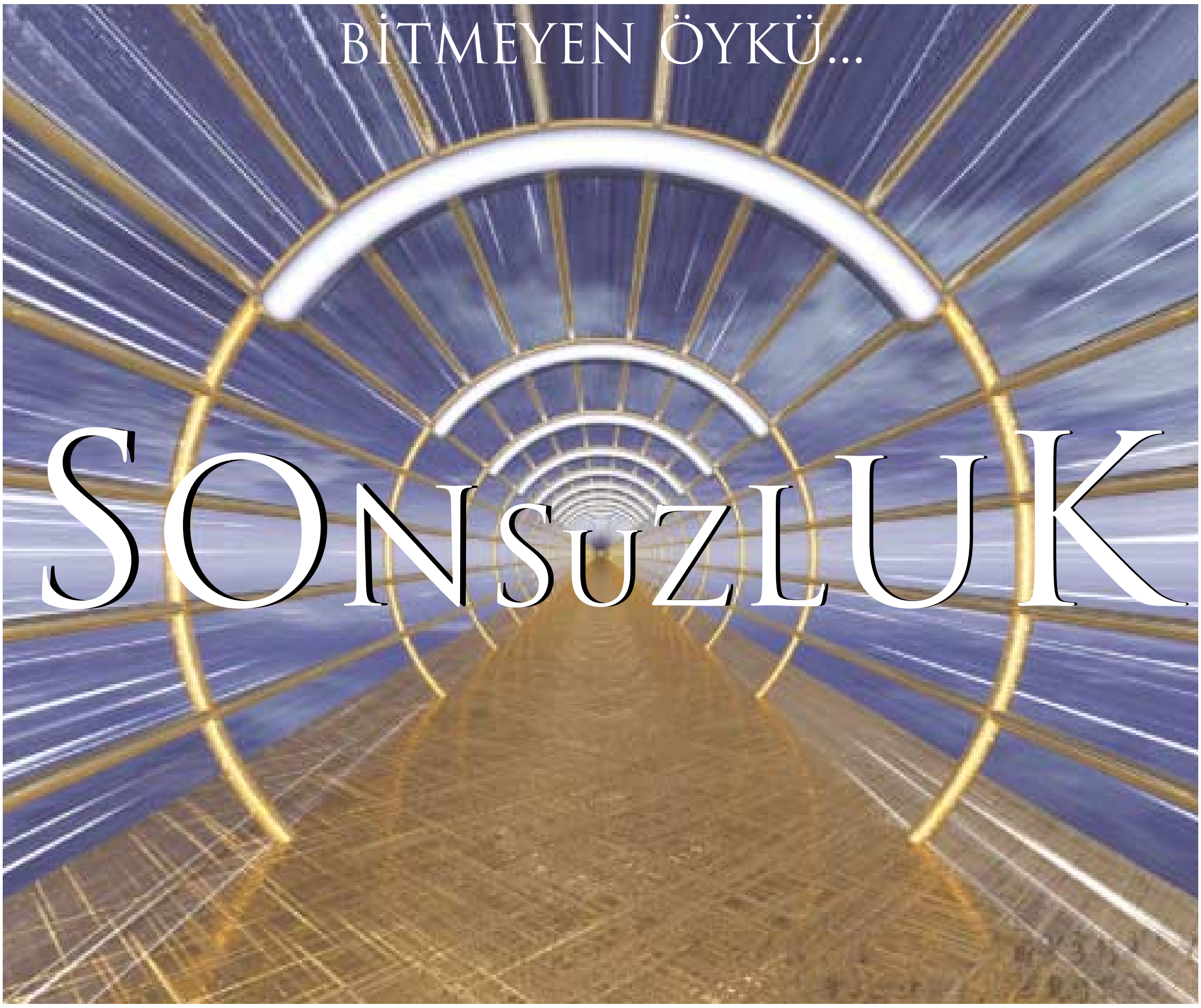
BİTMEYEN ÖYKÜ...

SONsuzLUK



Sonsuzluk, çoğumuz için çelişkilerle dolu bir kavram. Sonsuz bir elma yığınına bir elma eklerseniz, yığın sonsuz olmaya devam eder; büyüklüğü de bir öncekiyle aynıdır. Eğer bankanızın kasasında sonsuz sayıda banknot varsa, bir milyonunu alsanız da bankanın bir kaybı olmayacaktır. Hatta, sonsuz sayıda banknot alsanız bile, bankanın kaybının olmayacağı bir yöntem bile vardır.

Eğer şimdiden aklınız karıştıysa endişelenmeyin; bu, aklınızın gerektiği gibi çalıştığının bir göstergesi. Sonsuzluk konusunda düşünmeye başladığınızda tehlikeli bölgeye girmiş olursunuz. Bu yalnızca felsefi bir tehdit değil, aynı zamanda matematiğin bir sorunu. Matematikçiler, sonsuzluğu akıllarından silip atmaya dünden hazırlar; ama onları engelleyen bir şey var: sonsuzluğun, yok sayılamayacak ölçüde yararlı bir kavram olması. Gerçekte var olmasa bile, matematik buram buram sonsuzluk kokar. Birçok bakımdan matematiği matematik yapan da bu.

"Sonsuzluk"tan kastettiğimiz ne? Gündelik, sezgisel düzeyde sonsuzluğun temel niteliği, büyük olması. Çok büyük. Hayır, bundan da büyük. Düşünebileceğinizden de büyük. Akıl almaz bir büyüklük. Çocuklar saymayı öğrenirken, genellikle çok büyük sayılara -milyon, milyar, trilyon- ilgi duydukları bir dönem geçirirler. Çoğu, olanaklı en büyük sayının ne olduğunu düşünür. Kısa sürede, bir "en büyük sayı" olamayacağını, eğer olsaydı, ona 1 ekleyerek daha büyük bir sayı elde edileceğini akıl ederler. Sayma sayıları hiç durmadan büyür ve hiçbir zaman tükenmez. Bir anlamda sonsuzdurlar. Ama bunun anlamı nedir?

Sonsuzluğun, durmadan sayma sonucunda erişilen bir sayı olmadığını vurgulayalım. Her sayma sayısı, ne denli büyük olursa olsun, sonludur. Bu bağlamda "sonsuz"un böyle bir sayı olmadığı anlamı çıkar. Sonsuz, yeni sayılar oluşturmanın hiç bitmeyeceğini söyleyen bir mecazdır.

Matematikte sonsuz konusundaki ilk ciddi çalışma, Eski Yunan'a ve Öklid'in asal sayılar konusundaki çalışmasına gider. Öklid, *Elemanlar* adlı eserinde (ilk geometri metni) "Asal sayılar, verilen herhangi bir asal sayı çokluğundan daha fazla sayıdadır" önermesini ispatlar. Başka deyişle, sonsuz sayıda asal sayı vardır.

Filozoflar bu tür kavramları "gizil sonsuz" olarak tanımlar ve gerçekte ona hiçbir zaman ulaşamayacağınız için, onun görece zararsız bir sonsuzluk olduğunu düşünürler. Sonsuzluğun, gerçekten tehlikeli gibi görünen başka türleri de var.) Gizil (potansiyel) sonsuzluk, matematik tarihinin son derece önemli bir noktasında sorunu çözmüş oldu. Godfried Leibniz ve Isaac Newton kalkülüsü icat ederken, sonsuzun yakın bir akrabası olan "sonsuz küçük" (infinitesimal) ile yüzleşmek zorunda kaldılar.

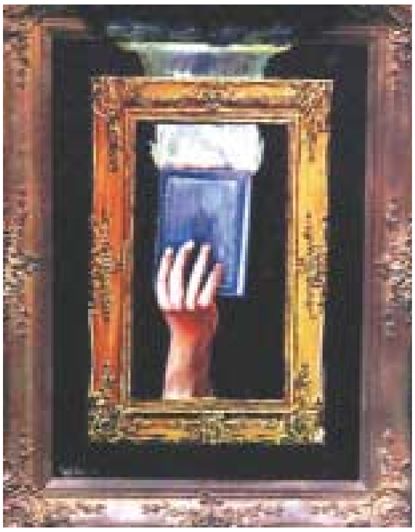
Eğer sonsuzu, sonlu her sayıdan büyük olan birşey olarak düşünürseniz, sonsuz küçük de sıfır olmayan, ama, sıfır olmayan her sayıdan küçük olan "birşey"dir. Başlangıçta matematikçi ve filozofların bu kavram konusunda kafaları epey karıştı; çünkü temel bir noktayı farkedemediler. Sonsuz, nasıl öteki sayılar gibi bir sayı olamazsa, sonsuz küçük de öteki sayılar gibi bir sayı olamazdı. Sıfır olmayan her sayıdan küçük olan tek sayı sıfırdır; ancak, sonsuz küçüklerin var olmaları için öne sürülen gerekçe, sıfır kullanmayı önlemekti.

Sonunda matematikçiler "sonsuz küçük"ün bir sayı değil, bir süreç olduğunu anladılar. "Saymayı sürdürme" sürecinin "sonsuz" yerine geçen uygun bir süreç oluşturması gibi, "küçültmeyi sürdürme" de "sonsuz küçük" yerine geçen bir süreç geliştirir.

Bu yolla sonsuz, arka kapıdan içeri alınırken saygınlığını da yitirmiyor. Hatta kendine bir simge bile ediniyor: ∞. Sonsuzluk, bizim sıfıra bölme gibi yasaklanmış şeyleri yapmamıza izin verir. Bir matematikçinin $1/0 = \infty$ yazarken kastettiği, 1'i 0'a bölünce ∞ çıkacağı değil. Söylediği, x sayısı sürekli küçülerek sıfıra yaklaşırsa $1/x$'in, herhangi bir sınır olmaksızın giderek büyüdüğü. Yine de, gizli kurallar, ancak çok üst düzey bir matematikçinin bu şekilde yazmasına izin verir.

Günümüz matematik, fizik ve öteki bilimlerinin çok büyük bir kesimi, Newton ve Leibniz'in kalkülüsüne dayanır; bu da bizim sonsuz (sonsuz büyük ya da küçük) kavramını daha dar sınırlar içinde belirlememizin önemini vurgular. Gizil sonsuzu bir sürecin kısa yazılışı olarak tanımlamak, daha önceki matematikçilerin belirsizlik içeren çok ilginç, bir o kadar da sinir bozucu çalışmalarına anlam vermeyi olanaklı kılmıştır. Sözgelimi, sonsuz tane sayıyı toplayarak, gerçekten anlamlı sonuçlar bulabilirsiniz. $1/2 + 1/4 + 1/8 + \ldots$ vb.nin sonsuza kadar toplamı nedir? Dizinin herhangi bir yerinde durmanız, işi hayli karıştırabilir. Örneğin, $\ldots + 1/1024$'te durursanız, toplam $1023/1024$ olur. Ama sonsuza kadar devam ederseniz, sonuç 1'dir. Tam olarak 1.

Sonsuzluğu bir süreç olarak tanımlamak, matematikçilerin, Eski Yunan filozof ve matematikçisi Zeno'nun ileri sürdüğü paradoksları çözümlemelerini sağlar. Bunlardan en bilineni, tavşanla kaplumbağanın yarışı. Kaplumbağa tavşanın yarım km önünden başlar ve tavşan kaplumbağanın iki katı hızla koşar. Tavşan yarım km çizgisine geldiğinde, kaplumbağa dörtte bir ilerdedir tavşan $3/4$ km noktasına ulaştığında kaplumbağa $1/8$ km daha ilerlemiştir. Tavşan bu $7/8$ noktasına vardığında, kaplumbağa yine daha ileriye gitmiştir, vs. Zeno, tavşanın kaplumbağayı yakalaması için sonsuz sayıda koşular yapması gerektiği sonucuna varır ki, bu da anlamsızdır.



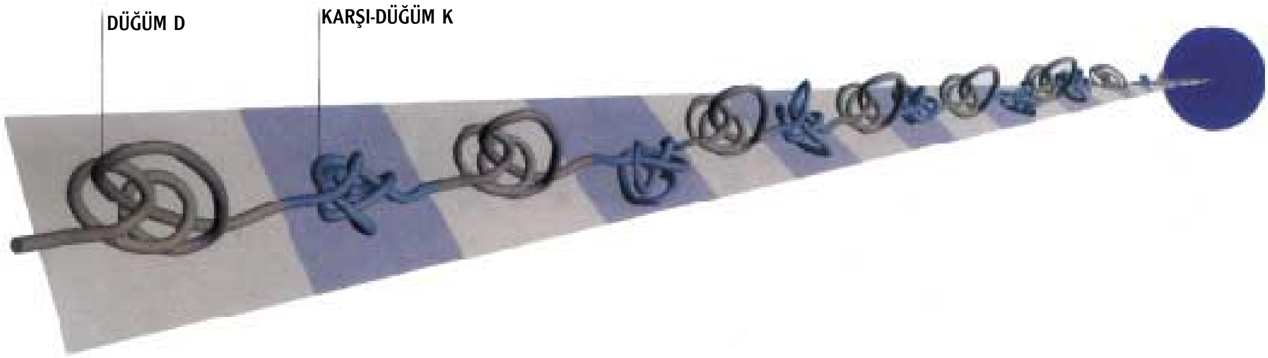
"Sonlu bir zaman içinde sonsuz sayıda şey yapılabilir mi?" gibi derin konuları bir yana bırakırsak, mantıkta bir boşluk olduğu ortada. Zeno, tavşanın $1/2$ km, $3/4$ km, $7/8$ km ... vb. yol aldığında kaplumbağaya yetişemediğini ispatlıyor. Bu tümüyle doğru olsa da, konuyla pek ilgili değil. Bir şeyi kovalarken onu yakalamadığınız birçok nokta olur. Asıl soru şu: Onu nerede yakalarsınız? Tavşanın kaplumbağayı yakaladığı yer, tam olarak 1 km ötesidir. Tavşan 1 km koştuğunda kaplumbağa yarım km gitmiştir; başlangıç noktası hesaba katıldığında aynı noktada olurlar. Bunu görmenin bir başka yolu şu: Kaplumbağayı yakalamak için tavşanın katettiği yol $1/2 + 1/4 + 1/8 + \ldots$ km'dir. Bu dizi hiç durmadan uzar gider ve toplamı 1'dir. Bu, tavşanın ilelebet koşması demek değildir; çünkü geçen zaman da uzaklıklarla aynı ölçüde küçülür.

Bu çözüm, matematikçiler için sonsuz kavramının vazgeçilmez olduğunun kanıtlarından yalnızca biri. Ancak sonsuz, gereksinimden öte birşey. Sonsuz, aynı zamanda matematikle gerçek dünya arasındaki ilişki konusunda temel bir içgörü sağlar.

Şu ip aldatmacasını ele alalım. Sihirbaz, yardımcısının uzattığı kalın, yumuşak bir ipe bir düğüm atar. Sonra ipin daha ilerideki bir bölümünde tümüyle ayrı bir düğüm atar. İpi iki ucundan tutar, onu bir döndürüp gerer ve abrakadabra! Düğümler birbirlerini götürerek yok olurlar! Çok etkileyici; çünkü "karşı-düğüm" diye birşey yok.

Sihirbazın, düğüm atmak yerine, ipi bir çubuk çevresinde birkaç kez sardıktan sonra, ters yönde aynı sayıda sardığını düşünelim. Daha sonra ipi iki ucundan tutup çektiğinde, ipin çubuktan ayrılması sizi şaşırtmaz. Saat yönüne ters halkalar, saat yönündekileri götürür. Düğümlerde farklı olan nedir? Bunun anlamsız bir soru olduğunu sanmayın. Düğümler modern fiziğin önemli bir bölümüdür; evrenin birçok niteliklerinin temelinde yatar. Ancak, karşı-düğüm atmanın olanaksız olduğunu deney yoluyla ispatlayamazsınız. Bu, matematikle ispatlanabilir. Karşı-düğümlerin var olmadıklarının en basit ispatı sonsuzluğu kullanır.

Sonsuzluk gibi kaygan bir kavram, düğüm gibi çok sıradan bir şey hakkında anlamlı birşey nasıl söyleyebilir? D işaretinin bir düğümü, 0 işaretinin de düğümsüz bir ipi gösterdiğini varsayalım. D, basit bir düğüm olabilir. Bir K karşı-düğümünün var olduğunu farzedelim; öyle ki, üzerinde D ve K düğümleri olan bir ip, uçları üzerinde oynanmadan düğümsüz bir ipe dönüşsün. Sembollerle bunu $D + K = 0$ şeklinde ifade ederiz. K'yi çok gevşek, D'yi de çok sıkı yaparak, D'yi ip boyunca K'nin içinden kaydırıp öteki tarafa geçirelim. Bu sefer de $K + D = 0$ olur. (Bu gözlem can alıcı öneme sahip; ama yalnızca bir matematikçi bunu farkeder.) Şimdi sıra, sonsuzu kullanım kurnazlığında. Hiç bitmeyen $D + K + D + K + D + K \ldots$ düğümlerini bağladığımızı düşünün. Zeno'yu anımsayın ve her düğümü bir öncekinin yarısı büyüklüğünde yapın; öyle ki, sonsuz dizinin tümü, sonlu bir ipin (çok



ince) içine sığsın. (D + K) + (D + K) + (D + K) + ... olarak düşünebileceğimiz bu "toplam", 0 + 0 + 0 + ... ile aynıdır; yani uç uca yapıştırılmış birçok düğümsüz iple; yani 0 ile. Öte yandan bu toplamın D + (D + K) + (D + K) + ... şeklinde uzayıp gittiğini de düşünebiliriz. Buysa D + 0 + 0 + ... yani D + 0 = D'dir. Her iki toplamın sonucunun aynı olması gerekir. Öyleyse D = 0'dır. Yani bütün D'ler düğümsüzdür.

Vardığımız sonuç şu: Eğer D, ipin sonuna kaydırmadan çözülemeyen gerçek bir düğümse, K biçiminde bir karşı-düğüm yoktur. Eğer D ve K sayı olsalardı, bu tür bir hesaplama geçersiz olacaktı. Çünkü, sonsuz bir matematiksel toplam, gerçek dünyada akla uygun anlam taşıması bir yana, akla uygun matematiksel bir sürecin sonucu olarak bile anlamlı değildir; iyi tanımlanmış bir değere doğru uslu uslu "yaklaşmaz".

Ama sonsuz bir düğümler toplamı yaklaşır: Giderek küçülen ve sayıca artan düğümler yapma sürecini temsil eder ki, bunun da iyi tanımlanmış bir sonucu vardır. Bu sonucun, son derece çapraşık bir düğüm olduğunu itiraf etmek gerekir. Öyle çapraşık ki, bildiğimiz iplerle değil, yalnızca bir matematikçinin sonsuz incelikte ipiyle yapılabilir. Ancak, sonuç geçerlidir: Gerçek düğümlerle sonsuz toplamın bir anlamı vardır. Bu örnekte sonsuz, düğümlerde, sayılarda olduğundan daha başarılıdır.

Bütün bunlardan çıkan sonuç ne? Bir kere, matematikçilerin "gerçek dünya"yı taklit ettiği değil. Gerçek dünyada "sonsuz düğümler" diye birşey yok. Ancak, var olsaydı ne yapacaklarını düşünmek, bize gerçek düğümler hakkında önemli birşey söyler: Karşı-düğüm diye birşey yoktur. Matematiğin hammaddeleri bazı bakımlardan gerçek dünyaya paralel olduğu halde, düşünce örgülerinin gerçekliğin dışına çıkabilmesi, matematiğin gücünü oluşturur. Sonuçlar, gerçek dünya konusunda bize yararlı şeyler söyleyebilir; sonuçlara giden adımlar, gerçek dünyada bariz benzerleri olmayan şeyler içerse bile, farketmez. İşte yanlamasına düşünmede son aşama!

Klasik matematikte "sonsuzluk" kavramının çoğu kullanımı, gerçekte "gizil sonsuzluğun" kullanımını içerir ve gerçek dünyanın, sonlu nicelikler kullanarak elde edemediğimiz modellerini sağlayan süreçler olarak ifade edilebilirler. Şimdiye dek incelediğimiz gizil sonsuzlara -hiç son bulmayan diziler içeren sonsuzlara- tepkiniz her ne olduysa, bunlar aklınızı başınızdan alacak sonsuzlar değil. Siz hele bir de Georg Cantor'un aklını gerçekten başından alan gerçek sonsuzları görün!

Rus doğumlu Alman matematikçi Cantor, 1874'te bazı sonsuzların ötekilerden büyük olduğunu keşfetti. Birkaç yıl içinde de sinirsel bir bunalıma girdi. Çalışmasının giderek çığrından çıktığını düşünen çalışma arkadaşlarıysa buna hiç şaşırmamışlardı. Cantor'a hakkını vermek gerekirse, hastalığının gerçek nedeni, yalnızlığı ve çalışma arkadaşlarının onun söylediklerini anlamamasının verdiği bunalımdı. Onun çalışmalarını gerçekten kavrayabilenler, ancak daha sonraki nesillerin matematikçileri oldu.

Cantor'un geliştirmeye çalıştığı alan, günümüzde küme teorisi olarak anılır. Bir küme, matematiksel öğelerin bir topluluğundan ibarettir. Sonlu kümeler sayılabilirler. Örneğin, elemanları 2, 3, 5 ve 7 olan kümede dört eleman vardır. Cantor, tamsayılar gibi sonsuz kümeleri saymaya çalışmamız durumunda ne olacağını düşünmeye başladı. Bu yolla sonsuz için bir tür ölçüm elde edildiğine karar vererek, ona "sonsuz kardinal" (kardinal sayı=sayma sayısı) adını verdi. Bunun ne anlama geldiğinden emin olmak için bu büyüklükteki sonsuzu $\aleph_0$ sembolüyle gösterdi. Bu sembol İbranice "alef" harfiydi, 0 ise onun ilk sonsuz kardinal sayı olduğunu belirtiyordu. Bütün tamsayılar kümesinin eleman sayısı alef-0 olduğu gibi, elemanları tamsayılar kümesiyle bire-bir eşleştirilebilen bütün kümelerin eleman sayısı da aynıydı. Örneğin, çift sayılar kümesi şu şekilde eşleşebilir:

1 2 3 4 5 ...
2 4 6 8 10 ...

Çift sayılar, tamsayılar kümesinin her elemanını içermediği halde, her iki kümedeki eleman sayısı aynıdır.

Cantor daha sonra daha büyük görünen çeşitli kümelerin de (pozitif ve negatif tamsayıların birlikte oluşturduğu küme, hatta olanaklı bütün kesirlerin oluşturduğu küme gibi) alef-0 sayıda elemanları olduğunu ispatladı. Öyleyse, alef-0 "sonsuzluk" için şık bir sembol olsa gerek. O zaman sıfırı atıp sadece $\aleph$, ya da ∞ diyebilirdik. Ne var ki, Cantor daha sonra çok ilginç ve beklenmedik bir şey keşfetti: bazı kümelerin eleman sayısı alef-0'dan büyüktü.

Sözkonusu küme, yalnızca tamsayıları ve kesirleri değil, aralarındaki bütün sayıları da içeren "reel" sayılar kümesiydi. Bulduğu daha büyük tek küme bu olduğu için, ilk aklına gelen, ona "alef-1" demek oldu. Ancak, alef-0'dan bir sonra gelen kümenin bu olup olmadığından emin olmadığını da itiraf ediyordu. Arada bir başka sonsuz olabilir miydi? Bu problem 1960'lara kadar çözülemedi. Çözülmeden kastettiğimiz, Amerikalı matematikçi Paul Cohen'in, yanıtın "evet ve hayır" olduğunu ispatlamasıydı. Yanıt, matematiğin sahip olmasını istediğiniz niteliklere bağımlıydı.

Bunun nedeni, matematiğin tanrı vergisi mutlak bir şey değil, bir insan yapıtı olmasıdır. Matematiksel süreçlerimizi oluştururken -özellikle sonsuzluk konusunda- koyacağımız matematiksel temellerde esneklik vardır. Bu nedenle Cantor'un iki yanıtından her biri, mantıksal olarak tutarlı olabilir.

Cantor'un en büyük başarılarından biri de, her çocuğun bildiğimiz tamsayılar hakkında keşfettiği şeyi yansıtır: bir "en büyük tamsayı" olmadığı. Ancak, Cantor çok daha ileri giderek, bir "en büyük sonsuz" da olamayacağını ileri sürdü. Sonsuz kardinaller listesi, Alef-0 ile başlayıp, her adımda daha da büyüyordu; hiç sonu yoktu.

Cantor'un düşünceleri, bize tuhaf gelse bile, temel nitelikte olmanın yanısıra birçok bilim alanında da yararlıdırlar. Matematiğin (örneğin olasılık teorisi), fiziğin (kuantum mekaniği ve kuantum teorisi), hatta biyolojinin (nüfus dinamikleri istatistik yoluyla sonsuzluğun farklı derecelerini anlamaya bağlıdır) temellerinde bunları görmek olası. Bu daha yüksek dereceden sonsuzluklarla çalışmak karmaşık ve zor bir süreç olabilir, ama büyüleyici sürprizlere de yol açar.

Bu, bizi çelişkili de olsa uygun bir sonuca götürür. Sonsuzluk bile -hangisini seçerseniz seçin- "var olan en büyük şey değildir". Her zaman daha büyük bir şey vardır. Ama sorun değil, sonunda onunla yaşamayı öğreniyorsunuz; özellikle onsuz yaşayamayacağınızı anlayınca.

Büyük Düşünün

Beyniniz sonsuzluğu nasıl algılıyor? Beynin, hiç doğrudan deneyimi olmadığı konularda, ufuklarını genişletmek için akıl almaz bir yöntem uyguladığı söyleniyor. Bunu belki de en iyi dile getiren, oyun yazarı Alfred de Musset. 1838'de "Elimde değil, sonsuzluk kavramı bana işkence çektiriyor" demişti.

Günlük yaşamlarında sonsuz bir yana, sonsuzluğa yaklaşan bir şeyle bile hiçbir ilgisi olmayan insanlar, sonsuzluğu nasıl algılıyorlar? Çoğumuz belki de onu düşünmekten bile hoşlanmıyoruz. Çünkü bu, şiddetli başağrılarına yol açan türden bir soyut düşünce tarzı. Neyse ki, sonsuza ve onunla nasıl başedileceğine oldukça ilgi gösteren kişiler var. Yanıtlarıysa belki biraz şaşırtıcı: Sonsuzluğu bedenimizi kullanarak algılarız.

Yani mecazi olarak. Berkeley'deki California Üniversitesi'nden bilişsel dilbilimci George Lakoff, sonsuzu ancak bedenimizle yapabildiklerimize dayanarak anlayabildiğimizi düşünüyor. Sonsuzun yarattığı başağrısından kurtulma yolunun, yürümek, zıplamak, nefes almak gibi tekrarlanan, art arda gelen şeylere olan alışkanlığımızdan yararlanmak olduğunu söylüyor.

Lakoff'un araştırmaları onu, mecaz kullanarak her türlü soyut kavramın üstesinden gelebildiğimize inanmaya yöneltmiş. "Çok soğuk bir kadın" ya da "içim ona çok ısındı" ifadelerini ele alalım. Burada, kişiye duyulan yakınlığın derecesi, sıcaklıkla olan duyusal deneyimimizi kullanan mecaz yoluyla anlaşılmakta. Bir işin gelişim durumunu anlatırken de, bir yere varma deneyimiyle ilişki kurarız: "Henüz o noktaya gelmedim" ya da "sonuca yaklaştım", ya da "önümde aşmam gereken bir engel var" gibi.

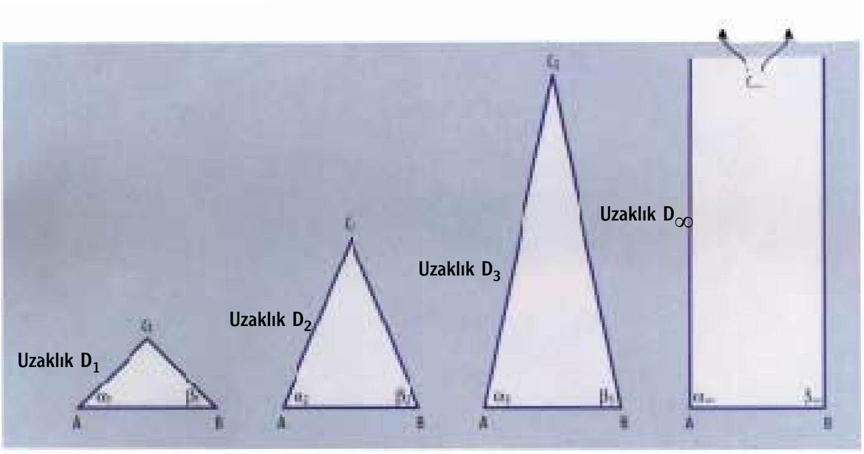
Bütün bu mecazları sürekli kullanırız. Lakoff, dünyanın farklı kültürlerinde, bunların binlerce benzerinin bulunduğunu söylüyor. Ancak bunlar insanlarla, onların eylemleri ya da duygularıyla sınırlı değiller. "Fransa düşüş dönemine girdi", ya da "Hindistan liberalleşmek için çırpınıyor" gibi soyut ekonomi tartışmalarında, benzer fiziksel mecazlar kullanıyoruz. Eğer aklımız ekonominin soyut kavramlarını bedenimizin soyut deneyimleri yoluyla kavrıyorsa, sonsuzu anlamamızın yolu da mı bedenimizden geçer?

Lakoff ve San Diego'daki California Üniversitesi'nden bilişsel bilimler uzmanı Rafael Núñez'in iddiası böyle. 1990'lı yılların başında Núñez, insan aklının "gerçek" bir sonsuzluk kavramını -hep ima edilen, ama asla erişilemeyen "gizil" sonsuzun aksine- sonsuzda var olan bir nokta olarak nasıl kavradığımızı merak ediyordu. Örneğin, sayma sayılarının sonsuzluğu, gizil bir sonsuzluktur; çünkü sayılar hiçbir zaman ona ulaşmazlar. Núñez, hiçbir insanın gerçek bir sonsuzlukla doğrudan deneyimi olmadığı için, onun hakkında düşünmek için bir tür mecaz kullanmamız gerektiğini ileri sürdü. Bu ne olabilirdi?

1993'te Núñez, Lakoff'la bu konuda çalışmak üzere Berkeley'e gitti. Lakoff insan düşünce ve dilindeki mecazlar üzerindeki araştırmaların başındaydı. Kısa sürede, o zaman Berkeley'de doktora öğrencisi, şimdi de Berkeley'deki Uluslararası Bilgisayar Bilimleri Enstitüsü'nde araştırmacı olan Srini Narayanan ile bir üçlü oluşturdular.

Narayanan beynin, bedensel hareketleri nasıl kontrol ettiği konusunda bilgisayar modelleri geliştiriyordu. Beynin kontrol mekanizmasını taklit etmeyi amaçlayan bütün motor kontrol programlarının temel bir yapısı olduğunu farketti. Bu yapı "hazır ol", "hareketi başlat", "hedefe ulaşılıp ulaşılmadığını kontrol et" gibi durumlar içeriyordu.

Lakoff, Narayanan'ın çalışmasına baktığında, bu yapının aynısını başka yerlerde de gördüğünü farketti. Dünyadaki bütün dillerin gramatik yapısı, insanların eylemlerini ve olayları betimlemelerini mümkün kılan şifreler içeriyordu. Örneğin, birisi "John atladı" dediğinde, John'un atlamaya hazırlanırken başlayan ve yere basmasıyla son bulan bir dizi durumu gözümüzde canlandırdığımız, dilbilimcilerce saptanmış durumda.



Bilişsel dilbilimci George Lakoff'a göre bizim sonsuzluğu kavramsallaştırma yolumuz, hiç bitmeyen bir sürecin son noktasını hayal etmektir. Bu örnekte üçgen, yan kenarları paralel olana, tepe noktası da sonsuzda olana kadar sürekli uzar.

Lakoff, Núñez ve Narayanan, beyinde bedensel hareketleri kontrol eden sistemin, bütün soyut kavramları ele alırken kullanılabilmesi konusu üzerinde düşünüyorlardı. Fransa'nın düşüş dönemine "girmesi" o ülkenin ekonomik durumundaki olumsuzluğun en iyi ifadesiydi. "Problem çözme ya da karmaşık olaylar hakkında akıl yürütmenin mantıksal alt yapısının, beyindeki hareket ve algılama yapılarıyla bağlantısı olabilir" diyordu Narayanan.

Bu düşünceye dayanarak, Núñez ve Lakoff matematiğe tümüyle yeni bir anlayış geliştirdiler. Lakoff, sayıları, bir doğru üzerinde noktalar olarak algıladığımız mecaz yoluyla kavramlaştırdığımızı söylüyor. Eğer mecaz kullanan herhangi bir akıl yürütme, hareketi kontrol eden sinirsel süreçler tarafından kısıtlanıyorsa, matematiğin de benzer biçimde kısıtlanması olası. Matematiği, yalnızca bedenlerimizin yapabildiklerine ve duyumsadıklarına paralel durumlar yoluyla anlayabiliriz. Hatta araştırmacılar, matematiğin bizim fiziksel dünya deneyimlerimizden doğduğunu söyleyecek kadar ileri gidiyorlar. Lakoff "Matematiği bizler yarattık; matematik bedenimizin, beynimizin ve dünyadaki etkinliklerimizin bir ürünü ve tümüyle insani bir yapıt. Farklı bedenleri olan öteki yaratıkların matematikleri varsa bile, bu matematik tümüyle farklı kavramlar içerir" diyor.

Sonsuzluğu anlama konusunda bu bizi nereye götürüyor? Yanıt, sonsuzluğun türüne bağlı. Kenar sayıları hiç durmadan artan poligonlar gibi olası sonsuz durumlar, hiç son bulmayan süreçler olarak kolayca kavramlaştırılabilirler. Her aşama hâlâ kavranabilir bir sonuçtur: bir fazla kenarı olan bir poligon. Ne denli büyük bir poligon verilirse verilsin, ona bir fazla kenar eklemeyi başarabiliriz.

Asıl sorun, gerçek sonsuzluğu (sonsuzlukta var olan bir nokta örneğindeki gibi bir sonsuzluğu) kavramsallaştırmak. Ancak Lakoff ve Núñez'e göre, sonsuzluğu biz kontrol ediyoruz; sonsuzluk, fiziksel dünyada gördüğümüz ve deneyimle elde ettiğimiz şeylerin bazı niteliklerinin üstesinden gelmek için bizim icat ettiğimiz birşey. Bu nedenle, onu kavramsallaştırmak için akıllıca bir yol bulduk. Buna "sonsuzluğun temel mecazı" (basic metaphor of infinity - BMI) deniyor. Böylece, tekrarlanan herhangi bir sürece mecazi bir son vermiş oluyoruz.

Araştırmacılar, BMI'nin Sokrat-öncesi Yunan felsefesinde bulunduğunu düşünüyorlar: her nesne, daha yüksek bir sınıfın bir üyesidir. Bir inek, inek sınıfının; bir keçi, Keçi sınıfının bir üyesidir. İnek ve Keçi sınıflarının kendileri de birer nesneyi temsil ettikleri için, onlar da daha yüksek bir sınıfın üyesidirler. Bu şekildeki sınıflar, nihai sınıf olan Varlık sınıfına gelinceye kadar sürüp gider. Núñez şunları ekliyor: "Belki de tek tanrılı sistemlerin çoğunun, bir şekilde BMI ile ilgili olduğunu iddia ediyoruz. BMI, her türden referans çerçevelerini, bir sona gidecek şekilde, bir doğru üzerinde sıralamayı içeriyor. İlişkiler zincirinin sonundaki çarpıcı "son" ise, bir anlamda "tam-yetkin" bir varlık.

BMI'yi matematikte kullanmak biraz daha karmaşık bir süreç. "Belirli alanlarda BMI'yi matematiğe uygulamak, eğitim gerektirir" diyor Núñez. Lakoff ve Núñez, iki paralel doğrunun sonsuzlukta nasıl birleştiği gibi, matematikte gerçek sonsuzluğu iyi bilinen örneklerin birçoğunu incelediler. Bütün bunların BMI'nin özel durumları olduğunu varsayıyorlar.

Matematikteki fikirlerinin ardında yatan akıl yürütmeyi açıklamak için Lakoff ve Núñez'in, birkaç sayfalık bir makale değil, bir kitap yazdıklarını belirtmek yerinde olur. Çalışmalarının tartışma yaratmış olması doğal. Unutulmamalı ki bu çalışmalar, çağlar boyu benimsenmiş olan, sonsuzluğun ve matematiğin, rastlantısal olarak ortaya çıkmış evrensel gerçekler olduğu görüşüne meydan okumaktaydı; ama, yine de çok iyi karşılandılar. Asıl sınav, belki de sezgisel tepkilerden geçiyor. Matematikçiler gerçek sonsuzluğu gözlerinde böyle mi canlandırıyor? Philadelphia'daki Temple Üniversitesi'nden matematikçi John Allen Paulos'a göre, yanıt evet. "Benim sonsuz hakkındaki düşüncem aşağı yukarı BMI ile tutarlı" diyor.

Eğer Lakoff ve Núñez haklıysa, bunun sonsuzluğun ve matematiğin büyüsüne etkisi ne olur? Lakoff, "Gerçek sonsuzluk kavramının insanların uydurduğu bir mecaz olduğunu anlamak, dünyayla matematik arasındaki ilişkiler hakkında düşünülen şeylerin tümünü değiştirir. Matematiği insanların bir ürünü olarak ele almak, çok daha ilginç" diyor. Öte yandan, bunu bir züğürt tesellisi olarak görebilirsiniz. Eğer sonsuzluk kavramı, size de Alfred de Musset'ye ettiği gibi işkence ediyorsa, bunun için yalnızca kendinizi, ya da en azından bedeninizi suçlayabilirsiniz.

Çeviri: Nermin Arık

Kaynaklar:
Stewart, I. "Never Ending Story" New Scientist, Eylül 2003
Ananthaswamy, A. "Think Big" New Scientist, Eylül 2003