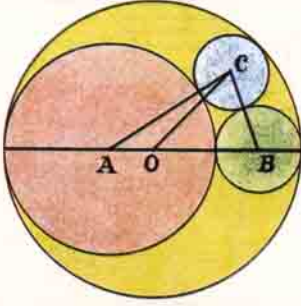


Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Dört Daire



Düşman karargâhı büyük bir daire (sarı) şeklindeydi. Tanklar A merkezli (kırmızı), piyadeler B merkezli (yeşil) ve topçular C merkezli daire içindeydiler. A, B ve C merkezli daireler, birbirlerine ve O merkezli sarı daireye teğetti. Düşmanın 1. cephaneliği AOC, 2. cephaneliği OBC üçgeni içindeydi. General Cin Ruhî'nin komutasındaki silâhli kuvvetler her iki cephaneliği bombalayacaktı. Fakat, bombalamadan önce cephaneliklerin büyüklüğü hakkında bir fikir sahibi olmaları gerekiyordu. Bilinen yalnız sarı dairenin çapı idi: 50 km. AOC ve OBC üçgenlerinin çevrelerini bulunuz.

İlerici Kurbağalar

Kurbağalar günlerini sonu gelmez politik nutuklarla geçirmez. Her kurbağa havuzun ortasında bir nilüfer yaprağı üzerinde oturuyor ve kıyıya nasıl varacağını düşünüyor. Bunlar hep ileri sıçrayan, geri sıçramayı bilmeyen ilerici kurbağalardır; hem de geometrik seriye uyarak ileri sıçrayabilen cinsdendiler. Ancak sıçrarken yorulan bir türden geliyorlardı. Bu nedenle her sıçrayış bir önceki sıçrayışın yarısı kadardı. $(n+1)$ sıçrayıştan sonra gittikleri yol şuydu:

$$L = \sum_{r=0}^n \frac{1}{2^r} = \frac{1 - \frac{1}{2^{n+1}}}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

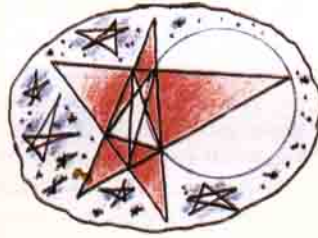
Fakat havuzun yarıçapı 2 birimdi. Kıyıya varabilmeleri için sonsuz sıçrama yapmala-

rı gerekiyordu. O zaman $1/2^n$ sıfır ve $L=2$ olurdu; böylece kıyıya erişirdi. Yaşlı bilge bir kurbağa sonsuz sıçramayı önerdi; diğerleri "deli misin, kim sabredebilir sonsuz sıçramaların sonuna kadar; o zamana dek ölürüz" dediler. Ama bilge ısrar etti; "size söyleyeceğimi yaparsanız ölmeden karaya varırsınız" dedi. Acaba bilge ne söylemişti?

Olabilir

Öyle iki sayı bulunuz ki farkları bölümlerine eşit olsun. Bunu genel bir formülle ifade ediniz.

Yıldız



Resimde düzgün olmayan 5 köşeli bir yıldız görülmüyor. Bu yıldızın içinde kırmızı dörtgenler var. Bu kırmızı dörtgenlerin herhangi birinin 4 köşesinden geçen bir daire (çevrel çember) çizilebilir mi? (Kvant'dan) (İpucu: Açılırları hesaplayın.)

Eğilen Bina

Dikdörtgen prizması biçiminde betonarme bir binanın hacmi $V \text{ m}^3$ dür. Dep-

remden sonra bina hafifçe yana yatıyor; binanın toprağa dik eksenini şimdi toprakla 85° açı yapıyor. Binanın yeni hacmi ne olur?

Üç Saniyelik Hesap

İki ardışık sayı kümesi alalım. Bu kümeler eşit sayıda eleman içersin ve biri diğerinin ardışık olarak devamı olsun. Örneğin, $[3,4,5,6]$ ve $[7,8,9,10]$.

$[7+8+9+10]-[3+4+5+6]$ nin neye eşit olduğunu 3 saniyede bulunuz. (Math Teacher, Mayıs 1997'den)

Son Derece Kolay

$n! = e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3 + \dots + \ln n}$ olduğunu 10 saniyede kanıtlayın.

Biraz Entegral

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c$$

olduğunu kanıtlayın. $[x = \tan \theta \text{ ise } \theta = \arctan x \text{ dir.}]$

Gramlar ve Mantık

Elimizde 1, 2, 3, 4, ... 30 gr. gelen 30 adet terazi gramı var. 10 ağırlık seçip alıyoruz, öyle ki bu 10 ağırlığın toplam ağırlığı 30 ağırlığın toplam ağırlığının $1/3$ 'ü olsun. Kalan 20 ağırlığı iki kefli bir teraziye $10+10$ şeklinde koyarak dengeye getirebilir miyiz?

Bir Oval Çizmek

Bir ovali nasıl çizersiniz?

9 Renk



Cin Ruhî ile köpeği Ruh uzayda "9 renkliler"e esir düşmüştü. Vücutları 9 renge boyanmış bu yaratıklar, Dünyalıları hiç sevmez, onlara "renksiz" derlerdi. Ruhî'yi de 9 renge boyayıp aralarına katmadan önce, birçok uzaylı gibi onun zekâsına bir şans tanımak istediler. Ruhî'den istenen şuydu: "Şu 9 renk boyayı al ve kapalı tenis sahasını öyle boya ki aynı renkten iki nokta arasında asla 1m'den az olmasın." Bunu nasıl yapardınız?

Sihirli Kare

Sihirli kare öyle $n \times n$ lik bir karedir ki içindeki 1'den n^2 'ye kadar olan ardışık tam sayıların yatay, dikey ve çapraz toplamı hep aynıdır. Kanıtlayınız ki $n \times n$ karelik bir sihirli karedeki bütün sayıların toplamı n^4 ile bölünür.

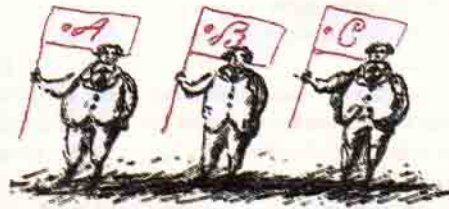
Yaratığın Ağırlığı

Kannibalos yıldızındaki yaratıklar uyurken yakaladıkları hemcinslerini yerlerdi. Yaratıklar buna karşı demir kafesler içinde uyurlarsa da bazen fabrikalarda yorgunluktan uyuyakaldıkları olurdu. Bir Kannibaloslu bir hemcinsini yiyince ağırlığı 21 katına, bir Kannibaloslu daha yiyince yeni ağırlığının 481 katına çıkarırdı. Kannibalosluların ağırlığı 11 ile 99 arasında, yani iki basamaklı idi. Kannibaloslular sordukları problemi çözemeyen Dünyalıları yemek hakkına sahiptiler. Bir gün bir Kannibaloslu nine, tatil için bu uğursuz yıldızda gelmiş Kafaboş'a rastladı ve ona şunu sordu: "Benim eski ağırlığım ab idi. İki basamaklı bir sayı; de-

Ruhiye'nin Evi

O gün Deli Ruhîye'nin cinleri üstündeydi. Balaban Amca, Cin Ruhî ve

Asılsız Ash çimlerin üstüne uzanmış, evrimi tartışıyorlardı. Ruhîye bomba gibi aralarına düştü ve şöyle dedi: İşte bunu bilemezsiniz sizi çok bilmişler. İsimlerimizin baş harfleri A, B, C ve D. Bunlar aynı zamanda evlerimizin bulunduğu noktaların adları olsun. $DA < DB$ ve $DA < DC$ ise benim evimin geometrik yeri ne olur? (A, B ve C aynı doğru üzerinde) (Kvant'tan)



min üst üste iki yaratık yedim, senin gibi zibidi; şimdi ağırlığım kaç, çabuk söyle karnım çok aç?" Kafaboş hık mik dedi, ama korkudan dizleri titrediyinden cevap veremedi. Nine tam onu yiyecekten vazgeçti; çünkü Kafaboş korkudan altına koyvermişti. Yanıt ne olmalıydı?

Papağanın Yaşı

1991'de doğum yılının basamakları toplamı yaşında olan bir papağan kaç yaşındadır?

Zamanın Oyunları



A şehirden lokal saatle öğleyin saat 12'de kalkan uçak, B şehrine lokal saatle saat 14'de indi. Aynı uçak geceyarısı, lokal saatle 24'de B şehirden kalktı ve lokal saatle sabah 6'da A şehrine indi. Uçağın A'dan B'ye gidişi (veya B'den A'ya dönüşü) kaç saat aldı?

Harfematik



Aynı harfler aynı sayıları temsil ettiğine göre bu toplamayı yapınız.

Zarif Bir İspat

$1/(1-x) = 1+x+x^2+x^3+\dots$ [$|x| < 1$ için] ifadesini kanıtlayabilir misiniz? (İpucu: Geometrik seri toplam formülü kullanılacak.)

Geometri Mantığı

Şu özelliği taşıyan (konveks) çokgenleri bulunuz: Çokgen içindeki herhangi bir noktadan herhangi bir kenara indirilen dik, o kenar üzerine düşsün (kenarın üstünde olmayan bir noktaya, yani kenarın uzantısına rastlamasın.)

19x19'luk Kare

19x19'luk bir satranç tahtasının bütün beyaz karelerine beyaz taşlar ve bütün siyah karelerine siyah taşlar konulmuş. Siyah taşlarla beyaz taşlar yalnız kare kenarlarından geçmek koşuluyla yer değiştirebilir mi?

Sırlar

Bir şehirde n insanın her biri, birbirinden farklı n sırdan yalnızca birini biliyor. A, B'ye telefon edip bildiği bütün sırları açıklıyor; bu konuşmada B, A'ya sır veremiyor. Sonra B, C'ye telefon edip bildiği bütün sırları veriyor; yine C, B'ye sır veremiyor. n insanın her birinin bütün sırları öğrenmesi için toplam kaç telefon edilecektir?

Cinlerin Kitabı



Cin Ruhü bir gece tavan arasında bir gürültü duydu. Peri Perihanla çıkıp baktılar, kimseler yoktu. O sırada Peri Perihan birden bir çığlık attı. Ruhü boş bulunup elindeki gaz lambasını yere düşürdü. Bereket yangın çıkmadı, yalnız lamba söndü ve sönerken sıcak cam Ruhü'nin ayağını yaktı. Cin Ruhü sinirlenmişti: "Ne diye bağıryorsun öyle buluş yapmış Arşimed gibi?" Peri Perihan titreyerek ve kekeleyerek "Bak... bi bak, şurada tozlar içinde bir kitap var. Adı Cinler Kitabı" dedi. Cin Ruhü kendinden bahseden kitaplara özel bir önem verirdi. "Cinlerin Esrarı ve Cin Taifesi Nasıl Çarpar?" kitaplarını üçer kere okumuştü. Ancak bu kitap başkaydı. Bu kitabı biri şaka olsun diye mi bastırmıştı? 1. sayfada "Bu kitaptaki 100 cümlelerin biri

Ayda Kütle Çekimi

Ayda kütle çekimi Dünya'dakinin altında biridir. Bunu kanıtlamak için Dünya'dan yanınıza tek bir şey alarak Ay'a gidecek füzeye binmeniz gerekse ne alırdınız? (Kvant'dan)



yanlıştır". 2. sayfada "Bu kitaptaki 100 cümlelerin ikisi yanlıştır". 3. sayfada "Bu kitaptaki 100 cümlelerin üçü yanlıştır".... ve 100. sayfada "Bu kitaptaki 100 cümlelerin yüzü de yanlıştır" yazıyor ve 101. sayfada şu soru yer alıyordu: "Bu kitapta kaç doğru cümle vardır?" Evet, siz ne dersiniz? Bu 100 cümleden kaç doğru, kaç yanlış olabilir sizce?

Prizmatoid

Prizmatoid bütün köşeleri birbirine paralel iki düzlem üzerinde bulunan bir çokyüzlüdür. Yan yüzleri üçgen veya yamuktur. Prizmatoid'in hacmini veren formül nedir?

Bir Üçgen

$a \leq 2$, $b \leq 3$ ve $c \leq 4$ 'e uyan üçgenler olsun. Bu gibi üçgenlerden yüksekliği maksimum olan hangisidir?

0,999999...

0,99999999...'un bire eşit olduğunu nasıl ispatlarsınız?

Elmaslar

Üç hırsız bir kasadan toplam 4 milyon dolar değerinde 10 elmas çaldı. Elmasları öyle paylaştılar ki en az alanın eline 1 milyon dolardan fazla geçecekti. Kaçış sırasında 600 000 dolarlık bir elmas kayboldu. Kalan 9 elması en az alanın eline 1 milyon dolardan fazla geçecek şekilde dağıtmak mümkün mü? (Kvant'dan)



Matematikçi Filozoflar



Bir ülkede matematikçilerin yedide biri filozof ve filozofların dokuzda biri matematikçi ise o ülkede matematikçiler mi, filozoflar mı daha fazladır? (Quantum, Ekim 1997'den)

Tekrarlı Ondaklıklar

a-0,77777... ondalık sayısının kesirini bulun.
b- 0,257257257... hangi kesire karşılıktır?

Cam Şişe ve Kapağı



Elinizde camdan yapılmış bir esans (veya başka bir şey) şişesi var. Cam tıpa sıkışmış, açılmıyor. Kapağı açabilmek için şişenin boynunu ısıtmak gerekir. Acaba neden?

İlgincin Sayılar

a- Basamaklarının ikisine de bölünebilen bütün iki basamaklı sayıları bulunuz.

b- İki basamaklı iki sayı alıp birbiriyle çarpalım; çarpım A olsun. Şimdi iki basamaklı iki sayımızı tersden yazalım ve yine çarpalım; çarpım B olsun. A-B'nin daima 99 ile bölündüğünü kanıtlayınız.

Geçen Ayın Çözümleri

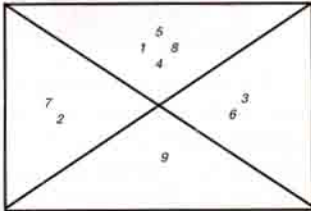
Kare İçi Sekizgen

Bir sekizgenin iç açısını 180'den çıkarıp, simetriden dolayı da ikiye bölersek, sonucu buluruz. Düzgün bir poligonda iç açılar eşittir. Öyleyse poligonun iç açı toplamını 8'e bölmemiz lazım. Bir düzgün poligonun iç açılarının toplamı $(n-2) \times 180$ formülüyle verilir. $(8-2) \times 180 = 1080$, $1080/8 = 135$, $180 - 135 = 45$, $45/2 = 22,5$

Cevap: $22,5^\circ$ dir. (Bu soruyu gönderen Gökhan Yazıcı'ya teşekkür ederiz)

Özel Durum

Sağ alttan bakış: $48+15=63$
Sol alttan bakış: $14+58=72$
Ayrıca $6+3=9$ ve $7+2=9$
Benzer bir durum:



Cin Ruhü Karnavalda

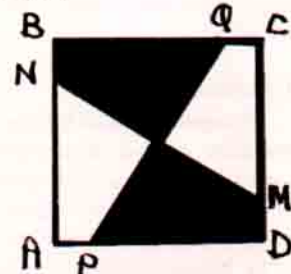
5. kuvvetin bir özelliği vardır: Sayının son basamağı 5. kuvvette aynen kalır. O halde ya 17 veya 27 söz konusudur. 27 olamaz, 27'nin 5. kuvveti 8 basamaklıdır. O halde yanıt 17'dir. $17^5 = 1419857$.

Savaş ve Barış

A ve B dostsa, C bu ikisinin ya dostu veya düşmanı. Ülkede âdeti iki cins insan var: Dostluk hissi taşıyanlar ve düşmanlık hissi taşıyanlar. Düşmanlar birden dost olmaya karar verince bütün ülke dost olabilir (bunun mümkün olduğu belirtilmişti). (Tabii ertesi gün 180° dönüp hepsi birbirine düşman da olabilir)

Bir İspat

MN ve PQ doğrularını karenin merkezinde kesişecek şekilde kendi doğrultularına paralel kaydıralım. Bu yöntem dörtgenlerin çevre uzunluğunu değiştirmez ve görüldüğü gibi $BQ=PD=CM=AN$ ve $QC=MD=AP=BN$ 'dir. PQ ve MN merkezde birbirini ikiye bölmüştür.



Uzayda Çoğalma

Evdeki yaratık sayısı $1+11k+7l$ 'dir. k, 12 yavru yapan

yaratık sayısı, l ise 8 yavru yapan yaratık sayısıdır. Denklemin doğruluğunu kontrol için $k=1$ ve $l=1$ alalım. 1 yaratık \rightarrow 12 yaratık \rightarrow 12 yaratıktan biri kendi yok olurken 8 yavru yaptı \rightarrow 11 yaratık + 8 yaratık = 19 yaratık. Denkleme $k=1$ ve $l=1$ koyarsak sonuç 19 çıkar. k ve l'ye hangi değeri verirse verelim sonuç 60 çıkmaz. Yaratığın evinde asla 60 yaratık olamaz.

Dâhi miyim Neyim?

İki ifade de yanlış. 27 sayısı 27 ile bölünür, ama basamaklarının toplamı 27 değildir. 9972 ve 9981 sayılarının basamak toplamı 27'dir, fakat ikisi de 27'ye bölünmez.

Yaz Okulu

Yusuf-Ankara, Tarık-İzmir, Kemal-Adana, Bedri-İstanbul, Levent-Antalya.

Basit Bir Çıkarma

$3^{1000} = (3^4)^{250} \cdot 3^3 = 81^{250} \cdot 27$ ile bitiyor.

$7^{1000} = (7^4)^{250} \cdot 7^4 = 2401^{250} \cdot 7$. Bu da 7 ile bitiyor. Demek ki fark $7 - 7 = 0$ ile biter.

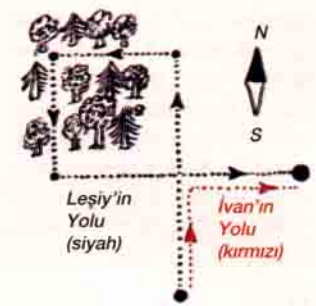
İlginci Bir Modül Problemi

$7^2 \equiv 1 \pmod{4}$ dür (49,4 ile bölünürse 1 artar demektir). Şimdi şuna bakalım: $(7 \exp 7 \exp 7 \exp 7 \exp 7)$ ifadesinde a diyelim.

Problem şu şekli alır: 7^{2^n} 'nin son iki basamağı nedir? $7 \exp 7 \exp 7 \exp 7 \exp 7$ tabii ki tek bir sayıdır; o halde $2n+1$ şeklinde düşünülebilir; şimdi $a = 7^{2n+1}$ 'dir. $7^{2n+1} = (7^2)^n \cdot 7 = 1 \cdot 7 = 3 \pmod{4}$. $(7^2 \equiv 1 \pmod{4})$ olduğunu biliyoruz; bu nedenle $(7^2)^n \equiv 1 \pmod{4}$ olur; çünkü $1^n = 1$ dir. Artık $1 \cdot 7 = 3 \pmod{4}$ yazabiliriz. Demek ki $a = 7^{2n+1} \equiv 3 \pmod{4}$. O zaman $7 \exp 7 \exp 7 \exp 7 \exp 7 \exp 7 = 7^{2n+1} \pmod{4}$. $a \equiv 3 \pmod{4}$ olduğunu görmüştük; bu a eğer 4 ile bölünürse 3 artar demektir; bu nedenle $a = 4x+3$ yazılabilir. $7^2 = 2401 \equiv 1 \pmod{100}$. $7^{400} = 7^{2 \cdot 200} \equiv 1^{200} = 1 \pmod{100}$. Aranan son iki basamak 4 ve 3'tür.

En Kısa Yol

Leşiy 4 gün 4 gecede 300 km. yol gitmiştir. İlk 24 saat Kuzey'e doğru 100 km, sonra 48 saat hızı



Briç

Okan Zabunoğlu

Koz Kızının Peşinde

K/Yok	♠AR76	♥AV86	♦T765	♣D
♠DT54	♥V9	♦V72	♣R3	♠ART985
♥3	K	D	G	
♦DV982	B			
♣743				
	♠832	♥RT954	♦A4	♣V62

Kuzeyin 1♦ açışı üzerine Doğu 2♣ ile araya girer ve Güney 2♥ der (Kuzey-Güney'in sistemine göre bu 2♥ forsing değil, bu sekansta kuvvetli elleri kontr ile gösteriyorlar). Kuzey hemen 4♥ ilan eder; atak: ♦D.

Deklaranın koz hariç her renkten bir kesin kaybı var, kontratı yapabilmek için ♣'leri yere çakmanın

yanı sıra koz kızına da löve vermemesi lazım. Güney ilk löveyi kazanıp ♣ oynar. Doğu ♣'i alır, ♦R'yı çeker ve ♠V döner. ♠'i yerden kazanan dekleran, ikinci ♠ lövesini de tahsil ettikten sonra ♦'ya çakar, ♣'e çakar, ♦'ya çakar, ♣'e çakar ve şu pozisyonda ♠ ile eli dışarı verir.

♠DT	♠76	♥AV	♦-	♣-
♥3	K	♥D72	♣A	
♦V	B	D		
♣-	G			
	♠8	♥RT9	♦-	♣-

Defans ne yaparsa yaparsın ♥D yakalandı; dekların 10 löveye ulaştı.

Geçen Sayıdan

♠A43	♥ART3	♦9	♣DV973	K	♥7	D	♦ADV53	G	♠T85
					♠87	♥98542	♦RT82	♣R6	

Batı tarafından 6♣, atak: ♠R. Güneyin ♦'ları RT82, ♣'leri R6 iken kontratı yapmanın bir yolu var mı?

Yaklaşık 10 sene önce ABD takım şampiyonasında gelen bu eli Bob Hamman şu şekilde oynadı. Atağı ♠A ile aldı, ♥A ve ♥R çekip yerden bir ♠defos attı; Kuzeyden ♥V gözükte. ♦A'a gitti ve ♦D oynayarak Güneyin R'sına çaktı. ♥ çakararak yere geçti (Kuzeyden ♥D düşünce eldeki ♥T'lu sağlandı), ♣A'ını çekti, ♦V'sine elden bir ♠ attı ve

♦'ya çakararak yerin son ♦'sunu da sağladı. Şimdi elden sağ ♥T'luyu oynadı, Kuzey mecburen son kozu ile çaktı, üste çakan Hamman bu kez de yerdeki sağ ♦'yu oynadı ve Güney alıcı kozuyla çaksa da çakmasa da ♠ kaybı yok oldu.

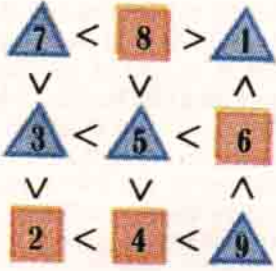
Nasıl Oynamalı?

♠A8	♥A8753	♦ARD73	♣4	K	♥D5	♥R6	D	♥VT98	♣AV763
-----	--------	--------	----	---	-----	-----	---	-------	--------

1997/1998 Ankara takım liginde gelen yukarıdaki elde bir masada 6♦ tam yapılrken diğer masada 7♦'ya ulaşıldı. 7♦'yu yapabilirseniz takımınıza 11 imp kazandıracaksınız; batarsanız kaybınız 14 imp olacak. Batı tarafından 7♦, atak: ♦2.

yanıya inmiş olarak Batı'ya 50 km ve Güney'e 50 km gitmiş, son 100 km'yi 24 saatte almıştır. Açıkça görülüyor ki böyle dolambaçlı bir yol yerine Kuzey'e 50 km ve Doğu'ya 50 km giderek saraya 24 saat sonra varabilirdi.

123456789 ve Eşitsizlik



Üç Çarpanlı Sayılar

Bir asal sayının karesi 3 çarpan içerir. Örneğin $11^2=121$ ve 121 'in asal çarpanları 1, 11 ve 121.

Saç Renkleri

Gribof gri ve kara olamaz (kara saçıyla konuşuyor); demek ki Gribof kızıl saçlı. Karamazof kara ve kızıl saçlı olmadığından gri saçlı. Alyoş'a nin saçları kalan tek renk olan siyah renkte.

Yere Düşen Muhasebe Defteri

Son sayfa 783, 738, 837 ve 873 olabilir, 738 hariç diğerleri tek sayıyla biter. Düşen parça 387-88, 389-90, 391-92 şeklindeki yapraklardır. Yaprığın ön yü-

zü tek, arka yüzü çifttir. O halde son sayfa numarası- ilk sayfa numarası +1= çift sayı olmalıdır. (Örneğin 1. ve 10. sayfa arasında 9 değil $9+1=10$ sayfa vardır). Bu ise yalnız 738 ile olasıdır. Düşen parça $738-387+1=352$ sayfadır.

Dünyayı Yerinden Oynatmak

$6 \times 10^{24} \times 1 = x \cdot 5.0^{10}$ d e n $x=1.2 \times 10^{29}$ m. Görülüyor ki bir kaldıraçla Dünya'yı oynatmak olanaksız. Kaldıraç kolunun uzunluğu yaklaşık 10^{20} km, olurdu. Güneş-Dünya mesafesi 1.5×10^8 km

Kaç Böleni Var?

Bu sayının bölenlerinin genel formülü:

$2^s \cdot 3^t \cdot 7^u \cdot 11^v$ dir, $0 \leq s \leq 7$, $0 \leq t \leq 10$, $0 \leq u \leq 15$, $0 \leq v \leq 9$ olabilir.

2^8 yi 8 şekilde ($2^8, 2^7, 2^6, 2^5, \dots$), 2^9 yi 11 şekilde... seçebiliriz. Toplam olasılıklar: $8 \cdot 11 \cdot 16 \cdot 10 = 14080$ dir.

Sayı Olasılığı

0'ı yerine 4 şekilde, 9'u yerine 3 şekilde, kalan 8 sayıyı yerlerine 8! şekilde yerleştirebiliriz, toplam $4 \cdot 3 \cdot 8! = 12 \cdot 8! = 483840$ olasılık vardır.

İlk Üç'e Girme Olasılığı

Toplam olasılık: $3 \cdot 9! = 1088640$.

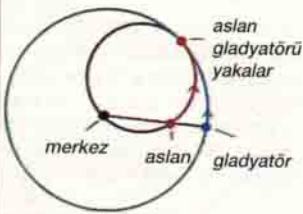
İlk 3'e girme olasılığı: $1/1088640 =$ milyonda 91.8

1. olma olasılığı: $1/9! = 1/362880 =$ milyonda 2,75

Aslan ve Gladyatör

a) ve b). Aslan ve gladyatörün hızları aynıysa, gladyatörün bir daire üzerinde koştuğu sürece, aslan daima gladyatörü yakalayabilir. (Şekil 1) Kırmızı (k) ve mavi (m) yayların uzunluğu eşittir. Şöyle ki küçük dairenin k'yi gören merkez açısı 2α ise, büyük dairenin m'yi gören merkez açısı α' 'dir. (Çünkü büyük dairenin m'yi gören merkez açısı ile küçük dairenin k'yi gören çevre açısı aynı açıdır; küçük dairenin k'yi gören merkez açısı 2α olduğuna göre, küçük dairenin k'yi gören çevre açısı α olmalıdır, bu teorem kolayca ispatlanabilir: Merkez açı, kenarları yarıçap ve taban açıları çevre açısı olan ikizkenar üçgenin tepede dış açısidir, bu nedenle çevre açısı α ise merkez açısı $\alpha + \alpha = 2\alpha$ dir). Buna göre açıları radyan olarak alırsak mavi yayın uzunluğu $=\alpha \cdot 2r$ ve kırmızı yayın uzunluğu $=2\alpha \cdot r$. Dolayısıyla mavi yayın uzunluğu = kırmızı yayın uzunluğu $=2\alpha r$ (r =küçük dairenin yarıçapı).

c). Gladyatör aslandan kurtulmak için, SQUIRAL (birbirini izleyen doğru parçalarından oluşmuş spiral) denen özel bir yol izlemelidir. Gladyatörün yolu mavi yoldur. (Şekil 2)



Gladyatör, kendisini arena merkezine birleştiren bir doğru düşünür ve bu doğruya dik bir yönde kısa bir mesafe koşar, bu mesafeye a_1 diyelim. Yeni geldiği noktayı tekrar merkezle birleştirir ve bu defa oluşan yeni doğruya dik bir yönde a_2 kadar koşar.

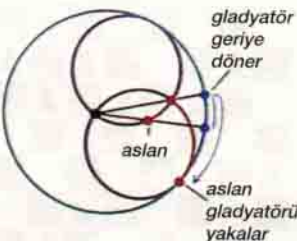
$$a_1 = a_1 \cdot 2^{-0.75} \text{ olmalıdır.}$$

Benzer yöntemle

$$a_2 = a_1 \cdot 3^{-0.75}, a_3 = a_1 \cdot 4^{-0.75} \dots$$

olarak hesaplanır. $a_1=1$ alırsak $a_2=0,59$, $a_3=0,43$, $a_4=0,35 \dots$ olur. Genel formül: $a_n = a_1 \cdot n^{-0.75}$ dir. Aslan daima gladyatör ile merkezi birleştiren doğru üzerinde olacak şekilde eğitildiğinden hem bu koşulu yerine getirir, hem de gladyatöre yaklaşır (aslanın yolu kırmızı yoldur). Gladyatörün gideceği yol $a_1 (1 + 2^{-0.75} + 3^{-0.75} + 4^{-0.75} + \dots + n^{-0.75} \dots)$ gibi yakınsak bir sonsuz serinin toplamı olan sonlu bir değerdir. Hesaplanarak kanıtlanabilir ki gladyatör arena duvarına varmadan ve aslana yakalanmadan böyle sonsuza kadar gidebilir.

d). Gladyatör G_1 ve aslan L_1 de olsun. Gladyatör squiral çizirse yakalanır, çünkü aslan c'deki koşullara uymamaktadır.



Şekil1-solda: bir daire üzerindeki hızları aynıysa aslan daima bir gladyatörü yakalayabilir. Sağda: Gladyatör yön değiştirirse aslan taktik değiştirmelidir.

Gladyatör şöyle bir strateji izler:

Birinci Safha (Şekil 3a)

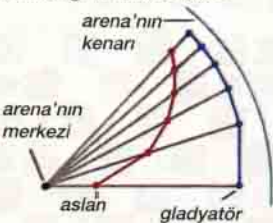
Gladyatör G_1L_1 doğrusuna dik yönde P_1 'e kadar koşar. P_1, L_1G_1 'e paralel yançap ile gladyatörün yolunun kesişme noktasıdır.

İkinci Safha (Şekil 3b)

Gladyatör G_1P_1 doğrultusunda P_1 'den itibaren a_1 kadar gider [a_1, c şikkındaki squiral'de 1. adımdır] ve G_2 ye varır. Bu sırada aslan L_2 ye varmıştır.

Sonraki Safhalar (Şekil 3c)

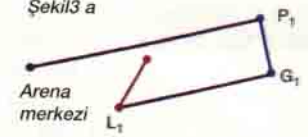
Gladyatör her keresinde G_n ile L_n yi birleştiren doğruya dik yönde koşarak P_n ye varır. P_n den sonra G_nP_n ile aynı doğrultuda P_n den itibaren squiral'in n. kenarının uzunluğu kadar koşar. Bu şekilde gladyatör sürekli arena duvarları içinde kalır ve asla (sonsuz kadar) aslanın pençeleri arasına düşmez. Şekilde P_1G_2 squiral'in 1. adımına, P_2G_3 2. adımına... denk uzunluktadır. L_1G_1 ile P_1 -merkez ve L_2G_2 ile P_2 -merkez doğrularının paralellğine dikkat edin.



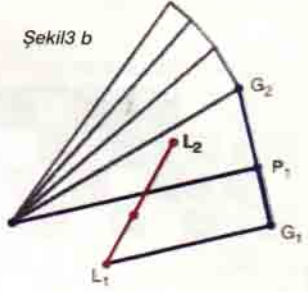
Şekil 2- Gladyatör squiral çizmelidir. Bunun için kendini merkeze birleştiren doğruya dik gider. Her keresinde gittiği yol, n'in -0,75. kuvvetiyle çarpılır.

e) İki boyutlu bir ortamda (düzlemde) gladyatör ne yaparsa n aslandan kurtulamaz. İmparator arena'ya 3. bir boyut ekler ve onu küre biçiminde yaptırırsa iş biraz değişir. Hızı gladyatör kadar olan n aslan n boyutlu bir kürede gladyatörü yine daima yakalar, (n-1) aslan ise yakalayamaz. Bu, yüksek matematikle kanıtlanabilir. Geometri, vahşi hayvanlarla savaşmakta bile işe yararmaktadır.

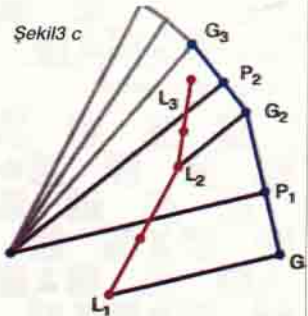
Şekil3 a



Şekil3 b



Şekil3 c



Şekil 3 Kaçış stratejisi: Gladyatör aslan kadar hızlı koşarsa ve aşağıdaki stratejiyi izlerse kurtulur. (G_1 = Gladyatör, L_1 = Aslan)