

# MATEMATİKSEL ÖNERMELERİN NİTELİĞİ VE MATEMATİĞİN BİLİMDEKİ YERİ

Dr. Cemal YILDIRIM \*

**B** ilimlerde önermeler (ister betimleyici ister açıklayıcı nitelikte olsun) olgusal dünyaya ilişkindir: olup bitenler üzerinde bize bilgi verme amacı güderler. Denebilir ki, matematiksel önermeler de bilgi vermeye yöneliktir; şu kadar ki, bu bilgi olgusal dünyaya değil, sayı, küme, fonksiyon türünden birtakım soyut nesnelere ilişkindir. Hatta, Mill ve Mach gibi empirist filozofların daha da ileri giderek, matematik önermeleri bilimsel önermeler gibi olgusal içerikli saymakta olduğuna tanık olmaktadır. Öte yandan, bu önermeleri tam tersine olgusal içerikten yoksun, analitik ya da "totojok" nitelikte sayanlar var. Kant "sentetik a priori" nitelemesiyle bu iki görüş arasında yer alır; matematik önermeleri geçerliliği deneysel verilere bağlı olmayan olgusal içerikli doğrular sayar. Poincare'ye göre ise aritmetiğin temel kuralları, Kant'ın dediği gibi, sentetik a priori; geometrinin önermeleri ise düpedüz analitik niteliktedir. Frege'de ise, tam tersine, aritmetiğin temel kurallarını analitik, geometrinin önermelerini sentetik sayma eğilimi kendini göstermektedir. Görülüyor ki, matematiksel önermelerin niteliği üzerinde ne matematikçiler ne filozoflar arasında bir görüş birliği yoktur.

Tartışmalar günümüzde de bitmiş değildir. Karışıklığın bir nedeni matematiğin çok değişik tanımlama-ara-yatkin bir konu olmasıdır kuşkusuz. Ama bir nedeni de, bir ayırımın, uygulamalı matematikle soyut ya da kuramsal matematik arasındaki temel farkın gözden kaçırılmasıdır. Örneğin Euclid geometrisi, uzaysal ilişkileri dile getirdiği ölçüde uygulamalı matematiktir, önerme-

Matematiksel ilkeler gerçek dünyaya ilişkin oldukları kadar kesinlikten uzak, kesin oldukları kadar gerçek dünyaya ilişkin değildir.

Albert EINSTEIN

lerinin doğruluk değeri ölçme sonuçlarını tutup tutmamasıyla belirlenir. Oysa bu geometriyi, yüz-yılımızın başlarında David Hilbert'in ele aldığı biçimde "formel" bir sistem olarak gördüğümüzde, önermeleri olgusal içerikten yoksun, soyut ilişkileri dile getiren ve doğrulukları dayandıkları aksiyomlara göreceli, totojok birer ifade bütünü olmaktan ileri geçemez. Mill gibi düşünürler matematik önermeleri iyi kanıtlanmış sentetik türden doğrular sayarken uygulamalı matematiği model almakta; bu önermeleri analitik türden ya da tanıma bağlı özsel doğrular sayan Russell ve onu izleyen Ayer ve Kemeny gibi düşünürler ise matematiği mantığa indirgenebilen, totojok bir dizge saymaktadırlar. Birincilere göre "5+3=8" önermesi, "dünya yuvarlaktır" türünden sentetik bir doğruluğu; ikincilere göre "yuvarlak nesnelere yuvarlaktır" türünden, mantığın temel ilkesi özdeşliğe dayanan ve bu niteliği ile hiç bir olguya ters düşmesi söz konusu olmayan analitik bir doğruluğu dile getirmektedir.

Yuvarlak bir nesnenin yuvarlak olup olmadığının saptamak için gözlem ya da deneyime başvurmaya gerek yoktur. Önermeyi anlayan kimse, onun doğru olduğunu da hemen bilir. Oysa "dünya yuvarlaktır" önermesi için aynı şeyi söyleyemeyiz. Dünya yuvarlak değil, başka bir biçimde de olabilir. Nitekim bir zamanlar dünyayı yuvarlak değil, düz sayıyordu insanlar. Bugün dünyanın yuvarlak olduğunu doğru sayıyorsak, bu, değişik yoklardan elde edilen tüm gözlem verilerine uygun düştüğü içindir; yoksa önermenin anlamına bağlı bir doğruluk söz konusu değildir burada. Analitik ve sentetik önermeler arasında yaptığımız bu ayırımı şematik olarak şöyle gösterebiliriz (Şema 1).

Bu basit ayırım kesin olmaktan uzaktır; ancak matematik ve mantık gibi biçimsel disiplinlerle olgusal bilimlerin arasındaki temel farka ışık tuttuğu için önemli sayılabilir. Buna göre, biçimsel disiplinler olgusal içerikten yoksun analitik (doğrulukları a priori bilinen) önermelerden, olgusal bilimlere ise sentetik doğrulukları a posteriori bilinen önermelerden oluşur.

\* O. D. T. Ü. Bilim Felsefesi Profesörü.



İçerik Yönünden	Doğruluğu Saptama	
	Gözlem Öncesi (a priori)	Gözlem Sonrası a posteriori
Olgusal		Sentetik (Örnek: Dünya yuvarlak- tır)
Boş	Analistik (Örnek: Yu- varlak nesnel- er yuvarlak- tır)	

### Şema - 1 :

Bu bizi matematikle bilimin ilişkisi sorunu-  
na getirmektedir.

Matematiğin bilim için yaşamsal önemini ça-  
ğımızın seçkin fizikçilerinden R .B. Lindsay şö-  
yle belirtiyor:

"İnsanoğlu çevresini tanıma konusundaki me-  
rakını yitmediği sürece doğayı anlamaya çalış-  
acak, yorumunu görünürde değişik olan olgular  
arasındaki ilişkileri betimlemeye dayadığı sürece  
matematiksel düşünmekten kendini alamıyacak-  
tır. Bu gerçek, ilgilendiğimiz deneyimlerimiz ister  
ölçülebilir, ister ölçülemez türden olsun, de-  
ğişmeyecektir. Bildiğimiz bir şey varsa, o da  
matematiğe fizikçiğin hiç bir zaman anlaşılır ola-  
mayacağıdır." (1).

Matematiğin bilimler, özellikle fiziksel bilim-  
ler için vazgeçilmezliği nereden kaynaklanmakta-  
dır? Lindsay'ın deyişimiyle matematiksiz fizik niçin  
anlaşılmaz bir konu olurdu? Yukarıda da değin-  
diğimiz gibi bilim olgusal dünyaya ilişkindir; göz-  
lemlerimizi betimleme, açıklama amacı güder.  
Ulaştığı sonuçlar olgusal içerikli önermelerde  
dile gelir .Oysa, matematik, olgusal dünyayı an-  
lamaya yönelik bir çalışma değildir; bize dünyaya  
ilişkin bilgi vermez. Öyleyse ,matematiğin bilim-  
ler için olan yaşamsal önemini nasıl açıkla-  
yabiliriz?

Bu sorunun yanıtı matematiğin şu iki özelli-  
ğinde yatmaktadır: (1) matematik bir dildir, (2)  
Matematik bir çıkarım yöntemidir.

Matematiğin bir dil olarak bilimdeki önemini  
ilk kavrayan bilim adamı, modern fiziğin kurucusu  
Galileo olmuştur. Evreni, incelememize açık du-  
ran yüce bir kitaba benzeten Galileo şöyle de-  
mektedir :

"Evren matematiğin diliyle yazılmıştır; harf-  
leri üçgen, çember ve öteki geometrik nesnel-  
erdir. Bunları bilmedikçe onun bir sözcüğünü bile

anlayamayız. Matematiğin dilini bilmeyen için ev-  
ren, içinden çıkılmaz karanlık bir labirent gibi-  
dir."

Galileo'nun belki biraz da abartarak vurgula-  
dığı noktaya açıklık getirmesi bakımından şu ör-  
neği ele alalım: Kepler'in, fizik ders kitaplarında  
matematiğin diliyle bir denklem biçiminde yazı-  
lan, gezegenlerin devinimine ilişkin üçüncü ya-  
sası,

$$T^2 = K (R)^3$$

günlük dilde ancak şöyle bir tümceyle ifade edi-  
lebilmektedir:

Bir gezegenin güneş çevresindeki dönüş sü-  
resinin karesi, gezegenin güneşten ortalama uzak-  
lığının küpüyle doğru orantılıdır.

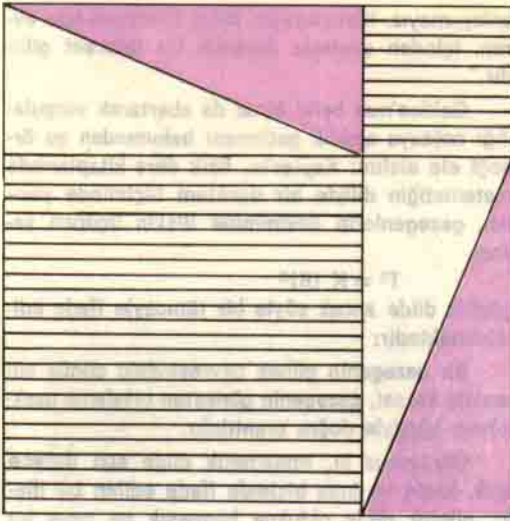
Görüyoruz ki, matematik dilde son derece  
açık, kesin ve kısa biçimde ifade edilen bir iliş-  
ki, günlük dilde oldukça karmaşık ve uzun bir  
tümce gerektirmektedir.

Dahası var: matematiğin, olgusal yorumla-  
maya açık, ama kendi dilinde birer formül olan  
kimi denklemlerin bilimlerde hazır ifade kalıpları  
olarak nedenli işe yaradığını bilmekteyiz. Örneğin  
şu formülünü ele alalım:  $y = ax^2$ . Formüldeki y  
ve x terimleri birer değişkendir; herhangi bir ko-  
nuya ilişkin değer olabilirler. Nitekim formülün  
bir yorumuna fizikte rastlamaktayız. Cisimlerin  
serbest düşme yasası,  $s = 1/2 gt^2$ , formülün bel-  
li bir olgusal ilişkiye uygulanmasını dile getir-  
mektedir. Aynı formülü başka konular, örneğin  
ekonomide sunu ve istem ilişkisiyle yorumlama  
olanağı vardır. Ancak geçerli yorum, fizikten al-  
dığımız örnekteki gibi, bizi doğru bir önermeye  
götüren yorumdur.

Matematiksel formüllerin kimi olgusal iliş-  
kileri dile getirebilme güçlerini nasıl açıklayabi-  
liziz? Pythagoras ve onu izleyen filozoflar için  
bu, evrenin matematiksel yapısının bir kanıtıdır.  
Olgusal dünyanın nicel olarak ölçülebilir (hatta  
belki de ölçülemez) büyüklükleri arasında birtakım  
"fonksiyonel" ilişkiler kurabildiğimiz doğrudur.  
Ne var ki, bu evrenin "matematiksel yapısı" nı  
kanıtlamaktan çok, deneyimlerimizin değişik dil-  
lerde (bu arada matematiğin sağladığı çok etkin  
simgesel dilde) anlatıma everişli olduğunu gös-  
terir. Doğada olup bitenlerin matematiksel for-  
müllerin sağladığı kalıplarda dile gelme olanağı  
bulabilmesi, evrene gizemli ya da fizik- ötesi ni-  
telikler yüklememiz için haklı bir neden vermez  
bize.

Matematiğin bir çıkarım yöntemi olarak  
önemine gelince, bunun çok iyi bir ör-  
neğine Newton'un bilimsel çalışmalarında rast-  
lamaktayız. Bilindiği gibi bilimsel kuramların baş-





ta gelen işlevleri, ilişkin oldukları olguları açıklamak, henüz gözlenmemiş kimi olguları öndeyleyerek (kestirerek) gözlem alanımızı genişletmektir. Ne var ki, gerek açıklama, gerek öndeyi, kuramdan birtakım gözlenebilir sonuçların mantıksal olarak çıkarılmasıyla olanak kazanır. Newton hem oluşturduğu kuramın doğruluğunu sinama hem de Kepler ve Galileo gibi bilim adamlarının yasalarında dile gelen birtakım olgusal ilişkileri açıklamak için, gereksinme duyduğu etkili çıkarım aracını, bugün "diferansiyel ve integral hesapları" denilen güçlü matematik tekniği geliştirerek sağlamıştır. Aynı şekilde, Einstein'ın da özellikle genel görecelik kuramını doğrulayan gözlemlere ulaşması için değişik türden kimi matematik tekniklere baş vurma zorunda kaldığını biliyoruz.

Matematiğin bilimde çok önemli olan bu çıkarım işlevini basit bir örnekle gösterebiliriz (2). Diyelim ki, elimizde hacmi, belli bir sıcaklıkta ve 4 atmosfer basınç altında  $12 \text{ m}^3$  olan bir miktar gaz var. Boyle'in gazlar yasasına göre  $vp = c$  (yani hacim  $\times$  basınç = sabit bir değer) dir. Bu yasayı kullanarak aynı sıcaklıkta, ama bu kez 6 atmosfer basınç altında tutulan gazın hacmini öndemek istersek, basit bir aritmetik işlem bizi hemen doğru sonuca götürmeye yetecektir. İlk durum  $v = 12 \text{ m}^3$ ,  $p = 4$  at. olduğuna göre,

$$12 \times 4 = 48$$

İkinci durum:  $v = ?$ ,  $p = 6$  at. olduğuna göre,

$$v \times 6 = 48$$

$$v = 48/6$$

$$v = 8 \text{ m}^3$$

Matematik de mantık gibi, varsayımlarımızda çoğu kez üstü örtülü olan sonuçları ortaya çı-

karmanın etkin bir aracıdır. Örneğimizde  $v$ 'nin değerinin 8 olduğu,  $c = 48$ ,  $p = 6$  olarak verilen değerlerle  $vp = c$  ilişkisine dayanılarak çıkarılmıştır. Kullandığımız aritmetik işlem, verilen değerlerle Boyle yasasında saklı olan sonucu belirtik hale getirmiştir.

Çağımızın ünlü bilim felsefecisi Reichenbach'in matematiksel düşünme yönteminin bilimdeki yerine ilişkin şu sözleri üzerinde önemle durulmaya değer:

Matematiksel yöntem modern fiziğe gelecekteki olguları kestirmek gücü vermiştir. Olgusal bilimlerden söz eden herkes, unutmamalıdır ki, gözlem ve deney ancak matematiksel dedüksiyonla birleşmek yolundan modern bilimi kurabilmiştir. Newton fiziği, ondan iki kuşak önce Francis Bacon'un betimlediği indüktif bilimden çok farklıdır. Bacon'un yaptığı gibi sadece gözlemsel olguları toplayıp sınıflamak hiç bir zaman bir bilgiye evrensel çekim yasası gibi teorik bir ilkeye ulaşma olanağı vermez. Gözlemlerle birleşen matematiksel çıkarım modern bilimin başarısını sağlayan biricik araç olmuştur (3).

Kuşkusuz matematisiz ne bilim ne teknolojinin günümüzdeki ileri düzeye erişmelerine olanak vardı, ne de günlük yaşamın karmaşık sosyal ve ekonomik ilişkilerini sürdürmeye olanak bulabilirdik. Ama matematiğe salt yarar açısından bakmak da doğru değildir. Pek çok matematikçi için uğraşlarının asıl değeri sağladığı pratik yarar da değil, verdiği entellektüel doyuma, yarattığı estetik duygudur. Onların gözünde iyi oluşturulan bir matematik kuramı bir sanat yapıtından farksızdır, o ölçüde güzel ve etkileyici olabilir.

Gerçekten, matematiğin ilk çağlarda günümüze değin süren başdöndürücü gelişmesinde iş yaşamı, teknoloji ve bilim kadar, hatta belki de bu tür dış etkenlerden daha çok, kendi iç yapısındaki simetri ve güzelliğin, insan zekasını kamçılایıcı bulma yaratma olanaklarının rolü vardır.

Matematiği sağladığı yarar dışında düşünmek gücü; ama Gauss, Galois, Abel, Riemann, Poincare ve Hardy gibi büyük matematikçilerin çalışmalarına baktığımızda, onları harekete geçiren itici gücün uğraşlarının salt entellektüel niteliğinden kaynaklandığını görürüz.

#### KAYNAKLAR

- 1 — R. B. Lindsay, "On the Relation of Mathematics and Physics" Scientific Monthly Vol. 59 S. 456 - 460, 1949
- 2 — C. G. Hempel, "On the Nature of Mathematical Truth" American Mathematical Monthly, Vol. 2. 1945.
- 3 — H. Reichenbach, The Rise of Scientific Philosophy, s. 103, (Bu kitap dilimize "Bilimsel Felsefenin Doğuşu" adıyla çevrilmiştir.)