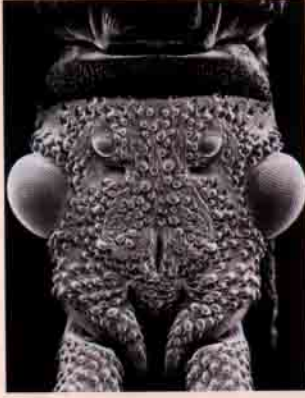
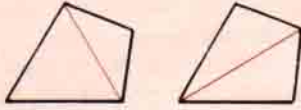


Gariplikler Dünyası



Bu nedir dersiniz?

İki Dörtgen



Birbirinin aynı iki dörtgen çizip kesin. Birini bir köşegen, diğerini bir köşegen boyunca kesip ikiye ayırın. Bu dört parçanın bir araya getirilmesiyle bir paralelkenar oluşturulduğunu gösterin.

Sonsuz Odalı Otel

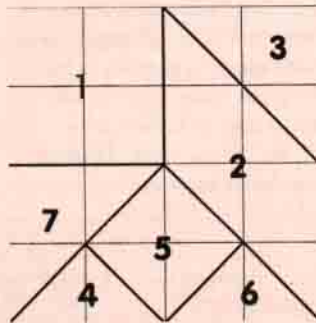
Mayıs sayımızda verdiğimiz bu probleme değişik versiyonlarıyla devam ediyoruz.

a) Galaksi merkezinden gelen yeni bir emir müdürün bayılmasına neden oldu. İstenen şeydu: Galaksideki sonsuz odalı sonsuz otel yıkılıp yeniden yapılacağından, gelecek bütün müşteriler Kosmos oteline yerleştirilecekti. Bu olanaksız gözüktüyordu. Aşçı şöyle bir teklif getirdi: Birinci otel bizimki olsun. Otelimizde 1 No'yu yerinde bırakın. 2 No'dakini 1001'e, 3 No'dakini 2001'e, 4 No'dakini 3001'e vb. yerleştiriniz. Sonra 2. Oteldeki müşterileri bizim 2, 1002, 2002,... No'lu odalarımıza koyunuz. 3. Oteldekileri 3, 1003, 2003, 3003, 4003,... No'lu odalara yerleştiriniz vb. Fakat, müdür ona bir soru sorunca, bu defa aşçı bayıldı: "Peki, 1001. ve ondan sonraki otellerin müşterilerini ne yapacaksın?" (Bu yöntem en çok 1000

otele uygulanabilir). Muhasebeci başka bir teklifle geldi: "Geometrik dizi kullanalım. 1. Oteldekileri 2,2²,2³,2⁴,... numaralı odalara, 2. Oteldekileri 3,3²,3³,3⁴,... numaralı odalara, 3. Oteldekileri 4,4²,4³,4⁴,... numaralı odalara yerleştirelim ve ...". Müdür sözünü kesti: "Hani herkese bir oda? 1. otelin 2 No'lu müşterisiyle 3. Otelin 1 No'lu müşterisi bizim otelin 4 No'lu odasına birlikte düştü." Muhasebeci utancından 99 parmağının ikisini koparıp attı. Çözümü bulmak yine Ruhi'ye düştü. Acaba nasıl? (Biraz asal sayıları düşünelim.)

b) Ancak müdüriyet yukarıdaki problemin çözümüne doğru olmasına rağmen, itiraz etti; çünkü sonsuz odalı sonsuz otelin bütün müşterilerini içine almasına rağmen sonsuz odalı Kosmos otelinin büyük bir bölümü boş kalmıştı. Cin Ruhi üç gün odasına kapanıp yalnız jenijenikos meyvesinin suyundan içip, hiperion çöresi yiyerek problemi çözdü. Ancak problemi çözdükten sonra gidip otel müdürünün kulağını kare biçimi ısırdığından bir süre Infinitoslu ruh doktoru uzaylı kadınlarca çok yakından tedavi edildi. Çözüm a ve b ne olabilir? (Matematik Dünyası 2(5):1-9, 1992'den modifiye edilerek. Asıl kaynak: Timur Karaçay; Soyut Matematığe Giriş, MEB, 1975, İstanbul)

Tangramlar



Bu sayıda eski sayılarımızda verdiğimiz Tangram bilmecelerimize yeniden başlıyoruz.

Eski Çin oyunu Tangram'a dayanan bu hoş bilmeceleri



yeni başlayan okuyucularımız için tekrar hatırlatmak istiyoruz. 8x8 cm'lik bir kareyi şekilde görüldüğü üzere 7 parçaya ayırın. Bu yedi parçayı uygun bir şekilde bir araya getirerek verdiğimiz hayvan modellerini oluşturmaya çalışın. (Parçaları kalın plastikten, pleksiglasdan veya kontrplaktan yapmanızı tavsiye ederiz).

Saat Kaçta Gitti?



Kentin çalar kule saati yarım saatlerde 1 kere, tam saatlerde saat sayısı kadar (1'de bir kere, 2'de iki kere,... 12'de on iki kere) çalmaktadır. Cin Ruhi parkta çalar kule saatine yakın oturup okumayı sever. Bir gün Ruhi okurken saat 5 kere çaldı ve

bu 5 çalışta toplam 11 vuruş yaptı. Cin Ruhi son vuruştan sonra okumakta olduğu "Atatürk'ün Bursa Nutku"nu kapatarak evin yolunu tuttu. Ruhi saat kaçta yerinden kalkmıştı?

Kaç Yaşındalar?



1987 yılında Cin Ruhi'nin yaşı, yeğeni Cinnoş'un doğum yılının basamakları toplamına ve Cinnoş'un yaşı Cin Ruhi'nin yaşının basamakları toplamına eşitti. Cin Ruhi Cinnoş'tan 7 yaş büyük olduğuna göre yaşlarını bulun?

Yeşil Gözlü Kediler

- 1- Terbiye edilmemiş kediler arasında balık seven yoktur.
 - 2- Gorille oynayan kuyruksuz kedi yoktur.
 - 3- Bıyıklı kediler daima balık sever.
 - 4- Terbiye edilmiş kediler arasında yeşil gözlü yoktur.
 - 5- Ancak bıyıklı kedilerin kuyruğu vardır.
- Sorular: 1- Gorille oynayan yeşil gözlü kedi var mı?
2- Gorille oynamayan yeşil gözlü kedi var mı?



Şanslı Sayı

Otobüs biletiçi 1.gün numaraları 537000'den 537999'a, 2. gün 462000'den 462999'a kadar olan biletleri sattı. 1. günkü biletlerde kaç tane şanslı sayı varsa, 2. günkü biletlerde de o kadar şanslı sayı olduğunu kanıtlayınız (Şanslı sayı ilk üç basamağın toplamı son üç basamağın toplamına eşit olan sayıdır; örneğin 537816 şanslı sayıdır; çünkü 5+3+7=8+1+6= 15; 462129'da şanslı sayıdır: 4+6+2=1+2+9=12). (İpucu: 1.ve 2.günün bilet numaraları rastgele değil. İlk üç basamağı alalım: 537... ve 462... 5+4=3+6=7+2=9. O halde ...). (Kvant'dan).

Geçen Ayın Çözümleri

Sonsuz Odalı Otel

a- 1,3,5,7,..., 2n-1 gibi tek no'lu odalarda pulcular kalıyordu. Ruhi şöyle dedi: "1 no'yu yerinde bırak, 3 no'dakini 2 no'ya- 5 no'dakini 3 no'ya,..., 2n-1 numaradakinin n numaraya al. Böylece yarı boş olan otelin (hiçbir yeni müşteri almadan) sonsuz odasının her birine bir müşteri yerleştirilebilir.

b- Çin Ruhi "beni 1 000 000 odaya al. Altımda kalan 999 999 odayı Jüpiter'li şairlere ver. 1 000 000. odadan itibaren herkes 1 no yukarı kayсын. Nasıl olsa odalar sonsuz" dedi.

Taksim

Alyoşa'nın borcu 25 kopek ise toplam 75 kopek harcamıştır. O halde 1 paket fıstık 15 kopektir. Vitya 45 kopek harcamıştır; o halde 45-25=20 kopek almalıdır. Kolya 30 kopek harcamıştır, 30-25= 5 kopek almalıdır.

Mini Problem

$$a\sqrt{a\sqrt{a}} = b^2;$$

$$a^2 \cdot a\sqrt{a} = b^4;$$

$$a^4 \cdot a^2 \cdot a = b^8;$$

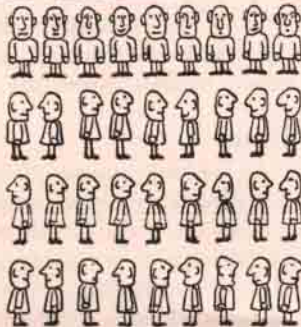
$$a^7 = b^8.$$

Buradan $a=256$ ve $b=128$. Çünkü; $2^7=128$ ve $2^8=256$. Buradan $(2^7)^8=(2^8)^7$ olduğundan $a=2^7=256$ ve $b=2^8=128$.

Telgraf Direği

Direğin üzerine yerden 1m. yükseklikte bir işaret koyun. Sonra kolumuzu gererek cetveli yere dikely olarak ileri uzatın ve cetvel direği tamamen örtene kadar gerileyin. Cetvel üzerinde direğe koyduğunuz işaretin yerini işaretleyin. Cetvelin 0'ı ile cetvel üzerindeki işaretin arası q cm ve cetvelin uzunluğu p cm ise direğin boyu yaklaşık p/q m'dir.

Yüz Yüze Bakmak

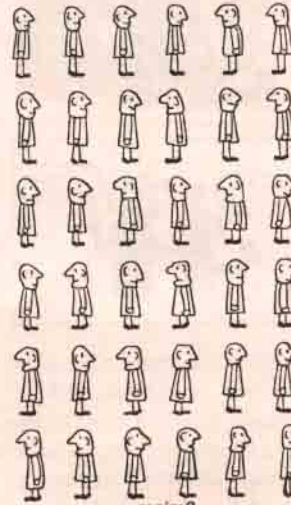


resim1



resim2

Önce b'yi yanıtlayalım. a, c ve d bundan sonra ispatlanabilir. b) Resim 1'de görüldüğü üzere, dönme sayısı sıradaki öğrenci sayısının 1 eksiğini geçemez. Sırada 9 kişi vardır ve kırmızı öğrencinin yüzüne bakan 4 ve ensesine bakan 4 öğrenci bulunmaktadır. Bu sayıya $m=8$ diyelim. Dönüşler 8 hamle sonra durmuştur. Kırmızı çocuk her dönüş yapıp m bir eksilmektedir. Ayrıca bellidir ki $m \leq N-1$ dir. (N sıradaki öğrenci sayısı; burada $N=9$.) Açıkça bellidir ki bir öğrenci en çok $N-1$ ke-



resim3

5. saniyedeki durum

re (burada 9-1=8 kere) dönebilir. Böylece c ve a şıkkı da kanıtlandı. Dönüşler N-1 saniye sonra durur. d) N=k için söylenen durumun gerçekleştiğini varsayıp tümevarım kullanalım. N=k+1 iken en sağdaki 1. ve 2. öğrenciyeye bakalım (Resim2). (En sağdaki öğrenci kırmızı, sağdan ikinci öğrenci mavi). Kırmızı öğrenci sağa baksaydı, asla geri dönmeyezdi (yüz yüze geleceği kimse yok). Kırmızı ve mavi öğrenciler sola, diğerleri sağa baksın. Mavi öğrenci solundaki öğrenci ile yüz yüze gelir. Şimdi varsayalım ki yüz yüze gelen iki öğrenci, 180° geri dönecek yerde 1 adım ileri gitsin (Resim 2). (Bu, yüz yüze gelenlerin birbirleriyle yer değiştirmesi demektir). Bu durumda şekilde görüldüğü üzere kırmızı ve mavi öğrenciler arasında yalnız ve yalnızca 1 öğrenci olabilir. Mavi öğrenci 1 adım ileri gide gide soldaki son öğrencinin ensesine bakar durumda kalır; artık hareket edemez (Resim 2, en alt sıra). Demek ki $N=k+1$ iken hareketin durması, $N=k$ ya göre 1 saniye daha geç gerçekleşir. Süre $1+(k-1)=k=N-1$ saniyedir. N-1 saniye sonra hareket durur. Resim 3'te $N=6$ iken (sırada 6 öğrenci var) $N-1=6-1=5$ hamle sonra dönüşlerin durduğu görülüyor.

Solen'in Evi

6 iki basamaklı sayı verebilmek için evin numarası üç basamaklı olmalı: abc. 6 iki basamaklı sayı şunlardır: ab, ac, bc, ba, ca, cb. Bunları açık yazalım: $ab=10a+b$, $ac=10a+c$, $bc=10b+c$, ..., $cb=10c+b$. Bunların toplamı $22(a+b+c)$ ve bunun yarısı $11(a+b+c)$ yapar. O halde $11(a+b+c)=100a+10b+c$ veya $10c+b=89a$. Fakat, $10c+b$ iki basamaklı bir sayı demektir; o halde

$a=1$ olmalıdır. $10c+b=89$ ise, $c=8$ ve $b=9$ dur, $a=1$ idi. O halde Solen'in evinin numarası 198 dir.

Saatler

2. saat zamanı doğru gösteriyordu.

Harfematik

$$2318=92 \cdot 720/40$$

İrrasyonel ve Rasyonel

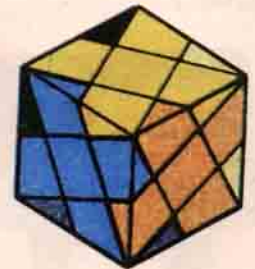
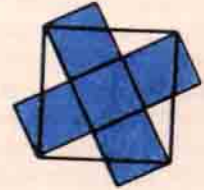
$a=e$ ve $b=\ln 2$ olsun. $a^b=e^{\ln 2}=2$. Problem ispatlandı.

Bir diğer ispat yolu: $a=\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ ve $b=\sqrt{2}$ olsun. $a^b=(\sqrt{2})^{(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}=2$ olur. Problem ispatlanmıştır.

Zarifmetik

4457999 sayısını alalım. Bunu 616 ile bölersek 7 artar. O halde $(4\ 4\ 5\ 7\ 9\ 9\ 9\ -\ 7\) / 616=4457992/616=7237.445799$ $2 \cdot 616=4457376$ da 616 ile tam bölünür. $4457376/616=7236$. Bu iki çözümden başka çözüm yoktur.

Küpü Kaplamak



Artılan yukarıda görüldüğü üzere yapıtırsınız. Artılanın küçükken biçimi artan kısımları büyükölünce köşeler de kapatılmış olur.

Fahrenheit Derecesi

Fahrenheit derecesine T_f ve Celsius derecesine T_c diyelim. $T_c=0$ için $T_f=aT_c+b$ denkleminde $T_f=b=32$ bulunur. $T_c=100$ için $212=100a+32$ 'den $a=1,8$. Şimdi $T_f=1,8T_c+32$ den görüldüğü gibi 40 derecede $T_f=T_c$ olur: $T_f=1,8(-40)+32=-72+32=-40$. Eksi 40 de-

recede her iki termometre -40'ı gösterir.

Mantık Yoluyla Küpkök

30'un küpü-27 000, 20'nin küpü 8000'dir. O halde aradığınız sayı (ki 19 binden biraz büyüktür) bu ikisi arasındadır. Sonu 3 ile biten bir küp sayısının küpköğü 7 ile bitmek zorundadır, (7 kere 7, 49 yapar; 7 kere 49 derken 7 kere 9=63 deriz ve küp 3 ile bitir). O halde aranan sayı 27' dır. $27^3 = 19683$. Yıldız yerine 6 geleceğini şöyle buluruz: 27^3 , 9 ile bölünmelidir, o halde basamakların toplamı 9'un katı olmalıdır; $1+9+8+3=21$ olduğundan $=6$ olmalıdır ($3 \times 9=27$).

Şifre

196-784-36-25
(i harfi için KRL ve M'de 6 konmuş, diğer harfler farklı, sayılar da farklı).

Matematik Olimpiyatları

$$\frac{n(n+1)}{2} = 55$$

den $n=10$. 10 soru sorulmuştu.
($1+2+3+\dots+n=n(n+1)/2=55$).

Olanaksız Dostluklar

O zaman dostların sayısı 35. 11 olurdu. Fakat $35.11=385$ tek bir sayıdır. Dostluklar ikişer ikişer kurulduğundan sonucun çift ol-

ması beklenirdi. Öğretmen herkes 2n kişiyle dost olsun deseydi bu mümkün olurdu; çünkü o zaman $35 \times 2n=70n$ çift bir sayı olurdu.

Ekşi Salata

Salataya önce biraz zeytinyağ koyarsınız. Sonra şişeyi ters çevirirsiniz; sirke alta gelir ve zeytinyağı üste çıkar; artık istediğiniz kadar sirke kullanabilirsiniz.

Kral Arthur'un Kalkanı

Dairenin yarıçapı r olsun. Sol kırmızı alan+sağ sarı alandan oluşan yarım dairenin alanı $= \pi r^2/8$, 45° açılı daire kesmesinin alanı $= \pi r^2/8$. Kırmızı alan+sağ sarı alan=mavi alan+sağ sarı alan. Buradan kırmızı alan=mavi alan.

12 Kibrit

12 kibritle bir küp oluşturun; küpün 6 kare yüzü vardır.

İki Kesir

Bu kesir $19/7$ dir. $96/35 > 19/7 > 97/36 \rightarrow 7.96/35 > 19 > 97/36.7$. Gerçekten $19.2 > 19 > 18.8$.

İki Kare Toplamı

$4n+1$ şeklindeki asal sayılar daima iki kare toplamıdır. 17, 41, 89... böyledir.

Defininin Yeri

Meşeden karaağaca doğru, meşe-karaağaç arası mesafenin yarısı kadar yürüyüp 90° sola dönün ve geldiğiniz yol kadar yürüyün; define oradadır.

İki Çaydanlık

A'daki su seviyesi çaydanlık burnunun iç (alt) deliğinden daha aşağı hizada olmalıdır. B'de ise çaydanlık burnunun iç (alt) deliği hizasında su vardır; bu nedenle buhar çaydanlık burnundan değil kapaktan çıkmaktadır. Daha az su içeren A daha çabuk kaynar.

Özel Bir Diküçgen

1- m ve n gibi öyle iki sayı alalım ki ikisi de tek veya ikisi de çift olsun. Örneğin, $m=4$ ve $n=2$. $X=m^2-n^2=12$, $Y=2mn=16$, $Z=m^2+n^2=20$. $12^2+16^2=20^2$. Görüldüğü gibi 12, 16 ve 20 nin 2 ve 4 gibi iki ortak bölene vardır. Bir diğer örnek: $m=5$ ve $n=3$. $X=16$, $Y=30$, $Z=34$. $16^2+30^2=34^2$. Bu yöntemle X,Y, ve Z en az 2 ile bölünür, yani X,Y, ve Z çifttir, X,Y, ve Z nin birden fazla ortak bölene de olabilir.

2- m ve n den birini tek, birini çift alalım. Bunların ortak bölene olmasın. Örneğin, $m=5$ ve $n=4$ olsun. $X=9$, $y=40$, $Z=41$. $9^2+40^2=41^2$. Görüldüğü gibi X,Y, ve Z nin ortak bölene yok.

3- m ve n aralarında asal seçilirse diküçgenin kenarları aralarında asal olur. $m=5$ ve $n=2$ aralarında asaldır (ortak bölene yok). O zaman $X=21$, $Y=20$, $Z=29$ aralarında asal olur. Bunun aksine m ve n'nin ortak bölene varsa diküçgenin kenarlarının da ortak bölene vardır. Örnek: $m=9$ ve $n=6$ olsun. Bunların ortak bölene 3'tür. Bunlardan $X=45$, $Y=108$, $Z=117$ bulunur. $45^2+108^2=117^2$. 45, 108, 117'nin ortak bölene vardır: $9=3^2$. Bu sayıları 9 ile bölersek $X=5$, $Y=12$, $Z=13$ elde ederiz. Bu bize primitif diküçgeni vermiştir. Non-primitif diküçgenler de dahil bütün Pisagor üçgenlerini veren formül şudur: $X=K(m^2-n^2)$, $Y=(K(2mn))$, $Z=K(m^2+n^2)$. Bir önceki örnekte $K=9$ dur. ($5.9=45$, $12.9=108$, $13.9=117$).

İlginçtir ki K bir kare veya bir karenin 2 katı seçilebilir: $X=L^2(m^2-n^2)$, $Y=L^2(2mn)$, $Z=L^2(m^2+n^2)$
 $X=2L^2(m^2-n^2)=2(Lm+Ln)(Lm-Ln)=2MN$
 $Y=2L^2(2mn)=(Lm+Ln)^2-(Lm-Ln)^2=M^2-N^2$
 $Z=2L^2(m^2+n^2)=(Lm+Ln)^2+(Lm-Ln)^2=M^2+N^2$
Burada $M=Lm+Ln$ ve $N=Lm-Ln$ dir.
Bu transformasyonlar $L=1$ olduğunda özellikle ilginçleşir.

Briç

Okan Zabunoğlu

1997'nin En İyi Kart Oyunu

Uluslararası Briç Basın Birliği (IBPA) tarafından verilen "en iyi kart oyunu" ödülünü 1997 yılında Norveç'li genç oyuncu Geir Helgemo kazandı. Edgar Kaplan tarafından nakledilen ve "Bridge World" dergisinin Haziran 1997 sayısında yayımlanan bu el ABD-Vanderbilt şampiyonasında oynanmıştı.

B/Herkes $\spadesuit 973$
 $\heartsuit 9762$
 $\clubsuit RT86$
 $\diamond 92$
 $\spadesuit 84$ K $\spadesuit DVT5$
 $\heartsuit RDV84$ B D $\heartsuit AT53$
 $\spadesuit 5$ $\spadesuit 3$
 $\clubsuit RT753$ G $\clubsuit DV64$
 $\spadesuit AR62$
 $\heartsuit -$
 $\heartsuit ADV9742$
 $\spadesuit A8$

Batı Kuzey Doğu Güney
2♥ P 4♥ 6♦
P.

Batı ♥ ve bir minör gösteren zayıf 2♥ açısı yaptıktan sonra Doğu 4♥ dedi ve Gü-

neyde oturan Helgemo fazla kurcalamadan yapabileceğini zannettiği kontratı ilan etti: 6♦. Batı ♥R atak etti; deklarandan çaktı ve ♦A çekip 7'liye doğru ♠ oynadı! ♠'ten çift empas tehlikesini gören Doğu, ♠7'liyi V ile alıp hemen ♠5'liyi döndü, ama nafile, deklarandan kararını vermişti; ♠5'liye elden küçük vererek 6♦'yu yaptı.

Son derece ilginç bir el; kontratı yapmanın tek yolu, aynı renkten (♠'ten), önce Batının 8'lisine sonra ise Doğunun çift önörüne, yani bir sola iki sağa, toplam 3 kere empas atmak.

Geçen Sayıdan

K/K-G $\spadesuit 32$
 $\heartsuit DV98$
 $\clubsuit R65$
 $\spadesuit VT85$
K $\spadesuit 85$
B D $\heartsuit 763$
G $\heartsuit DT97$
 $\clubsuit RD92$

Batı Kuzey Doğu Güney
- P P 1SA
3♠ Kontr P 4♥
P.

Güneyin 1SA açısı dengeli el ve 15-17 puan göstermektedir. Batının 3♠ deklarasi "blokatif"dir; en az 6'lı ♠ ve zayıf el vaat eder. Kuzeyin 3♠'e kontrü "negatif"dir; diğer renklere tolerans gösterir.

Güney tarafından ulaşılan 4♥'e Batı ♠A atak eder ve ♠R'yı da çekip ♠D ile devam eder. Deklaran ♠D'ına yerden ♥D ile çakar. Sıra Doğuda? Doğu olarak bu löveye hangi kartı oynarsınız?

Deklaranın 3 kart ♠'i, 4 kart ♥'ü ve toplam 6 kart minörü var. Ayrıca deklaranda 4 tane ♣ olmadığını varsayabiliriz, aksi halde ortağımız ♠AR'dan sonra singleton ♣'ini oynardı. Deklaranda 4'lü ♦ ve 2'li ♣ varken, ♦V de varsa

kontratı batıramayız; ♦V yoksa, kontrat zaten batır. O halde deklaranda 3-3 minör ve ♦V varken kontratı batırmanın yollarını aramalıyız.

Eğer Doğu üçüncü löveye ♦ atarsa, deklaranda 3 tur koz ve D'a empas atarak 3 tur ♦ çektikten sonra ♣V oynayarak eli ♣R'ya (veya D'a) bağışlar ve Doğu mecburen ♣ dönerek kontratı yaptırır. O halde Doğu üçüncüsü löveye ♣ verip, son 4 löveye 3 ♣ ve bir ♦ ile girmeli; böylece ♦ çıkış kartı olur. Deklaranın eli [♠V76♥ART5♦AV4♣A64].

Nasıl Oynamalı?

♠R32 K $\spadesuit 85$
♥R83 B D $\heartsuit AD76$
♦DV4 $\spadesuit 7$
♠AT85 G $\clubsuit R97632$

Batının 1♣ açısına Kuzey 1♦ ile üste konuştuğundan sonra 5♣'e ulaşılır. Kuzey ♣V atak eder. Nasıl oynamalı?