

Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Boğa

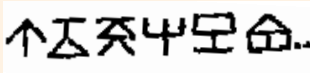


Boğanın başı sola bakıyor, yalnızca 2 kibritin yerini değiştirerek boğanın sağa doğru bakmasını sağlayın.

Bir Holmes Problemi

Şehir dışında yeni bir silahın yapıldığı fabrikaya bomba konmuş ve fabrika havaya uçurulmuştu. Mahkemede çeşitli tanıklar dinlendi. Bir çiftçi: “Fabrikadan önce bir patlama duyuldu. Sonra alevler ve en sonra dumanlar yükseldi”. Bir otostopçu: “Önce kopkoyu siyah bir duman çıktı fabrikadan, sonra alevler yükseldi ve en son büyük bir patlama duyuldu”. Bir çocuk: “Hiç duman görmedim. Önce patlama oldu ve sonra alevler yükseldi”. Civarda uçmakta olan bir özel uçağın sahibi: “Fabrikadan 250 km. uzakta 4 km. yüksekte uçarken fabrikayı alevler sardığını gördüm. Sonra koyu bir duman çıkmaya başladı ve peşpeşe patlamalar oldu”. Mahkemede dinleyiciler arasında bulunan Sherlock Holmes yargıca konuşmak istediğini söyledi. Holmes’in söylediği bir cümle üzerine bu 4 tanıktan biri tutuklandı. Acaba kim tutuklandı ve Holmes ne söylemişti?

Bunlar da Ne?



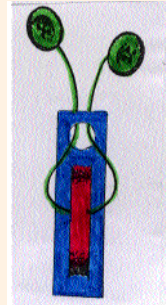
Yukarıdaki şekiller arasında bir ilişki vardır, bu ilişkiyi keşfederek son şekli siz çiziniz.

Yamyamdan Kurtulmak

Cin Ruhi ve Şahane Şahsenem tatillerini Afrika'nın yağmur ormanlarında geçiriyor-

lardı. Birden karşlarına üç yerli çıktı ve tamamlar çalmaya başladı. Yerlilerden biri dev gibi uzun boylu, biri orta, biri de kısa boyluydu. İyi yürekli bir yerli yaklaşmış Ruhi'ye gizlice bir ok ve yay verdi ve şunları söyledi: “Bunlardan biri yamyamdır ve yamyamlar da ima yalan söyler. Buranın âdetleri gereği sizi yemedden önce bir kaç söz söylediler. Yamyamı bul ve vur” dedi. Yerliler Şahane Şahsenem'in güzelliği karşısında sersemlemiştiler. Ruhi bundan yararlanıp düşünmek olanağı buldu. Dev adam (A) “bunların biri yamyamdır, diğeri değildir” dedi. Orta boylu (B) “dev adam yamyamdır” diye bağırdı. Kısa boylu (C) “dev adam neyse ben de oyum” diye fısıldadı. Siz olsanız hangisine ok atardınız?

Düğmeler



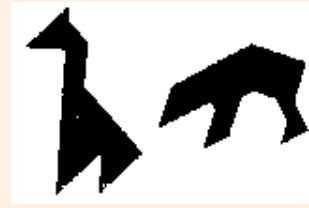
Şekilde görüldüğü üzere düğmeleri ve bağlı oldukları ipi kağıdı yırtmadan ve ipi koparmadan dışarı alın.

Modulus

“Matematik Prensi” Karl Friedrich Gauss'dan önce $31/13$ 'ü şöyle yazdık: $31/13 = 2 + (5/13)$. Gauss bunu şöyle yazdı: $31 \equiv 5 \pmod{13}$. Anlamı: 31, 13'e bölünürse kalan 5'tir, ya da 31 kongrüent 5 modülo 13.

- 31 ve 5'e aynı sayıyı eklerseniz özdeşlik bozulur mu?
- 31 ve 5'den aynı sayıyı çıkarırsanız özdeşlik bozulur mu?
- 31 ve 5'i aynı sayıyla çarparsanız özdeşlik bozulur mu?
- 31 ve 5'in aynı üssünü alsanız özdeşlik bozulur mu?
- $16 \equiv 1 \pmod{5}$ özdeşliğinde 16 ve 1'i aynı sayıya bölerseniz özdeşlik bozulur mu? $40 \equiv 10 \pmod{15}$ için aynı soru.

Tangram



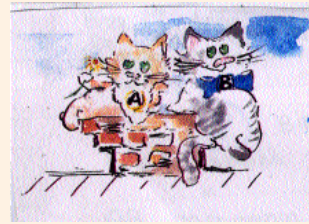
Top Oyunu: Kral

Çocuklar şöyle bir top oyunu oynuyor. İçlerinden biri Kral yapılır. Kral “YEŞİL” diye bağıınca herkes rastgele koşturmaya ve bağışmaya başlar. Kral “KIRMIZI” deyince herkes olduğu yerde durur. Kral topu alıp kendinden en uzak olan kişiye fırlatır. Bu kişi topu yakalayıp kendinden en uzak kişiye fırlatır. vb. Herkes topu kendinden en uzakta olana fırlatır. Topu yakalayamayan kişi yeni Kral olur.

a) Oyun sırasında top aynı iki kişi arasında durmadan bir ona, bir ötekine geçebilir. Buna “çay partisi oluştu” denir; çay partisi ne zaman oluşur?

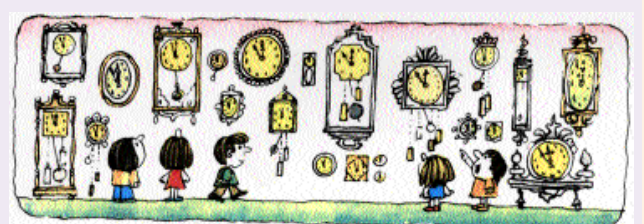
b) Top asla Kral'a geri gelmeyebilir; bu ne zaman oluşur?

Bir Çarpım



Beş basamaklı A sayısı yalnız 1 ve 2'lerle, yine 5 basamaklı B sayısı yalnız 3 ve 4'lerle yazılıyor. AB çarpımının son iki basamağı aynı olabilir mi?

Saatin Vuruşları



Bir saat saat 1'de 1 kere, saat 2'de 2 kere, saat 3'de 3 kere, ..., saat 12'de 12 kere ve her yarım saatte bir kere çalıyor. Bu saat 24 saatte kaç kere çalar?

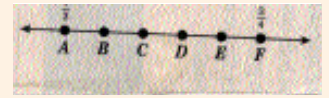
Kravat ve Cüzdan Paradoksları

Ünlü zekâ problemleri ustası Martin Gardner şu problemi sordu: İki oyuncu cüzdanlarındaki paraları masaya boşaltırlar. Üçüncü bir kişi paraları sayar. Parası daha az olan diğerinin cüzdanındaki parayı alır. Burada nasıl bir paradoks var?

Buna benzer bir paradoks Fransız matematikçisi Maurice Kraitchik tarafından bulunmuştur. İki kişinin herbiri “benim kravatım seninkinden daha güzel” der.

3. bir kişiyi hakem tâyin ederler. Bahsi kazanan (kravatı daha güzel olan) teselli için kravatını bahsi kaybeden kişiye verir. Burada nasıl bir paradoks var?

Hangi Kesir?

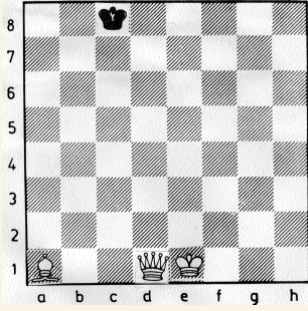


Bir sayı doğrusu üzerinde A, B, C, D, E ve F eşit aralıklarla sıralanmışlardır. A noktası $1/3$ 'e ve F noktası $3/4$ 'e karşılıksa E noktası hangi kesire karşılıktır?

Arşimed Silindirleri

Birbirinin aynısı iki kare prizma birbirlerini dik olarak kessin. Kesit bölgesinde bir küp oluşur. Birbirinin aynısı 2 silindir birbirlerini dik olarak kessin. Kesişme bölgesinde her iki silindire de ait ortak hacim ne kadardır? (Silindirin taban yarıçapı r).

Cin Satrançı



Beyaz oynar ve 1 hamlede mat yapar. Evet, yanlış yok, 1 hamlede mat.

Geometride Sürprizler

1) İki daire var; herbirinin merkezinden diğerine 2 teğet çiziliyor. Teğetlerin daireleri kestiği 4 noktanın özelliği nedir?

2) Hangi dörtgende karşılıklı kenarların çarpımlarının toplamı, köşegenlerin çarpımına eşittir?

3) Bir dörtgende köşegenlerin ortasını birleştiren doğrunun özelliği nedir?

4) Herhangi bir üçgenin her kenarı üzerinde eşkenar bir üçgen oluşturun. Bu üç eşkenar üçgenin merkezlerini birleştirirsek hangi şekli elde ederiz?

5) Bir daire içine çizilmiş bir çokgenin bir köşesinden köşegenler çizerek çokgeni üçgenlere ayırın ve her üçgenin iç dairesini çizin. Çizilen iç dairelerin çaplarının toplamı nasıl bir özellik gösterir?

Paralar



Şekilde 6 tane madeni para görüyorsunuz. İstenilen bunlardan birinin (ve yalnız birinin) yerini değiştirmesiyle yatay ve düşey doğrultularda dört madeni paralık iki dizinin meydana gelmesidir.

Diziliş

n kişiyi, a ile b yanyana gelmeyecek şekilde bir doğru üzerine kaç türlü dizebiliriz?

Dokunmazlık

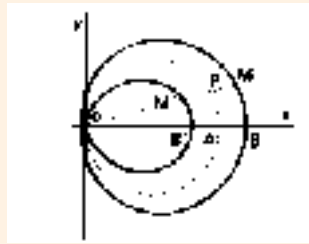
Bir satranç tahtasına 5 at ve 5 kaleyi öyle koyunuz ki hiçbiri diğerini alamaz.

Kırk Elçi

Bir kasabada 40 farklı ülkenin 40 elçisi 40 evde yaşıyor. Her elçinin evde 1 uşağı ve kendisi var. Bir gün Birleşik Ülkeler Komutanlığına şöyle bir ihbar geliyor: Her elçinin uşağı, bir başka elçiye gizli haberler ulaştırarak ülkesi aleyhine casusluk yapmaktadır. 40 ayrı uşak 40 farklı elçiyle ilişki içindedir. Hiçbir elçinin 2 uşakla ilişkisi yoktur. Kendi efendisi dışında kasabadaki herkes bu ihanetlerden haberdardır. Komutan bütün elçileri toplayıp şöyle diyor: "İçinizden en az birinin uşağı başka elçiyle ilişki kurarak ülkesine ihanet ediyor. Bundan emin olduğunuz anda uşağınızı komutanlığa teslim ediniz". 40. gün 40 elçi uşağını komutanlığa getiriyor. Neden 40. gün? (Çok ince bir mantık var burada. İyi düşününüz).

İlginç Eğriler

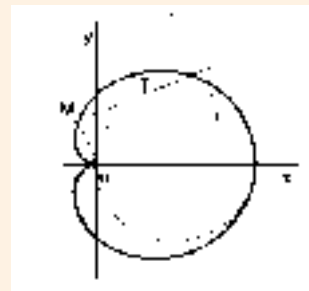
Paskal Salyangozu



OA=a. OP kirişi üzerinde PM = PM' = AB = AB' = b. M ve M' noktalarının geometrik yeri bu eğridir.

$(x^2+y^2-ax)^2 = b^2(x^2+y^2)$ (Roberval 1644, büyük matematikçi Pascal'ın babasının ansısına bu ismi vermiştir).

Kardioid (yürek biçimi eğri)



a yarıçaplı dairenin çeşitli teğetleri üzerinde O'nun izdüşümü alınarak bulunan M noktalarının geometrik yeridir.

$$(x^2+y^2)^2 - 2ax(x^2+y^2) - a^2y^2=0$$

(Castillon 1741)

Nilüfer

Havuzda bulunan bir nilüfer yaprağı öyle büyümektedir ki her gün bir evvelki gün kapladığı alanın iki katını kaplamaktadır ve içinde bulunduğu 25 m²lik bir havuzun yüzünü 20 günde tam olarak örtmektedir. Aynı şartlarla büyümekte olan ikinci bir nilüferle birlikte başlamış olsalar bu havuzun yüzünü kaç günde kaplayacaklardır?

Zebra

5 komşu evde 5 farklı ülkenin elçileri yaşıyor. Herbirinin içeceği, sigarası ve ev hayvanı kendine özgü.

1) İngiliz kırmızı evde 2) İspanyol köpek seviyor 3) Beyaz evin sağına bitişik yeşil evde kahve içiliyor 4) Fransız çay seviyor 5) Püro içenin papağanı var 6) Ortadaki evde süt içiliyor 7) İsveçli en soldaki evde 8) Kedi besleyene komşu evdeki, yabancı sigara içiyor 9) Pipo içen kedili eve komşu 10) Pipo içen portakal suyu seviyor 11) İtalyan püro ve sigara içmiyor. 12) Maymunlu evden sonraki 2. ev yabancı sigara içiyor 13) İsveçli mavi eve komşu 14) Maymunlu evin komşusu Türk sigarası içiyor 15) Papağanlı evdeki viski seviyor.

Zebra kime ait? Her elçinin içkisini, sigarasını ve hayvanını bulunuz.

Gizli Gerçekler

Bahçede öğrenciler toplanmıştı. Okul bir spor gösterisine hazırlanıyordu. Her öğrencinin eşofmanına bir sayı yazılmıştı. Herhangi 7 öğrencinin numaralarının toplamı 14 ve bütün öğrencilerin numaralarının toplamı 100'dür. Bahçede en az kaç öğrenci var?

İççe Daireler

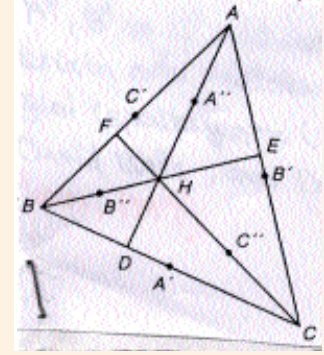
Yarıçapı 1 olan bir daire içine aynı merkezli ve yarıçapı bir öncekinin 2/3'ü olan daireler çiziliyor. Daire sayısı sonsuza giderken dairelerin

çevrelerinin ve alanlarının toplamını bulunuz.

El Sıkışlar

Bir toplantıda toplam 66 el sıkış yapıldı, toplantıda kaç kişi vardı?

Dokuz Nokta Dairesi (Euler daresi)



Şekildeki ABC üçgeninde A', B' ve C' kenarların orta noktaları; D, E ve F yükseklik ayakları ve A'', B'' ve C'' noktaları sırasıyla AH, BH ve CH segmentlerinin orta noktalarıdır. Bu 9 noktadan bir daire geçtiğini ispatlayınız. (Matematğin Gizli Dünyası, David Wells, çev. Doç. Dr. Selçuk Alsan, Sarmal Yayınları, 1997).

Çoraplar

Bir torbanın içinde yüz mavi, seksen beyaz; altmış kırmızı, kırk sarı, yirmi siyah ve iki yeşil çorap var. Aynı renkten bir çift çorabı mutlaka elde etmek için kaç çekim yapmanız yeterlidir? (Her keresinde bir çorap çekiliyor ve çekilen çorap torbanın dışında kalıyor.)

n²+n+1 Formülü

Bu formülü İsviçreli büyük matematikçi Leonhard Euler buldu. n'e -40'tan +39'a kadar istediğiniz tam sayı değerlerini verin; ne buluyorsunuz?

En Hızlı Mat

Öyle bir satranç oyunu düşününüz ki açılış 1.d2-d4; d7-d5 olsun. Bundan sonraki 7 hamlede beyaz yalnız şahını oynasın ve 8. hamlede mat yapсын.

Kare Sayı

Yalnız 0 ve 6 sayılarıyla yazılan kare bir sayı olabilir mi? (Kvant'dan) (ipucu: usavurma).

Geçen Ayın Çözümleri

Tek Yönlü Yollar

Her harfe kaç yoldan gelinebileceğini bulalım: A=1, D=1, B=1, E = B+D=2, F=1, G=E+F=3.Y'ye 3 ayrı yoldan gelinebiliyor.

Esrarengiz Bir Ölüm

Yazları balıkçı dükkanlarının depolarında buz kalıpları bulunur; bunlar çabuk erimesin diye daima talaşla kaplıdır. Balıkçı buz kalıplarını üstüste koyarak tavana erişmiş ve kendini asmıştı. Buzlarsa erimiş ve geriye talaşlar kalmıştı.

Mantığın Gücü

Her okuldan farklı sayıda öğrenci seçilmiş olsun; toplam öğrenci sayısı $1 + 2 + 3 + \dots + 15 = 15.16/2 = 120$; oysa 100 öğrenci vardır. Zorunlu olarak en az 2 okuldan aynı sayıda öğrenci seçilmiştir.

Krallarn İddiası

1. Kral: Kârlı çıkar. 500 altın alıp 1000 altını vermez. Bahsi kaybettiği için 100 altın öder. Kârı 400 altın.

2. Kral: Ne kâr, ne zarar eder. 500 altın alır; 1000 altın vermezse bahsi kaybettiği için 500 altın öder. 500 altın alıp 1000 altın verirse bahsi kazandığı için 500 altın daha alır; aldığı ve verdiği eşittir (1000 altın).

3. Kral: 500 altın alıp 1000 altın verir; bahsi kazandığı için 1000 altın daha alır; 500 altın kârlıdır.

Burada kralların hepsi akıllı çıkmıştır; en akıllısı 3. Kraldır; 2. Kral pek akıllı değildir. 1. Kral akıllıysa da 3. Kral kadar değildir. Tefeci Feci akıllı varsa 2. Kralla bahse girer.

Mantık Uygulaması

1. önerme doğrudur 2. ve 3. önerme yanlış olur. 3. önerme yanlışsa 4. önerme doğrudur; o halde 5. önerme de doğrudur ve 1. önerme yanlıştır. İşte mükemmel bir mantık paradoksu: 1. önermeyi doğru kabul edersek 1. önerme yanlış sonucuna varıyoruz. 1. önermeyi yanlış kabul edersek 1. önermenin doğru olduğuna hükmediyoruz. Matematikçiler bu gibi durumlara "doğrulanamaz" derler; 1. önerme ne doğru, ne de yanlıştır. Ne doğruluğu, ne de yanlışlığı kanıtlanabilir.

Halkanın Alanı

Eş merkez O, teğetin değme noktası M ve kirişi çap alan daireyle büyük dairenin kesişme noktası A olsun.

$$AM^2 = AO^2 - OM^2 \text{ (Pisa-}$$

gor'dan). Her iki tarafı π ile çarpalım: $\pi \cdot AM^2 = \pi \cdot AO^2 - \pi \cdot OM^2$. Sol taraf 3. daire'nin, sağ taraf halkanın alanıdır.

Amip Üremesi I

Amiplerin hepsi ikiye bölünseydi 1 saat sonra kavanozda 2M amip bulacaktık. Fakat amiplerin bölünme olasılığı p'dir. O halde: $N = 2p \cdot M$ ve $p = N/2M$. Örneğin $M = 1$ milyon ve $N = 2$ milyon ise $p = 2/1.2 = 1$, yani amiplerin hepsi ikiye bölünmüş. $M = 1$ milyon, $N = 1$ milyon ise amiplerin yansı bölünmüş: $p = 1/1.2 = 1/2$. $M = 1$ milyon ve $N = 250\,000$ ise $p = 0.25/1.2 = 1/8$ i yani amiplerin sekizde biri bölünmüş; sekizde yedisi ise ölmüş (bölünmeyen amip ölmüş demektir; bu nedenle $p=1/2$ iken $M=1$ milyon ve $N=1$ milyon bulunur. Çünkü 1 milyon amibin $1/2$ si ölmüş, kalan 0.5 milyon amip bölünerek toplam $0.5+0.5=1$ milyon amip oluşturmuştur).

Amip Üremesi II

Bir amipin soyunu sonsuza dek sürdürmemeye olasılığına x diyelim: Bu amip (1-p) olasılıkla ölecek, p olasılıkla ikiye bölünecektir. Şöyle gösterelim:

$$\begin{array}{c} 1 - P \\ \downarrow \\ 1 \rightarrow 0 \end{array} \text{ ve } \begin{array}{c} P \\ \downarrow \\ 1 \rightarrow 2 \end{array}$$

1 amip p olasılıkla 2 amip olacak, (1-p) olasılıkla ölecek. Oluşan 2 amip 1 saat sonra şu olasılıklarla karşı karşıyadır:

1) Her ikisi ölür (soy tükenir); 2) Biri ölür, biri ürer; 3) İkisi de ürer. Birinci amipimizin soyunun kuruması için bu amip; 1) ya 1. oku izleyip ölmeli; 2) ya da 2. oku izlemeli ve oluşan iki amipin her ikisinin de soyu kurmalı. O halde: $x = 1 \cdot \text{oku izleme olasılığı} + [(2 \cdot \text{oku izleme olasılığı}) \cdot x$ (iki amipin soylarının kuruması olasılığı)]. Buradan $x = (1-p) + p \cdot x$ (iki amipin soylarının kuruma olasılığı). Tek bir amipin soyunun kuruma olasılığı x ise her iki amipin de soyunun kuruma olasılığı x^2 dir. (Zarda şaş gelme olasılığı $p=1/6$, düşüş olasılığı ise $(1/6)^2 = 1/36$ dir). O halde: $x = (1-p) + px^2$

Bu 2. dereceden denklem çözümlerse $x=1$ veya $x = \frac{1-p}{p}$ bulunur. Peki, doğru

yanıt hangisi? $p < 1/2$ ise $(1-p)/p > 1$ olacağı kolayca bulunur. Oysa x bir olasılıktır ve 1'den büyük olamaz. O halde $p < 1/2$ ise $x=1$ dir. Demek ki amipin bölünme olasılığı $p = 0.5$ 'den küçükse amipin soyu kurur (sezgimize de uygun). $p \geq 1/2$ ise x kaç olmalı? O zaman

$\frac{1-p}{p} \leq 1$ olur. En fazla n saat sonra hiç amip kalmama olasılığına x_n diyelim. $x_1 = 1-p$, $x_2 = (1-p) + p(p-1)^2$ dir. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ olduğu bellidir.

Şimdi şu eşitsizliği kanıtlamalıyız: $x_n \leq \frac{1-p}{p}$ Bu eşitsizlik $x_1 = 1-p$ olduğundan x_1 için geçerlidir. Şimdi aynı eşitsizliği $(x+1)$ için kanıtlayalım. Yukarıda nasıl $x=(1-p) + px^2$ yazdıysak:

$$x_n + 1 = (1-p) + px_n^2$$

$$\leq (1-p) + p \left(\frac{1-p}{p} \right)^2$$

$$= (1-p) + \frac{(1-p)^2}{p} = \frac{(1-p)}{p}$$

$x_{n+1} \leq \frac{1-p}{p}$ kanıtlanmış oldu.

Eğer $p \geq 1/2$ ise:

$x = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq \frac{1-p}{p} \leq 1$. O halde

$$x \leq \frac{1-p}{p} \leq 1.$$

Böylece $p \geq 1/2$ ise $x = \frac{1-p}{p}$

olduğu anlaşılır.

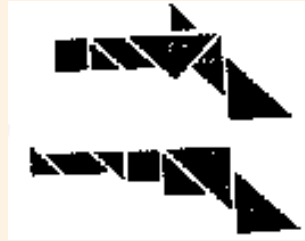
Eğer $0 \leq p \leq 1/2$ ise $x = 1$ dir.

Eğer $1/2 \leq p \leq 1$ ise

$$x = \frac{1-p}{p} \text{ dir.}$$

Amipin sonsuza dek yaşaması için $p > 1/2$ olmalıdır.

Tangram



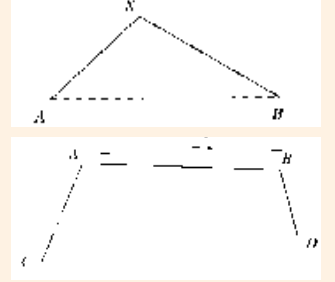
Kaplan mı Hazine mi

Hazineyi bulmak için B kapısını açmalısınız. B'nin arkasında kaplan olsaydı, yazı yanlış olacaktı, A ve C'nin arkasında hazine olacaktı; O zaman A kapısında yazan doğru olurdu (çünkü hazine kapısı); bu ise çelişki yaratırdı; çünkü B ve C'nin arkasındakiler aynı olmayacaktır; B'nin arkasında kaplan ve C'nin arkasında hazine. B'nin arkasında hazine varsa kapıda yazan doğru olur; çünkü A ve C'de kaplan olacaktır ve A ve C kapılarında yazan da gerçekten yanlıştır.

Uydu Fırlatma Hızı

Uyduyu Ekvatordan Dünya'nın 24 saatlik rotasyonunun hız vektörü yönünde ve doğrultusunda fırlatmak daha az enerji gerektirir, çünkü Dünya'nın doğrusal rotasyon hızı roket motörünün hızına eklenir. Meridyen doğrultusunda (ya da Dünya'nın rotasyon yönünün tersine) uydular fırlatılması daha çok enerji gerektirir; çünkü Dünya'nın rotasyon hızından yararlanılamaz.

100 Kent



X kentinden A ve B kentlerine XA ve XB yolları gidiyor. AB, ABX üçgeninin en uzun kenarı. Eğer AX en uzun kenar olsaydı, ne A, X'e ne de X, A'ya yakın kent olurdu ve AX varolamazdı. Bu nedenle ABX üçgeninde AXB açısı en geniş açıdır; bu ise AXB açısının $> 60^\circ$ olması demektir. *Bir X kentinin bulunduğu ve X'dan 6 diğer kente 6 yol gittiğini düşünelim. O zaman X etrafında 6 açı olacak ve herbiri 60° 'den büyük olacağından toplam $6 \times 60^\circ = 360^\circ$ den büyük olacaktı ki olanaksızdır.

O halde bir kentten en fazla 5 yol çıkabilir.

(* Bir üçgenin açıları $\alpha \leq \beta \leq \gamma$ olsun. γ en büyük açı olduğundan $\gamma \geq \pi/3$ 'tür. Aksi halde $\gamma < \pi/3$, $\beta < \pi/3$ ve $\alpha < \pi/3$ olurdu ki o zaman $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ yapmazdı. Verilen koşullarda ($\alpha \leq \beta \leq \gamma$), $\gamma \geq \pi/3$ ve $\alpha \leq \pi/3$ olmak zorundadır).

b) Böyle bir çokgen olduğunu varsayalım. Bu çokgenin en uzun kenarı AB olsun. AB yolu iki nedenle yapılmış olabilir: 1) B, A'ya en yakın kentdir. 2) A, B'ye en yakın kentdir. CA ve BD, AB'ye komşu olsun. O zaman $CA < AB$ ve $BD < AB$. O zaman C, A'ya B'nin A'ya olduğundan daha yakındır. Bu, (1)'e ters düşer. Ayrıca D, B'ye A'nın B'ye olduğundan daha yakındır. Bu da (2)'ye ters düşer. Böyle bir çokgen olamaz.

Yüklü Parçacıklar

Yalnızca kuvvet çizgileri doğrusal olan elektrik alanlarda ve parçacığın başlangıç hızı kuvvet çizgileri doğrultusunda.