

# Ayın Sorusu

Prof. Dr. Azer Kerimov [ bteknik@tubitak.gov.tr

Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi  
Matematik Bölümü

Soruyu çözüp cevabı ad, soyad, adres ve telefon bilgileri ile birlikte bteknik@tubitak.gov.tr adresine gönderenler arasından çekilişle belirlenecek beş kişiye TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları Yayınları'ndan bir kitap hediye edeceğiz:

Bu ay:

**Matematik Bize Ne Anlatıyor?**



**Çözümü ile birlikte gönderilmeyen cevaplar değerlendirilmeye alınmayacaktır.**

Doğru çözüm ve çekiliş sonuçları dergimizin sosyal medya hesaplarından önümüzdeki ayın ilk haftasında duyurulacaktır.

**f** Bilim ve Teknik

**X** tubitakbiltek

**@** tubitakbilimteknik

## Cücelerin Külahlarının İki Renge Boyanması



33 cücenin yaşadığı bir çiftliği ziyaret eden Keloğlan çiftlikteki her cücenin tam olarak 9 külahının bulunduğunu fark eder. Bu külahların her biri beyaz renkte olup her cücenin külahları 1, 2, ..., 9 sayılarıyla numaralandırılmıştır. Buna göre, çiftlikte 1 sayısıyla numaralanmış 33; 2 sayısıyla numaralanmış 33; ...; ve 9 sayısıyla numaralanmış 33 külah bulunuyor.

Keloğlan cücelere toplamda 297 adet beyaz külahın her birini ya kırmızı ya da mavi renge boyamak istediğini söyler. Boyama kurallarına göre, Keloğlan her gün sadece bir beyaz külahı boyayacaktır. Keloğlan her sabah cücelere o gün ona verilecek beyaz külahı hangi renge boyayacağını söyler ve cüceler de o günün rengini öğrendikten sonra birbirlerine danışarak o gün hangi cücenin kaç numaralı beyaz külahının Keloğlan'a verileceğine karar verirler. Keloğlan istediği gün istediği rengi söyleyebilir, söylenen renk sayısına ve söylenen renklerin sıralamasına dayalı herhangi bir kısıtlama bulunmuyor. Herhangi bir beyaz külah boyandıktan sonra bu külahın üzerinde bulunan numarası silinmemektedir, örneğin 2 sayısıyla numaralanmış bir beyaz külah kırmızı renge boyandıktan sonra 2 sayısıyla numaralanmış bir kırmızı külah oluyor.

297 gün sonra boyama işlemleri tamamlandıktan sonra her cücenin elinde her biri kırmızı ve mavi renklerden birine boyalı ve her biri 1, 2, ..., 9 sayılarıyla numaralanmış yedi külah bulunacaktır. 7 külahtan oluşan bu külah derlemesine koleksiyon diyelim. Herhangi iki koleksiyonda aynı sayıyla numaralanmış fakat farklı renklere boyalı olan külah veya külahlar bulunuyorsa bu koleksiyonlara birbirinden farklı koleksiyonlar diyelim. Buna göre mümkün olan farklı koleksiyon sayısı  $2^9 = 512$ 'dir.

Keloğlan'ın amacı 297 gün sonra, yani tüm beyaz külahlar kırmızı veya mavi renklere boyandıktan sonra oluşan farklı külah koleksiyon sayısının mümkün olduğunca büyük sayı olmasını sağlamaktır. Cücelerin amacı ise boyama sonucunda oluşacak farklı külah koleksiyon sayısının mümkün olduğunca küçük sayı olmasıdır.

Keloğlan her sabah kırmızı ve mavi renklerden istediğini söyleyerek cüceler tarafından boyanacak beyaz külah sıralamasından bağımsız olarak her zaman 297 gün sonucunda en az N farklı külah koleksiyonunun oluşmasını garantileyebiliyorsa, N sayısının alabileceği en büyük sayı kaçtır? Bulduğunuz N sayısı için Keloğlan'ın farklı koleksiyon sayısının en az N olmasını nasıl garantileyeceğini ve N sayısının neden daha fazla olamayacağını gösteriniz.