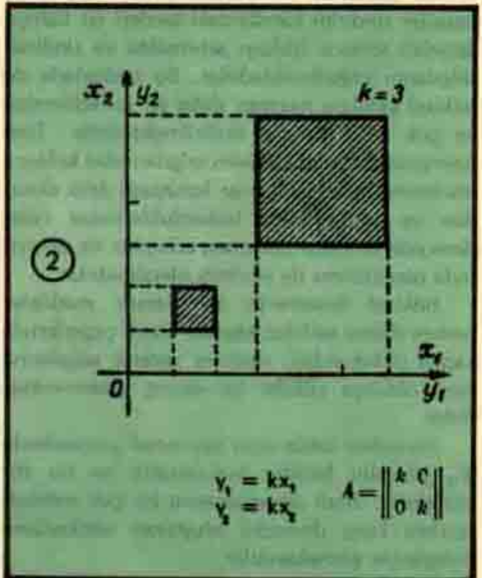
$$\left.\begin{array}{l} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{array}\right\} \qquad (1)$$

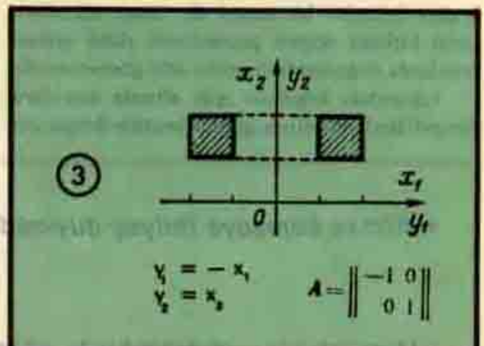
(1)'e göre $x_1x_2$ düzlemindeki her M ($x_1$; $x_2$) noktasına $y_1$ $y_2$ düzleminde bir M ($y_1$; $y_2$) noktası tekabül etmektedir. a'lar sayı olarak bilinirse D alanı noktası noktasına Q düzlemine nakledilebilir. (1)'deki denklemler doğrusal olduğundan bu işleme "koordinatların doğrusal (lineer) transformasyon'u" denir. (1)'den aşağıdaki matris elde edilir:

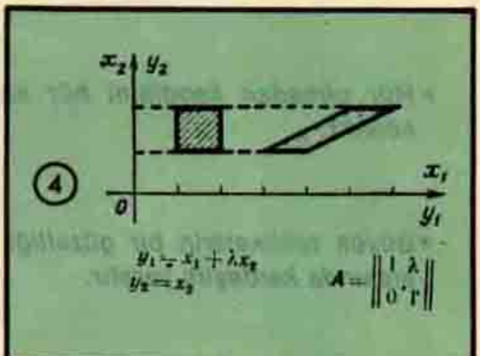
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ veya } \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Transformasyon'a diğer örnekler:



## MATRİS İŞLEMLERİ

**Toplama ve Çıkarma:** Önce matris'deki yatay sayılara SIRA, dikey sayılara KOLON ve sayıların herbirine ELEMAN denildiğini hatırlayalım. Elimizde A ve B gibi iki matris bulunsun. A + B ve A − B'nin şartı şudur: A'da kaç sıra varsa B'de de o kadar sıra, A'da kaç kolon varsa B'de de o kadar kolon bulunmalıdır. İki matris toplanırken birbirine tekabül eden elemanlar toplanır ve sonuç toplam matris'inde bu elemanlara karşılık olan yere yazılır:

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{Vmatrix}$$

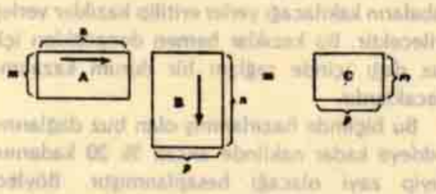
Örnek: $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

Çıkartma işlemi de buna benzer olarak yapılır.

**Matris'i Bir Sayı İle Çarpmak:** Bunun için matris'in her elemanı o sayı ile çarpılır.

Örnek: $3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$

**İki Matris'in Birbirleri İle Çarpılmaları:** A ve B matrislerinin birbirleri ile çarpılabilmesi için A matris'inde kaç kolon varsa B matris'inde o kadar sıra bulunması gerekir. AB çarpım matris'inde A'daki kadar sıra ve B'deki kadar kolon bulunur. Bunu geometrik olarak şöyle gösteririz:




A matris'i m x n eleman ve B matris'i n x p eleman ihtiva ediyorsa C (veya AB) m x p eleman ihtiva eder. Çarpma şöyle yapılır: A'nın sıraları $a_1$, $a_2$, $a_3$... olarak, B'nin kolonları $b_1$, $b_2$, $b_3$... olarak gösterilirse C'de elemanlar şu şekilde yer alır:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_m \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad B = (b_1 \ \ b_2 \ \cdots \ b_p)$$

$$C = \begin{pmatrix} a_1 \cdot b_1 & a_1 \cdot b_2 & \cdots & a_1 \cdot b_p \\ a_2 \cdot b_1 & a_2 \cdot b_2 & \cdots & a_2 \cdot b_p \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_m \cdot b_1 & a_m \ b_2 & \cdots & a_m \cdot b_p \end{pmatrix}$$

Biraz daha açıklayalım: A'nın 1. sırasındaki her eleman B'nin 1. kolonundaki kendisine tekabül eden elemanlarla çarpılacak ve bu çarpımların toplamı $a_1 b_1$ hanesine yazılacak, bundan sonra A'nın yine 1. sırasındaki her eleman B'nin 2. kolonundaki kendisine karşılık elemanla çarpılacak ve bu çarpımların toplamı $a_1 \ b_2$ hanesine yazılacak...

Örnek:

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{Vmatrix} \qquad B = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

$$AB = \begin{Vmatrix} 1\cdot0+0\cdot2+0\cdot1 & 1\cdot1+0\cdot0+0\cdot0 & 1\cdot0+0\cdot1+0\cdot1 \\ 0\cdot0+2\cdot2+1\cdot1 & 0\cdot1+2\cdot0+1\cdot0 & 0\cdot0+2\cdot1+1\cdot1 \\ 3\cdot0+0\cdot2+0\cdot1 & 3\cdot1+0\cdot0+0\cdot0 & 3\cdot0+0\cdot1+0\cdot1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{Vmatrix}$$

### ÇARPMANIN SAĞLAMASI:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 56 & 36 & 16 \end{pmatrix}$$

**Toplam** 3 6 5 — 63 38 22

$$3\cdot1+6\cdot5+5\cdot6=63$$
$$3\cdot0+6\cdot3+5\cdot4=38$$
$$3\cdot2+6\cdot1+5\cdot2=22$$

- ***Mertlik açıkta yapılmasından utanılacak bir işi gizli yapmamaktır.***

NUŞİREVAN

- ***Tabii görünmekten bizi alıkoyan tek şey, tabii görünmek isteğidir.***

La ROCHEFOUCAULD

- ***Bir insanın özünü anlamak ister misiniz? O halde eline geniş kudret verin.***

PITTAKUS