

Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Dört Elbise



Anya, Valya, Galya ve Nadya dört arkadaş. Yeşil elbiseli kız, (ki Anya ya da Valya değildir) mavi elbiseli kızla Nadya arasında duruyor. Beyaz elbiseli kız, pembe elbiseli kızla Valya arasında duruyor. Hangi kız hangi elbiseyi giymiş?

Yarım Daire

Uzaylı Zalimoslar, 12 esirin bir çember üzerine rasgele dizilmelerini istiyorlar. Niyetleri çembere elektrik vererek ellerindeki 12 esirin hepsini öldürmektir. Yalnız ellerindeki güç kaynağı ancak 180°'lik bir yaya elektrik vermeye yetiyor. Bu nedenle 12 esirin hepsinin 180°'lik bir yaya (bir yarım çembere) dizilmesini umuyorlar. Rasgele dağılmış 12 esirin aynı yarım daire üzerinde olmaları olasılığı nedir?

Yansıma



Çayla dolu bir çay fincanının ortasında dikine bir çay kaşığı duruyor. Bu kaşığın duvardaki gölgesi nasıl olur? (Kvant'dan)

Kareyi Karelere Bölmek

Kenarı 1 olan bir kareyi köşegenle ikiye bölüp yarısını alıyoruz. Bu eşkenar diküçgen içine, bir köşesi köşegenle değmek ve her keresinde kenar uzunluğu % 50 azaltmak üzere, giderek küçülen kareler çiziyoruz. Kenarı 1/2 olan 1 kare, 1/4 olan 2 kare, 1/8 olan 4 kare, 1/16 olan 8 kare,....., 1/2^k olan 2^{k-1} kare çizebiliriz. Bu 1, 2, 4, 8, 16,...., 2^{k-1} karenin hepsinin çevrelerinin toplamı 1993'ü geçebilir mi?

Suçlu Kim?



Polis Stepan Stepanov kırılan bir cam sesi duydu ve 4 çocuğun kaçmakta olduğunu gördü. İfadeler şöyleydi: Andrey: Camı Viktor kırdı. Viktor: Camı Sergey kırdı. Sergey: Viktor yalan söylüyor. Yuri: Camı ben kırdım. Sonraki konuşmalardan şu anlaşıldı: çocuklardan yalnız biri doğruyu söylemişti. Camı kim kırmıştı?

İki Mıknatıs

Elinizde aynı biçim, hacim ve ağırlıkta, biri mavi, biri kırmızı iki demir çubuk var. Bunlardan yalnız biri mıknatıs. Hangisinin mıknatıs olduğunu nasıl anlarsınız? (başka hiçbir şey yok)

Konik Üzerinde 6 Sentroid

Bir ABC üçgeni içinde bir P noktası var. AP , BP ve CP doğruları BC , CA ve AB doğrularıyla, sırasıyla D , E ve F noktalarında kesişiyorlar. 6 adet PBD , PDC , PCE , PEA , PAF ve PFB üçgeni oluşuyor; bu üçgenlerin ağırlık merkezlerinin (sentroid) bir konik (elips,

hiperbol veya parabol) üzerinde bulunabilmesi için P noktasının, üçgenin üç açıortayından en az biri üzerinde bulunması gerektiğini kanıtlayınız. (ODTÜ'den Hüseyin Demir; Kaynak:Math Intelligence)

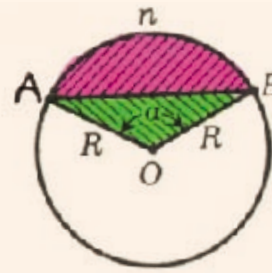
Üçgen+Kare

ABC üçgeninin AB kenarı üzerine dıştan O merkezli $ABDE$ karesi çizilmiş olsun. AC ve BC kenarlarının orta noktasına sırasıyla M ve N diyelim. ACB açısı değişirken hangi derecede $OM+ON$ değeri maksimum olur?

Cin Pergeli

Cin Ruhi'nin yeğenleri Cinnoş'la Minnoş odalarının duvarlarını üç renkle -kırmızı, sarı, yeşil- boyuyorlardı. Cinnoş bir ara pergelinin bacaklarını rastgele açarak Minnoş'a şöyle dedi: "Kesinlikle diyorum ki pergelimin iki ucunu duvara öyle dayayabilirim ki iki uç da aynı renk üzerinde olur". Cinnoş bundan neden bu kadar emindi?

Projektörün Taradığı Alan



Bir hücumbotunun projektörü 100 m ilerisine kadar aydınlatıyor. A ve B noktalarında birer düşman gemisi var. Projektör A 'dan B 'ye 120°'lik bir açıyla dönüyor.

a) Projektör deniz üzerinde kaç m^2 lik bir alanı aydınlatıyor?

b) A ve B 'yi birleştiren doğruyla ışık sınırının çizdiği yay arasında kalan daire parçasının (en az aydınlanan yüzeyin) projektörün aydınlattığı toplam alana oranı nedir?

İki Saat

Nadejda, tavanarasında 2 kol saati buldu. İkisini de kurup doğru zamana getirdi ve birini sol, birini sağ koluna taktı. 1 saat sonra sol saat 1 dakika ileri gitmiş, sağ saat 2 dakika geri kalmıştı. Ertesi sabah sol saat 7, sağ saat 6 idi. Nadejda saatleri ne zaman kurmuştu?

Bir Satranç Turnuvası



Satranç turnuvasında Jenya ve Saşa eşit sayıda oyun oynadılar ve sonra hastalanıp turnuvadan çekildiler. Kalan oyuncular turnuvaya devam etti. Toplam 23 oyun oynanmıştı. Jenya ve Saşa turnuvada karşılıklı oynadılar mı? (Kvant'dan)

Yedi Bela Gezegeni

Cin Ruhi, 7 arkadaşıyla birlikte Yedi Bela Gezegeni'ne indiğinde Uzay Turist Bürosu'nda 7 m boyunda, 7 elli, 7 gözlü ve 7 kulaklı bir kız, alına bir aletle 7 kere vurdu.

Meğer bu "zihni açmak" içinmiş; ama nedense Ruhi'nin zihni yerine alını açıldı. Öfkelenen Cin Ruhi, kızın 7 eline 7 kere iğne batırdı ve kız, "ne yapıyorsun kaba-küm" deyince de "biz dünyalılar zihnimiz açılınca iğneleriz, canım-küm" demekle yetindi.

Meğer kız uzay polisiymiş; Cin Ruhi'nin sırtına 7 tane eksi işareti koydu ve yanına 7 tüce vererek 7. Delilik Muayene Bürosu'na gönderdi. Cin Ruhi aklından şüphe ettiklerini anladı. Arkadaşları korkudan Ruhi'ye vuran kız 7 kere 7 yanağından öpüp artı alıyorlardı. Hatta kıza Kafaboş

7 boş cüzdan, Şeytan Şeyda 7 demet şeytan tersi otu ve Balaban amca da 7 balaban kuşu hediye etmişti.

7. Delilik Muayene Bürosunun 7. katında Cin Ruhi'ye 7 hoparlörden şu sorular soruldu:

"Kaç-kızın var?" Ruhi: "x". "Kaç oğlun var?" Ruhi: "y". "Her dirilişte çocuk sayın aynı ve bir önceki hayatındaki çocuk sayısı ile çarpılıyor. 7. dirilişte kaç kızın olurdu? Ruhi: "x⁷". "Kaç oğlun olurdu? Ruhi: "y⁷". "Şimdi kaç çocuğun var?" Ruhi: "x+y". "Kızınla oğlun yapışık doğsa 7. dirilişte kaç çocuğun olurdu? Ruhi: "(x+y)⁷". "Pekala, 7. dirilişteki yapışık çocuk sayından 7. dirilişteki kız ve erkek çocuklarının toplamını çıkar. Ruhi: "Çıkardım" "Şimdi kız ve erkek çocuklarının sayısını (x ve y'yi) öyle belirle ki, elde ettiğin son sayı, yani (x+y)⁷ - x⁷-y⁷. 7⁷ ile tam bölünsün". Yapışıkların fazlası 7⁷ eve yerleştirilecek". Cin Ruhi sinirinden 7 kahkaha attı. Problemi 7 dakikada çözdü. Şimdi sıra sizde.

İki Renk Teoremi



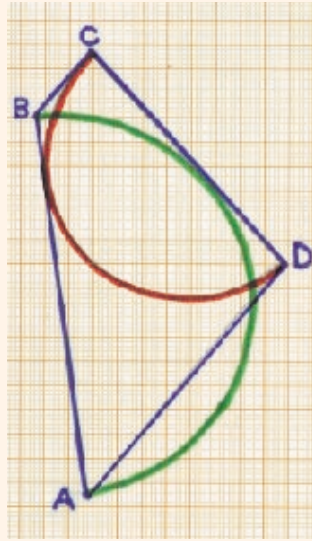
Dört renk teoremini duymuşsunuzdur; bir haritada aynı sınırları paylaşan (aynı noktayı değil!) iki ülkenin farklı renklerde boyanabilmesi için 4 renk gerekli ve yeterlidir. Bu konjektür (ispatsız, fakat doğruluğu belli teorem) 1852'de Guthrie tarafından ileri sürüldü; fakat ancak 1976'da Appel ve Haken tarafından bilgisayarla kanıtlandı. Matematik tarihinde bu bir bilgisayarın ispatladığı ilk teoremdi. Fakat şekildedeki gibi, ülkeler arasındaki sınırlar doğru çizgilerse iki renk yeterlidir! Bunu gösterebilir misiniz?

Bir Pembe Dizi

Bir televizyon kanalı 1988 yılında, "Yılan Hikâyesi" adlı bir pembe dizi göstermeye

başlıyor. Çok uzun bir pembe dizi. 1989'dan başlayarak her yıl, bir yıl içinde bu pembe dizinin gösterildiği günlerin sayısı, bir önceki yıla göre ya % 40 artıyor ya da % 40 azalıyor. Herhangi bir günde en fazla iki kere bu pembe dizi gösteriliyor. 1990'da, dizinin ekrana 1230'ncü gelişinde, seyirciler kahramanın hastalanmasına üzülüyorlar; fakat pembe dizi 1992'de, yıl sonuna 148 gün kala mutlu bir sonla bitiyor. Bu dizi 1988-1992 yılları arasında toplam kaç kez ekrana gelmiştir?

Savunma Hattı



Bir kolordunun kurmay başkanıdır. Birliğiniz bir ABCD dörtgeni üzerinde bulunuyor. Dörtgenin uzun bir AD alt kenarı ve kısa bir BC üst kenarı var. Sizden önceki komutan AB'yi çap alan ve CD'ye teğet, yarım daire biçiminde bir savunma hattı yaptırmış (yeşil). Siz buna ek olarak CD'yi çap alan ve AB'ye teğet, yarım daire biçimi bir savunma hattı (kırmızı) yaptırmak istiyorsunuz. Kolordunun matematik-fizik subayı Cin Ruhi buna itiraz ediyor; çünkü BC ile AD paralel değil. CD'yi çap alan ve AB'ye teğet olan ikinci savunma hattının yapılabilmesi için BC'nin AD'ye paralel olması gerektiğini kanıtlıyorsunuz.

Kırmızılar Oyunu

100x50 karelik büyük bir satranç tahtasının karelerine

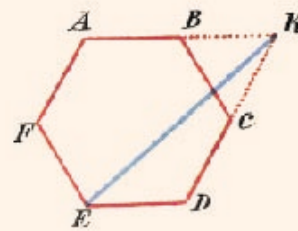
5000 siyah fiş konmuştur. Fişlerin diğer yüzleri kırmızıdır. Oyun, fişlerin kırmızı yüzlerini, belli sayıda kırmızı yüz oluşacak tarzda çevirmekten ibarettir. Ancak şart şudur: Bir fişi çevirirken, o fişle ilgili sıra ve sütundaki fişleri de çevirmeniz gereklidir (örneğin, 3b fişini çevirmişseniz, 3a, 3c, 3d, 3e, 3f, 3g, 3h ve 1b, 2b, 4b, 5b, 6b, 7b, 8b fişleri de çevrilmiş olmalıdır). Tahtada 1996 kırmızı yüz görülmesi için en az kaç kere çevirme yapmalısınız?

(Recherche, Matematik Oyunları Şampiyonası'ndan, Eylül 1996).

Borudaki Su

Savaşta tutsak edilip bir mahzene kapatıldınız. Yemeğinizi getiren sizden yana bir asker; size şunu fısıldıyor: "Mahzende bir su borusu var. Suyun aktığı tarafa yürü ve borunun duvarı deldiği noktada duvara vur. Oradaki tuğlalar zayıftır. Bir delik açılacak; oradan kaçabilirsiniz". Asker, telaştan size suyun boru içinde hangi tarafa aktığını söylemeyi unutuyor. Oysa mahzen çok büyük ve karanlık. Sizinse kaçmak için 5 dakikanız var. Suyun boruda hangi tarafa aktığını, boruyu delmeden nasıl bulursunuz?

$\sqrt{7}$



Düzgün ABCDEF altıgeninde $AB=CD=1$ ise $EK=\sqrt{7}$ olduğunu kanıtlayınız.

Yırtık Askeri Harita

Savaşın en civcivli anında düşman kuvvetlerinin yerini gösteren bir harita elimize geçmişti; ama ne yazık ki haritanın sol ve sağ kanatları yırtılmış, yalnız ortası kalmıştı. Elde yalnız şu bilgiler vardı: Savaş alanı bir ABC üçgeni şeklindekiydi. Bizim kuvvetler

A (tepe) noktasındaydı. B ve C noktaları haritada yoksa da BC kenarına inen AH yüksekliği, AN açıortayı ve AD kenarortayı çizilmiş durumdaydı. Komutan, entelijans servis başkanı Albay Cin Ruhi'den bu haritayı tamamlamasını istedi; çünkü B noktasında düşman cephaneliği ve C noktasında düşman ordu karargâhı bulunuyordu. Buraları top ateşine tutabilmek için haritadaki yerlerini belirlemek gerekiyordu. Cetvel ve pergelle bu eksik üçgeni tamamlamaya çalışınız. (Matematik Dünyası 1 (4), 1991, s. 25 modifiye.)

5 Kağıt



Elinizde 5 parça kağıt var. Birisi bu kağıtlardan birini 5'e bölüyor. Bir başkası bu bölünmüş küçük kağıtların birini yine 5'e bölüyor ve bu böyle devam ediyor. Bu yolla 1980 parça kağıt elde edebilir misiniz?

İki Sayı

Herbiri iki basamaklı 2 asal sayı var. Biri diğerinin tersi, yani bir ab ise diğeri ba. Bu iki sayının farkı tam kare. Bu sayıları bulunuz.

1, 9, 8 ve 7 ile Bir Kare Sayı

1987 sayısına ait 1, 9, 8 ve 7'yi bu sırayı bozmadan, artı, eksi, çarpı, kök, üst ve faktöryel kullanarak 1, 4, 9, 16, 25, 49, 64 ve 81'e eşit kılın. Örnek: $1+9+8+7=25$

Hesap Makinesinin Fiyatı

Son model hesap makinesinin fiyatı 344 franktı. Bunu almak için aynı dükkana çok sayıda müşteri hücum etti. Sonunda toplam x frank tuta-

rında satış yapıldı. x , 6 basamaklı bir sayıdır. x 'in şöyle bir özelliği vardır: $A=2$ basamaklı bir sayıdır ve x şöyle yazılıyordu: $A [A+1] A$ (örneğin 747574). Kaç kişi hesap makinesi almıştı? (Recherche'den)

İşte Kentler, İşte Olasılık

Aardvosk Kenti Baltimore'dan 9000 mil, Baltimore Kenti de Crupnik kentinden 9000 mil uzakta. Crupnik Kenti'nin Aardvosk Kenti'ne Baltimore'dan daha yakın olma olasılığı nedir?

Akıl Daima Yener

Saşa ile Lüsya şöyle bir oyun oynuyorlar: Yanyana 1977 kare konularak uzun bir şerit oluşturulmuş. En soldaki karede 3 düğme var. Oyun şöyle oynanıyor: İki çocuktan her biri tek bir düğme alarak onu istediği kadar sağa kaydırabilir. Çocuklar düğmeleri dönüşümlü olarak (önce biri, sonra öteki...) alırlar. Kim en son olarak düğme koyarsa (ötekine kare kalmazsa) oyunu o kazanır. Oyuna ilk başlayan Lüsya'nın oyunu daima kazanabileceğini kanıtlayınız.

Muhallebi ve Komposto

Annem birbirinin aynı iki tencerenin birinde muhallebi, diğerinde komposto pişirdi ve kapaklarını açarak soğumaya bıraktı. Yarım saat sonra bir sıvı termometresiyle sıcaklıklarını ölçtüm. Hangisi daha sıcaktı dersiniz?

L Biçimli Şekiller



1) Bu şekli 2, 3 ve 4 kongrüent (çakıştırabilir) şekle ayırınız.

2) Bu şekli 5 kongrüent parçaya ayırabilir misiniz?

3) Bu şekli $n=m^2$, $n=2m^2$, $n=3m$ parçaya ayırınız. Hangi n 'ler için çözüm yoktur? Çözüm için n 'in m^2 , $2m^2$ veya $3m$ olması şart mıdır? (J. Recreat Math 22: 1, p. 64, 1990)

Atlar Piyonları Temizliyor

a) a8-h1 arasına dizilmiş 8 piyonu, g1'deki bir at en az kaç hamlede alır? (Yanıt 17, hamleleri bulunuz).

b) Her iki köşegende piyonlar varsa g3'deki bir at piyonları en az kaç hamlede alır? (Yanıt 30; hamleleri bulunuz).

Üçgen Sayılar

Üçgen sayılar, m tamsayı olmak üzere $n=m(m+1)/2$ şeklindeki sayılardır (bu, 1'den m 'e kadar olan sayıların toplamı demektir. Örnek: $m=1$ için $n=1$, $m=2$ için $n=3$, $m=3$ için $n=6$, $m=4$ için $n=10$, $m=5$ için $n=15$ vb.

1775'de Euler kanıtladı ki n üçgen sayı ise $9n+1$, $25n+3$, $49n+6$ da üçgen sayıdır. T_k , k . üçgen sayı olsun. Kanıtlayınız ki n üçgen sayıysa $(2k+1)^2n+T_k$ da üçgen sayıdır. (k pozitif sayı) (JRM, 22: 1, p.67, 1990)

Şekillere Kılık Değiştirin

a) Bir eşkenar üçgeni dörde bölüp birleştirerek kare yapın.

b) 4×9 'luk bir dikdörtgeni iki parçaya bölüp birleştirerek kare yapın.

c) Bir paralel kenarı öyle 2 ya da 3 parçaya ayırın ki bunları birleştirince alanı aynı yeni bir paralelkenar oluşsun. (Kvant'dan)

Pullu Mantıkçılar

Size ünlü bir mantık sorusu soruyoruz: Elimizde 4 kırmızı ve 4 yeşil pul var. Üç büyük mantıkçı davet ediyor ve herbirinin alına 2 pul yapıyoruz. Hiçbiri kendi alındaki pulları göremiyor. Sonra sırasıyla her birine alındaki pulların rengini soruyoruz. Aldığımız yanıtlar şöyle: A-Bilmiyorum. B-Bilmiyorum. C-Bilmiyorum. Tekrar A-Bilmiyorum. Tekrar B-Evet, biliyorum. B alındaki pulların rengini hangi mantıkla buldu? (Smullyan'dan modifiye olarak Recherche, Ekim 1997).

Geçen Ayın Çözümleri

Kartlarla Sihirli Kare



Küp İçinde Düzgün Dörtüzlü

Dörtüzlünün işgal etmediği hacmi bulalım. Dörtüzlüyü çıkarınca geriye 4 piramit kalıyor. Piramidlerin her birinin tabanı kare yüzün yansı ve yüksekliği kare kenarı kadar. Piramidin hacmi $(a^2/2) \times (a/3) = a^3/6$. Dört piramidin hacmi, $(a^3/6) \times 4 = 2a^3/3$. Dörtüzlünün hacmiyse $a^3 - 2/3a^3 = a^3/3$.

Çikolata

27 kere. Her kırışta parça sayısı 1 artar.

Nöbet Kulübeleri

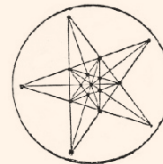
a) 15 km. b) 4 km. c) 6 km.

Kum Saati

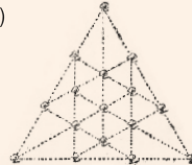
1) Her iki kum saatini çalıştırın ve yumurtayı kaynar suya atın.
2) 4 dakikalık kum saatindeki kum bitince onu ters çevirin.
3) 7 dakikalık kum saatindeki kum bitince onu da ters çevirin. Yumurta 7 dakikadır pişiyor.
4) İkinci kez çevirmiş olduğunuz 4 dakikalık kum saati bitince (8. dakika dolunca) 7 dakikalık kum saatini, kum akışını keserek, alt üst edin. 7 dakikalık kum saatinin üst haznesinde 1 dakika akacak kadar kum vardır. Üst hazne boşalınca 9 dakika dolmuştur.

Usta Bahçıvan

a)



b)



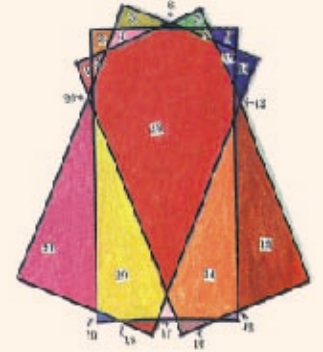
Faktöryel Denklem

$b=1$ ve $b=2$ ekarte edilebilir. $b=3$ için $a=4$ bulunur. Tek çözüm $2 \times 4! = 3! (3! + 2)$.

Fizik Bilgini Yemekte

B ipi çekiliince C keppesi, içindeki D bisküiti havaya fırlatır. Papağan (E) önünden geçen bisküite atlayınca tünük (F) sağa doğru alçalır ve içindeki tohumları (G) kovaya (H) döker. Kova ağırlaşıncı I ipini aşağı çeker. İp otomatik çakmağı (J) yakar. Fıtlı alev alan roket (K) yükselir. Orak (L) ipi (M) keser. Sarkaç (N) salınmaya başlar; sarkaca sarılmış peçete bilgini ağzını siler.

Renkli Camlar



23 parça oluşturulabilir.

Palindromik İşlem

$6572 \times 13 = 31 \times 2756$.

Tangram

Kartallar



Kalan Sayı

1. operasyondan sonra geriye sıra numarası tek olan sayılar kalır. 2. operasyondan sonra geriye sıra numarası 3, 7, 11, 15, ... olan sayılar kalır; bunlar ikili sayı

sistemiyle yazılırsa sonları 11 ile bitir. 3. operasyondan sonra geriye sıra numarası 3, 11, 19, 26,... olan sayılar kalır; bunlar 011 ile bitir. Böyle devam edilirse, geriye sonları sırasıyla 1011, 01011, 101011, 0101011,... ile biten ikili sayılar kalır (şu simetriye dikkat edin: 11→ soluna sıfır → 011 → soluna 1 → 1011 → soluna sıfır → 01011 → soluna 1 → 101011,... Sola dönüşümlü olarak bir sıfır, bir bir ekliyoruz).

Şimdi şunu anlayalım: 1'den 1997'ye kadar kullandığımız tek basamak sayısı, $9 + (2 \times 90) + (3 \times 900) + 4 \times 998 = 6881$ 'dir. 6881 sayısı, ikili sayı sisteminde 12 basamakla yazılır. Yukarıdaki simetri kuralına göre sona kalan 12 basamaklı sayı şöyle olmalıdır: 10 10 10 10 10 11. Bu ikili sayının karşılığı 2731'dir. 1'den başlayarak teker teker basamak sayarsak 2731. sayı 947'dir.

O halde en sonda geriye 9 kalacaktır. $(9+180+2700)=2889$. Yani 2889. basamak 999'un son 9'u. 999'un başındaki 9 2887. basamaktır. $2887-2731=156$ ve $999-(156/3)=947$. Demek ki 2731. basamak 947'nin 9'udur. İkili sayı sisteminde $1=1$, $2=10$, $3=11$, $4=100$, $5=101$, ... Burada 1 ile 1'in toplamı=0 elde var $1,0+0=0$ ve $0+1=1$. Bu kurala göre 1 ekleye ekleye 1'den itibaren bütün sayılar bulunur. $2^2=100$, $2^3=1000$, $2^4=10000$, $2^5=100000$. 2'nin üstleri 1'in sağına yazılan sıfır sayısı kadardır.

Balkabağı Yarışması

Balkabağının hacmi $4/3\pi(1,25)^3 = 8,1812309 m^3$.

Bal kabağının yoğunluğu: $109/8.1812309 = 13.32 kg/m^3$. $1m^3$ su = 1 ton olduğuna göre balkabağının yoğunluğu suya göre 75 kere daha azdır; yüzey ve çocuk taşıyabilir.

Kültabağı

En az 1 bilim adamının kendi sigarasına kavuşması olasılığı şudur: $1-(1/2)+(1/6)-(1/24)+(-1)^n/n!$. Bu ifadenin $19/30$ 'a eşit olması için $n=5$ olmalıdır: $1-(1/2)+(1/6)-(1/24)+(1/60)-(1/120) = 19/30$. Sigara içen 5 kişi vardır.

Renkli Kartlar

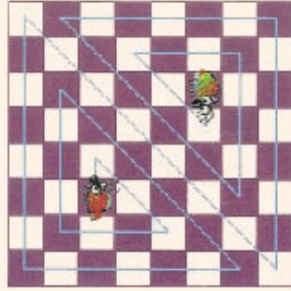
4 mavi yüz vardır; bu mavi yüzlerden ikisi azür kartına aittir. Bu kartın azür olma olasılığı $1/2$ dir.

Dar Köprü

Sizin hızınız $0.25 km/dakika$, treninki $1 km/dk$. Tren $1 km$ 'lik köprüyü 1 dakikada geçecek. Siz de 1 dakika koşarak $0.25 km$ yol

alabileceksiniz. O halde trenin geldiği uca $750 m$ 'den daha yakınsanız kurtulamazsınız.

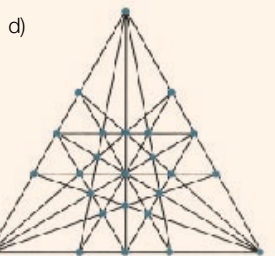
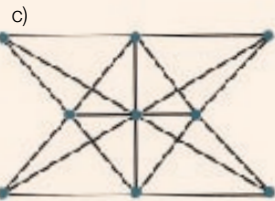
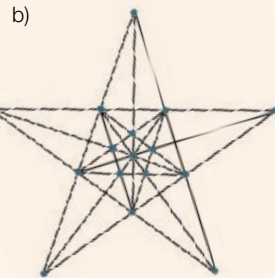
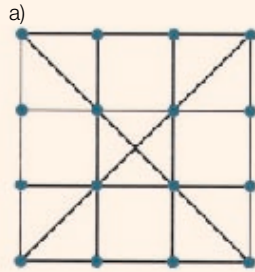
Büyücünün Böcekleri



Şiir ve Kura

Bu olasılık 26^{-40} 'dir; yani, 10^{-56} 'dan da küçük.

Noktalar ve Çizgiler

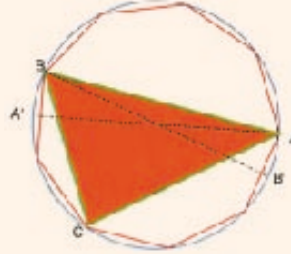


Sekiz Yüzlü Zar

İndigodan önce diğer 7 renk gelmişse bu deneye "indigo deneyi", maviden önce diğer 7 renk

gelmişse "mavi deneyi" vb. diyelim. 8 deneyin hepsi eşit olasılıkla meydana gelebilir; bu olasılık $1/8$ dir. "Siyah deneyi" olasılığı $1/8$ dir; bu sizin kazanma şansınızdır.

Çimen Fıskiyesi



Çimen fıskiyesi uzayda (boşlukta) hava sürtünmesi olmadığı için daha hızlı döner.

Çokgen İçi Üçgen

ABC üçgeninin rastgele 2 köşesini ele alalım. Ucu 3. köşede bulunan çap, bu çokgeni (veya daireyi) iki eşit yarıma ayırmıştır. Üçgenin seçtiğimiz 2 köşesi farklı yarımlarda bulunmalıdır.

A köşesini sabitleştirelim. B seçildikten sonra (B 'nin seçilme olasılığı $1/(n-1)$) C 'nin $A'B'$ yayı üzerinde olması gerekir (AB yayının O 'a göre simetriği).

$A'B'$ yayı p köşeyi içerir. A ve B seçildikten sonra C 'nin uygun yerde olması olasılığı $p/(n-2)$ 'dir.

a) $n=2m+1$ gibi bir tek sayı olsun. 1 ile m arasında her değer 2 kere alınmış oldu. Aranan olasılık:

$$\sum_{p=1}^m \frac{2}{2m-1} \cdot \frac{p}{2m-1} = \frac{1}{m(2m-1)} \cdot \frac{m(m+1)}{2}$$

b) $n=2m$ gibi çift bir sayı olunca 1 ile $m-2$ arasındaki her değer 2 kere alınmış olacaktır.

$$\text{Aranan olasılık} = \sum_{p=1}^{m-2} \frac{2}{2m-1} \cdot \frac{p}{2m-2} = \frac{1}{(m-1)(2m-1)} \cdot \frac{(m-1)(m-2)}{2} = \frac{m-2}{2(2m-1)}$$

Daire, kenar sayısı sonsuz bir poligon olduğundan daire durumunda yukarıdaki formüllerin m için aldığı değer $1/4$ 'dür.

Kurye Problemi

a) Ordunun uzunluğu, hızı ve kendi uzunluğu kadar yürümesi için geçen zaman 1 olsun. Kuryenin hızı x olsun. Kuryenin öne doğru giderken orduya göre görecek hızı $x-1$ dir.

Kuryenin geri dönerken orduya göre görecek hızı $x+1$ 'dir. Öne giderken 1, arkaya giderken 1 mesafe katetmiştir. (ordunun uzunluğu 1). Öne gidiş zamanı 1, geri dönüş zamanı 1 dir.

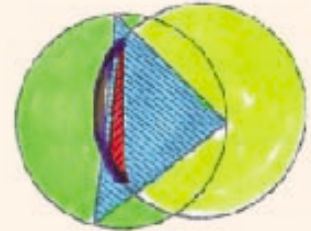
$1/(x-1) + 1/(x+1) = 1$ den $x^2-2x-1=0$ ve $x=1 + \sqrt{2}$. Aranan yanıt $50(1+\sqrt{2})=120,7 km$.

b) Kuryenin öne doğru hızı $x-1$, arkaya doğru hızı $x+1$, yatay doğrultuda hızı $\sqrt{x^2-1}$ (pisagordan). Kolaylık için kuryeyi arka köşelerinden birinden yola çıkaralım. (bu, fark yaratmaz) Her yön için orduya göre görecek uzaklık =1 ve 4 yönün herbiri 1 birim zaman alıyor:

$$1/(x-1) + 1/(x+1) + 2/\sqrt{x^2-1} = 1$$

$$x^4-4x^3-2x^2+4x+5=0. \text{ Probleme uyan tek kök: } 4,18112 \text{ 'dir. Yanıt: } 50 \times 4,18112=209,056 km.$$

İççe Üçgenler

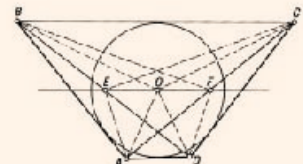


Hayır yapılamaz. Şekilden açıkça görülüyor ki küçük kırmızı üçgenin iki açısı kalın çizgiyle gösterilen yayı görmektedir. Bu yayın 180° 'den küçük olduğu bellidir. Kırmızı üçgenin açıları çevre açıları olduğundan değerleri gördükleri yayın yarısı kadardır.

O halde kırmızı üçgenin iki açısının toplamı 90° 'den küçük demektir; buysa kırmızı üçgenin üçüncü açısının 90° 'den büyük olması, yani geniş açı olması demektir.

O halde sözkonusu çözüm ancak üçgenlerden biri geniş açıli ise mümkündür.

Newton'un Teoremi



Üçgen alanları olarak: $BCE+ADE=BCF+ADF=BCO+ADO=1/2S$. (S dörtgenin alanı.) AD tabanı ortak ve yükseklikleri aynı olduğundan $ADE=ADF=ADO$. Buradan $BCE=BOC=BFC$ olduğundan E, O ve F 'nin aynı doğru üzerinde olması gerekir.