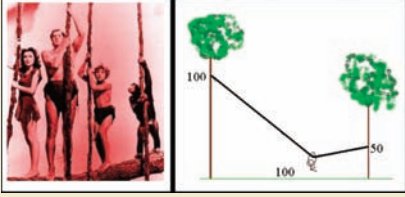




Tarzan Düşüyor



Devasa ağaçların arasında yaşayan Tarzan, bir ucu bir ağacın 100. metresine, öteki ucu başka bir ağacın 50. metresine bağlanmış 120 m uzunluğundaki bir iple, şekildedeki gibi bir tekerlek yardımıyla kayıyor. Bir ağaçtan öteki ağaca giderken tekerleğin yere en yakın olduğu konumda acaba Tarzan yerden ne kadar yüksektir?

Yadigar Zincir

Babasından yadigar kalan 147 halkalı altın zincir (iki ucu açık) ile ev kirasını ödeyecek olan bir kişi ev sahibiyile her hafta için bir altın halka karşılığında anlaşır. Bu anlaşmaya göre her hafta ev sahibinin elindeki halka sayısının bir artması gerekmektedir. Zincirin sahibi, zincire en az zarar vererek bu işi yapmak istediğine göre en az kaç halkayı keserek bu işi 147 hafta boyunca başarabilir?

Geçen Ayın Çözümleri

Kayıp Parça

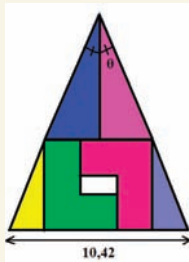
Soruda verilen kenar uzunlukları bilgisinden

$\tan\theta=5/12$ eşitliği yazılabilir. Bura-

dan da θ açısı yaklaşık $22,62^\circ$ olarak bulunabilir. İd-

dia, sorudaki ikinci şeklin taban uzunluğunun 10 birimden farklı olması. θ açısını bildiğimize göre ikinci şeklin taban uzunluğunu hesaplanabilir. Tabandaki uzunluklar soldan sağa doğru:

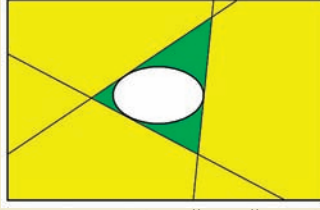
$(1+2+1+1)(5.\tan(22,62^\circ))=10,42$. Görüldüğü gibi iki şekil birbirine benzese de aslında aynı değil. Bu da ikinci üçgenin merkezindeki gizemli boşluğu açıklıyor.



Matematik Oyunu

A'ya söylenen sayı kesinlikle $5(2+3)$ ile $39(19+20)$ arasındadır. Bu sayılar arasında 11 sayısı dışında ötekiler ya iki asal sayının toplamı şeklinde yazılabilir ya da

Sınırsız Alanlar



Bir elipsi 50 farklı teğet doğruyla kesersek, düzlem üzerinde oluşan bölgelerden kaçının alanı sonsuz olur? (Şekilde bir elips üç farklı teğet doğruyla kesilmiştir ve alanı sonsuz olan bölgeler sarıyla gösterilmiştir)

7-11 Alışveriş Merkezi

7-11 Alışveriş Merkezi'nden dört parça eşya alan bir kişi kasiyere aldıklarını uzatır. Kasiyer eşyaların fiyatlarına bakarak heyecanlı "Aldığımız dört ürünün fiyatlarının çarpımı 7,11 YTL yapıyor beyefendi. Ne büyük bir rastlantı!" der. Adam biraz sabırsızca biraz da sinirlice "Beni çarpımları değil toplamları ilgilendiriyor" diyerek kasiyereden borcunu söylemesini ister. Kasiyer fiyatları topladığında gözlerine inanamaz çünkü adamın ödemesi gereken tutarın 7,11 YTL olduğunu görür. Acaba adamın satın aldığı ürünlerin fiyatları ne kadardır?

en küçük 11 olan bir asal sayıyla bir başka sayının toplamı şeklinde yazılabilir. A, B'nin sayıları bilemeyeceğinden emin olduğuna göre yukarıda belirtilen koşulun sağlanmaması gerekir. Bu da ancak A'ya 11 sayısının söylenmesi durumunda olanaklıdır. İki sayının çarpımını da B bildiğine göre (9, 2), (8, 3), (7, 4), (6, 5) ikililerinden birini B artık seçebilir. Yalnız her ne kadar soruda A, sayıları tahmin edebileceğini iddia etse de bu kadar bilgiyle böyle bir olasılık gözükmemektedir.

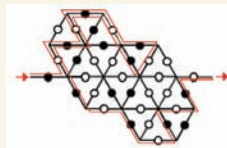
Tekrarlı Sayılar

Aradığımız sayılar 376 ve 625'tir. $376^2 = 141.376$ ve $625^2 = 390.625$.

Labirent

Bizim elde edebildiğimiz en kısa yol yandaki şekilde verilen ve 22

hamlede çıkışa ulaşılabilen çözümdür. Daha kısa bir çözüm elde ettiyseniz lütfen çözümünüzü bizimle paylaşın, önümüzdeki sayıda biz de okuyucularımızla paylaşalım.



Matematiğin Şaşırtan Yüzü

Proizvolov Özdeşliği

1985 Sovyet Matematik Olimpiyatları'nda, matematikçi Vyacheslav Proizvolov'un önerdiği güzel bir özdeşliği bu ayki köşemize taşıdık.

1'den $2N$ 'e kadar pozitif tam sayılardan oluşan ardışık bir sayı dizisi alalım (1, 2, 3, ..., $2N$). Daha sonra bu dizinin içinden istediğimiz N tane sayıyı seçerek, seçtiğimiz sayıları küçükten büyüğe sıralayalım: $A_1 < A_2 < \dots < A_N$. Seçmediğimiz kalan N tane sayıyı da büyükten küçüğe doğru sıralayalım: $B_1 > B_2 > \dots > B_N$. İlginç bir şekilde seçtiğimiz sayılardan bağımsız olarak Proizvolov özdeşliğine göre aşağıdaki eşitlik her zaman N^2 'ye eşit olmaktadır.

$$|A_1 - B_1| + |A_2 - B_2| + \dots + |A_N - B_N| = N^2$$

Dilerseniz özdeşliğin daha iyi anlaşılabilmesi için bir örnek verelim. N 'i 4 olarak seçersek dizimiz 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 olacaktır. Seçtiğimiz sayıların da 2, 5, 7, 8 olduğunu varsayalım. Önceden de söylediğimiz gibi hangi sayıları seçersek seçelim sonuç değişmeyecektir. Seçtiğimiz sayılar $2 < 5 < 7 < 8$ ve seçilmeyen sayılar $6 > 4 > 3 > 1$ şeklinde dizilirler. Bakalım özdeşlikte önerilen ifade gerçekten $N^2 = 4^2 = 16$ 'ya eşit olacak mı?

$$|2 - 6| + |5 - 4| + |7 - 3| + |8 - 1| = 16$$

Görünüşe göre özdeşlik başarıyla işliyor. Özdeşliğin her durumda geçerli olmasının arkasında aslında şu gerçek yatıyor: Eşleşen (A_i, B_i) ikililerinden biri 1 ile N arasındaki sayılardan öteki mutlaka $N+1$ ile $2N$ arasındaki sayılardan oluyor. Varsayalım ki hem A_i hem de B_i 1 ile N arasındaki sayı grubundan olsun. Bu durumda A_i sayesinde seçtiğimiz sayı grubunda A_i ile birlikte en az i tane sayının N 'e eşit ya da küçük olduğunu söyleyebiliriz. Öteki taraftan seçilmeyen sayı grubunda da B_i sayesinde B_i ile birlikte en az $(N-i+1)$ tane N 'e eşit ya da küçük sayı olduğunu söyleyebiliriz. O halde toplamda en az $(N-i+1)+i=N+1$ tane N ya da N 'den küçük sayı olması gerekir ki bu bir çelişkidir. Benzer şekilde hem A_i hem de B_i 'i $N+1$ ile $2N$ arasında varsayarak yine çelişki elde ederiz. Eşleşen (A_i, B_i) ikililerinden biri 1 ile N arasındaki sayılardan öteki mutlaka $N+1$ ile $2N$ arasındaki sayılardan olması gerektiğini böylece kanıtlamış olduk. Bu bilgi ışığında eşitliğin her zaman geçerli olduğunu artık gösterebiliriz. $|A_1 - B_1| + \dots + |A_N - B_N| = ((N+1) + (N+2) + \dots + 2N) - (1 + 2 + \dots + N) = N(2N + 1) - N(N + 1) = N^2$.