Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Futbol Turnuvası

Okullar arası futbol şampiyonasında altın madalya 7 puan alan takıma, gümüş madalya 5 puan alan takıma ve bronz madalya 3 puan alan takıma verildi. Sonuncu takım kaç puan aldı?

Çift Motorlu Problem

Irmağın A noktasından, ırmağın akış yönünde aynı anda bir motor ve bir sal hareket ediyor. Aynı anda ırmağın daha aşağısındaki (ırmağın ağzına daha yakın) bir B noktasından bir başka motor, ırmağın akış yönü tersinde hareket ediyor. Birinci motor B'ye geldiğinde sal A noktasına mı, ikinci motora mı daha yakın olur? (Hiç sayı yok; mükemmel bir mantık jimnastiği) (Hayli zor).

Üç Kapalı Kutu

Üç kapalı kutudan birinde iki siyah, birinde iki beyaz ve birinde bir siyah+bir beyaz bilye var. Her kutunun üzerinde içindeki bilyeleri gösterir bir resim bulunuyor. Fakat her üç kutunun etiketi de yanlış bilgi vermektedir. Tek bir kutudan tek bir bilye çekerek hangi kutuda hangi renk bilyeler olduğunu belirleyiniz.

Diküçgen ve Uçak

Bir uçak bir ABC diküçgeninin çevresini dolaşıyor. Uçağın saat yönünde uçarak çevreyi dolandığını ve A, B, C harflerinin de diküçgene saat yönünde konduğunu düşünelim. Uçuş zamanı hangi halde daha kısadır: Rüzgâr A'dan B'ye doğru eserken mi, B'den A'ya doğru eserken mi? (Rüzgârın bütün kenarlara etkisi olduğunu düşünelim.)

Sayılar Dansı

Elinizde n adet sıfırdan farklı sayı var. Sayılardan her biri, kalan sayıların toplamının yarısına eşit. Bu sayılar kaç tanedir ve kaçtır? (a_1'den a_n'e kadar olan sayılar için denklemler kurun ve çözün).

Suda Balık Yan Gider

Okyanuslardaki balıklar daima yatay yüzerler. Okyanus dibindeyse dağlar ve uçurumlar vardır. Balıkla dip arasındaki su tabakasının kalınlığı sürekli değişir. Bu durumda balığı yukarı kaldıran kuvvet nasıl değişmektedir dersiniz?

Küp İskeleti Oluşturmak

12 aynı biçimde düzgün ve kesitleri kare kütükten bir küpün iskeleti oluşturulabilir mi? (İskeletin hacmini iki ayrı formülden bularak elde ettiğiniz a, b ve x içeren denklemi inceleyin.)

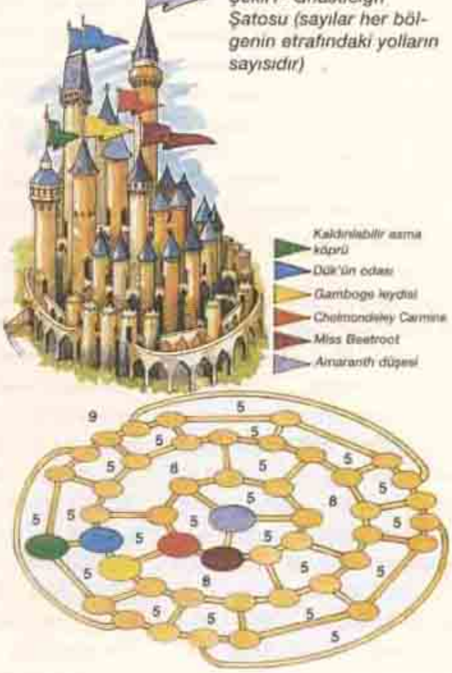
Füze İçinde Mum

Uzaya giden bir füze içinde mum yakmak olasılığı var mıdır?

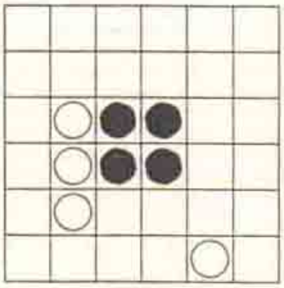
Ghastleigh Grange Cinayeti

Londra, 221 B Baker Sokağında akşam, Sherlock Holmes kemanıyla bir İrlanda havası çalmaktaydı. Dr. Watson bir telgraf getirdi: "Bay Holmes, şatomda feci bir cinayet işlendi. Polis aciz. Hemen gelin. Ghastleigh Dükü". Holmes ve Dr. Watson hemen şatoya geldiler. Şatoda bir merkez ve 3 iç içe daire üzerine dizilmiş 46 kule vardı. Kuleler birbirine yollarla bağlıydı. Batıda bir asma köprü vardı. Bordo renkli odada kalan Miss Beetrott, üzerine tavandaki ağır avize düşürülerek öldürülmüştü. Her kule geniş bir odaydı. Her kulede dükün akrabalarından biri kalıyordu. Cesedi Kahya Dennett bulmuştu. Miss Beetroot'a komşu odada (eflatun) yaşlı Amaranth Düşesi kalıyordu. Düşes sağırdı ve ekseri uyurdu. O gece her geceki gibi Kahya Dennett bütün kuleleri tek tek dolaşarak herkesin yerinde oluşunu kontrol etmiş ve kuleler arasındaki bütün geçiş kapılarını kapamıştı. Kahya sabah kapıları tek tek açmış ve Miss Beetroot'un ezilerek tanınmaz hale gelmiş cesedini bulmuştu. Kahya asma köprünün olduğu kulede (yeşil) uyuyordu; gece şatoya kimse gelmemişti. Ayrıca gece şatonun etrafına köpekler salınıyordu; giriş olanaksızdı. Gece kapılar kitlendikten sonra herkes bir ipi çekerek Dük'ün odasında (mavi) çanları çaldırır ve odasında olduğunu haber verirdi. O gece de herkes odasındaydı. Adli tabibe göre, ölüm geceyarısından önce meydana gelmişti. Holmes kahyaya sordu: "Kuleleri hangi sırayla dolaşırsınız?" Dennett: "Bu değişir efendim." Holmes: "Cinayet gecesi hangi sırayla dolaştınız?" Dennett: "Hatırlamıyorum efendim. Fakat her kuleye mutlaka yalnız bir kere girerim ve kapıları kitledikten sonra asla tekrar girip rahatsız etmem efendim". O gece Holmes ve Dr. Watson köyde bir handa kaldılar. Her ikisi de geceyi düşünmekle geçirdi; daha doğrusu Holmes açıkladı ve Dr. Watson onayladı. Holmes katilin kim olduğunu hemen anlamıştı; fakat delil bulması için düşünmesi gerekiyordu. Sizce katil kimdi ve Holmes nasıl bir delil bulmuştu? (Scient Amer, Ekim 1992'den)

Şekil1- Ghastleigh Şatosu (sayılar her bölgenin etrafındaki yolların sayısıdır)

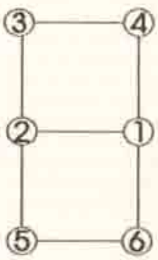


Tanklar ve Benzin Depoları



Beyaz daireler tankları, kara daireler benzin depolarını temsil ediyor. 36 karelik bu alanı her biri 9 karelik öyle 4 alana ayırın ki her parçada bir tank ve bir benzin deposu olsun. (J Recreat Math. 26: 63-78, 1994)

Asal Sayı Simetrisi



Şekilde 1'den N'e kadar (burada N= 6) sayılar yazılıp toplamları asal olanlar birleştirilmiş. Böylece hem dikey hem yatay simetrisi olan bir geometrik şekil oluşmuş.

N'in daha büyük değerleri için böyle simetrik şekiller bulabilir misiniz? (Bilgisayar yardımı gerekebilir.)

Kitap Dağıtımı

Sınıfta 30 öğrenci var. Her öğrenciye çalışkanlığı oranında kitaplar hediye edilecek. Öğretmenin elinde 450 kitap var. Bu 450 kitap her öğrenciye farklı sayıda kitap düşecek şekilde hediye edilecek. Her öğrenciye farklı sayıda kitap hediye edebilir miyiz? (Kvant'dan)

Yabancı

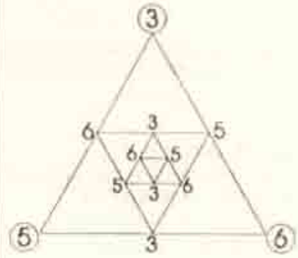
Bu sayılar arasında bir tanesi yabancıdır. Güvenlik görevlisi de onu görmüş ve "dışarı!" diyor. Acaba hangisi?

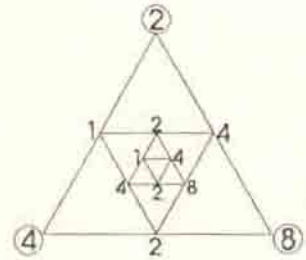
Kolay mı, Zor mu?

Bildiği şey insana kolay gelir. Bu problemi bazıları çok zor (çözümü olanaksız) bazılarıysa çok kolay bulacaktır. Büyük tıp adamlarından Osler

"Yalnız bildiğimiz şeyi görürüz" demiştir. İşte problem: sınıftaki öğrencilere toplam 737 kitap dağıtıldı. Her öğrenci eşit sayıda kitap aldı. Sınıfta kaç öğrenci vardı?

Fraktal Üçgen Problemi





Yukarıdaki şekillerde üçgenlerin köşelerindeki ve kenarlarındaki sayıların toplamı 7'nin katını verir: Solda 6+3+5= 14 iç içe 4 üçgende görülüyor. Sağda iç içe 4 üçgende 2+8+4= 14 ve 1+4+2=7 kullanılmıştır.

a) Solda köşeleri 3, 6, 5 olan kaç üçgen var?

b) Sağda köşeleri 1, 4, 2 veya 4, 8, 2 olan kaç üçgen var?

c) Bu özellikte iç içe en çok kaç üçgen çizilebilir?

Children Deneyi

1815 yılında İngiliz fizikçisi Chidren şöyle bir deney yaptı: Aynı uzunlukta, fakat farklı çapta iki platin tel Volta piline bağlandı. Birinci deneyde teller seri, ikinci deneyde paralel bağlandı. 1. deneyde yalnız ince tel, 2. deneyde kalın tel ısındı. 25 yıl bu sonuçlar açıklanamadı. Acaba neden böyle bir sonuç alındı?

(Direnç ve güç formüllerini hatırlayınız).(Kvant'tan)

Düşündürücü Sayılar

Sıfırdan farklı artı veya eksi 9 tam sayı verilmiş: a, b, c, d, e, f, g, h, k. Gösteriniz ki aek, dhc, bfg, -gec, -ahf ve -bdk sayıları arasında en az bir pozitif ve en az bir negatif sayı vardır. (Kvant'dan). (aek, dhc,... bu üç sayının [a, e, k veya d, h, c...] çarpılacağını ifade eder; harfler basamakları değil, çarpanları temsil etmektedir. Bu 9 sayı + veya - olabilir; bu nedenle, örneğin -gec'in işareti, g eksi bir sayı ise + olur).

Sınavda Olay

Bu karikatürün altına ne yazardınız?

Briç

Okan Zabunoğlu

İlginç Hamleler

	♠6 ♥V54 ♦A652 ♣A8765		
♠982 ♥AT3 ♦RVT43 ♣T3	B K G	D	♠ARVT75 ♥972 ♦87 ♣84
	♠D43 ♥RD86 ♦D9 ♣RDV2		

1950'lerde Los Angeles'da oynanan üst düzey bir rober partisinde yukarıdaki ellerle Güney tarafından 3SA'ya ulaşılmıştı. Batı ♠9'lu atak etti, Doğu ilk ♠'e T'luyu oynadı ve deklaran (Jack Hancock) elden küçük vererek löveyi bağışladı! Bu ilginç hamlenin defans üzerindeki etkisi de ilginç oldu. Doğu, deklaranın ♠'ini Dxxx zannederek ♥'e çark etti. Batı ♥A ile kazanıp ♠8'liyi döndü; Doğu ♠R'sı ile aldı löveyi ve bu kez de ♦8'liyi denedi. Deklaran, ♠ atağına ve Batı el tutunca ♠ dönmesine rağmen, defans ♠'lere ulaşmadan 9 löveye ulaşmanın akla kolay kolay gelmeyecek bir yolunu bulmuş oldu. *[Bu el Bob Hamman'ın "At the Table" adlı kitabından alınmıştır.]*

Geçen Sayıdan

♠A7 ♥85 ♦ARD8742 ♣R6	B	K G	D ♠985 ♥AD43 ♦5 ♣AV742

1997 Avrupa Şampiyonası'nda yukarıdaki ellerle 9 masada Batı tarafından 6♦'ya ulaşıldı. 9 masanın 8'inde ♣D atağını A ile kazanan deklaranlar kozları çekmeye başladılar. Kuzey ikinci koza uymayınca da ♣R çekip ♣ empası atarak iki battılar. Beyaz Rusya'dan Sotniku ise ♣R'dan sonra ♣A'a gitti ve bir ♣'e çaktı; Kuzey üçüncü ♣'e uymadı. ♥ empası atarak bir ♣'e daha çaktı ve ♥A ile yere geçip sağ ♣'i oynayarak 6♦'yu yaptı. Güneyin eli: ♠R43 ♥T7 ♦V963 ♣D953.

Hangi oyun tarzı doğrusu? Basitçe, ♣ empası atmamakla, Kuzeyde ♣Dxx ve Güneyde ♥R şansını kullanamayız, ama buna karşılık Kuzeyde ♥R ve Güneyde ♣Dxx veya Dx veya Dxxx'e kazanırız. O halde Beyaz Rus deklaran doğru oynayarak kontratı yapmış.

Nasıl Oynamalı?

Güney ♠ ile araya girdikten sonra Batı tarafından 3SA; atak:

♠A62 ♥ADT ♦D962 ♣ADV	B	K G	D ♠DV4 ♥R7 ♦VT853 ♣852

Geçen Ayın Çözümleri

29 Şubat

$\frac{1}{4,365+1}=\frac{1}{1461}=0,0006$ ... şeklindeki bir hesap yanlış olur (29 Şubat [(4x365)+1] günde bir gelmesine rağmen)

Sonu 00 ile biten yıllarda yıl 4 ile bölünmesine rağmen, Şubat 28 gün olur; Ancak 400 ile bölünen yıllarda Şubat yine 29 gündür (Gregoryen takvimi). O halde 400 yılda 100, 200 ve 300 yılları dışlanırsa 24+24+24+25 = 97 kere 29 Şubat vardır.

Aranan olasılık $p=\frac{97}{(400x395)+97}=0,0006$ 'dür.

Olasılık Hesabından Küçük Sınav

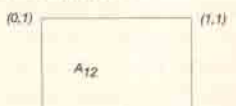
1- Bu olasılık 1/2 dir. Çünkü [0,1] deki sayıların yarısı 1/2 den büyük, öbür yarısı ise 1/2 den küçüktür.

2- 3/7-1/6 = 11/42 dir.

3- Bu olasılık sıfırdır. Burada önsezi biraz zorlanıyor. Çünkü 1/2 sayısı var ve bana "bal gibi 1/2'yi seçebilirim" diyebilirsiniz. O zaman ben de size "madem öyle, bahse girelim" diyebilirim. Bahsi kazanma olasılığınız sıfırdır. Olay sayısı sonsuzsa ve her olayın gerçekleşme olasılığı aynıysa, o zaman bir olayın gerçekleşme olasılığı sıfırdır. Bu şöyle açıklanabilir: Diyelim ki 1/2 yi seçme olasılığı 0,0001. O zaman herhangi bir sayıyı seçme olasılığı da 0,0001'dir. O halde 10 000 sayıdan birini seçme olasılığı da 0,0001x10000 = 1 dir; yani % 100. Olacak şey değil. Demek ki 1/2 sayısını seçme olasılığı sıfır olmalıdır.

4- Birinci sayıya x, ikinci sayıya y diyelim. Sırayla rastgele iki sayı seçmek demek [0,1] x [1,0] karesinde rastgele bir (x,y) noktası seçmek demektir.

(0,1) (1,1) (0,0) (1,0)



Yukarıdaki resimde $[0,1]^2=[0,1] \times [0,1]$ karesi 3 değişik olay bölgesine ayrılmış:

A_{12} bölgesinde $x<y$; A_{21} bölgesinde $x>y$ ve ortadaki çizgi $x=y$ bölgesi. Şekilden görüldüğü üzere rastgele bir (x,y) noktasının A_{12} bölgesinde olma olasılığı 1/2, A_{21} bölgesinde olma olasılığı 1/2 ve ortadaki çizgide olma olasılığı ise sıfırdır.

5- 4. şıkta nasıl iki sayı için bir kare düşündükse üç sayı için bir küp düşünebiliriz. Bu küpü şöyle 6 bölgeye ayırabiliriz: $A_{123}=x<y<z$; $A_{132}=x<z<y$; $A_{213}=y<x<z$; $A_{231}=y<z<x$; $A_{312}=z<x<y$; $A_{321}=z<y<x$. Bu altı bölgenin hacimleri birbirine eşittir. Bu 6 bölge dışında kalan bölgeler, yukarıdaki bölgelerin duvarlarıdır ve hacimleri yoktur. Demek ki bu 6 bölgenin hacimlerinin toplamı 1'e eşittir. O halde her bölgenin hacmi 1/6'ya eşittir. Demek ki 2. sayının 1. sayıdan ve 3. sayının 2. sayıdan büyük olması olasılığı 1/6 dır.

6- 4 sayı ile dört boyutta olduğumuzdan resim çizemeyiz artık. Fakat düşünme tarzımız 5. şıkta olduğu gibi olmalıdır. Olası kümeleri düşünelim: $A_{1234}=x_1<x_2<x_3<x_4$, $A_{3142}=x_3<x_1<x_4<x_2$, ... Tüm bu kümelerin hacimleri aynıdır (dört boyutta hacim entegral hesaplarıyla bulunur, ama şu anda önsezi yeterli). A_{1234}, A_{1243}, A_{1342}, A_{1234} ... şeklinde sıralamaların sayısı 24 dür. (4 şey kendi arasında 4!= 24 şekilde sıralanır). Demek ki aradığımız olasılık 1/24 dür.

7- 6. şıktaki mantıkla n sayıyı n! farklı şekilde dizebiliriz. O halde aranan olasılık 1/n! dir. Örneğin [0,1] aralığında 6 sayı arasından sırayla rastgele 6 sayı seçilirse bunların artan bir dizi oluşturma olasılığı 1/6! =1/720= 0,0014 dür.

n= ∞ alınırsa yanıt $\lim_{n\to\infty} 1/n! =$ dir.

Küçük Bir Hesap

(n^2+1) in çift sayı (2m) olabilmesi için n tek sayı olmalıdır. O halde n=2k+1 dir.

$2m = (2k+1)^2+1= 4k^2+4k+1+1$

$m= 2k^2+2k+1= k^2+(k+1)^2$

Aradığımız kanıt da buydu.

Örnek: $2,3785=7570=87^2+1$.

Cemo'nun Başağrısı

C=3 ve M=0 olmalıdır (neden?); bu durumda E ve 0, 3'ü geçemez. E=1 ve 0=2 dir. $3102^2= 10246401$.

Lekeler

Bir mürekkep lekesi alalım. Bu noktaya pergelin ucunu koyup 25 cm yarıçaplı bir A dairesi çizelim. İki olasılık vardır: a) Bu A dairesi içinde ikinci bir mürekkep lekesi vardır. Bu durumda problem kanıtlanmıştır. b) Bu A dairesinin içinde 2. bir leke yoktur; yani A dairesi bembeyazdır. Şimdi bu A dairesi üzerindeki herhangi bir noktaya pergelin ucunu koyup 25 cm yarıçapında bir B dairesi çizelim. Bu iki dairenin iki kesişme noktası olacaktır. B nin merkezi ve kesişme noktaları tabii ki beyazdır ve aralarında 25 cm (yarıçap) vardır. Bir kez daha aynı renkten aralarında en fazla 25 cm olabilecek iki nokta olduğu gösterilebilmiştir.

Futbol Bilginizi Ölçüyoruz I

Ofsayt durumu vardır, gol sayılmaz.

Futbol Bilginizi Ölçüyoruz II

Evet. Serbest vuruşta pas verilebilir.

Garip Çiftler

Kısaltmalar:
S= Stabilo
MM= Mutandis kılığında Mutandis
MS= Stabilo kılığında Mutandis

1: Maria, S, 2'nin karısı.
2: Louis, MM.
3: Roland, MM, 6'nın kocası
6: Diane, MM
4: Charles, MS, Felicie'nin kocası
5: Felicie, MM
7: Alice, S, 8'in karısı
8: Jean, S

1 ve 4'ün ikinci cümleleri çelişkilidir; demek biri yalancıdır; yani bir S, diğeri MS olmalıdır. O halde 2, 3, 5 ve 6 MM'dir; 4 gerçeği söylemektedir ve MS'dir; 1 ise S'dir. Jean (4'e göre 8) bir S'dir. 2 "karmaşık bir çift vardır" dediğine göre doğruyu söylüyor. Bunlara göre S sayısı tek olmuştur; o halde 7 de S'dir.

8 bir S'dir; demek ki 3 bir erkektir. 4 erkek 2, 3, 4 ve 8; 4 kadın 1, 5, 6 ve 7'dir. 3 çift yan yana olduğuna göre çiftler 1-2, 4-5, 7-8 ve 3-6 dır.

Roland 3 ve karısı Diane 6'dır. 2 ve 4'ün biri Charles, biri Louis'dir; fakat Louis'in karısının adı Maria'dır (6'ya göre) ve 7, "5 Maria'dır" derken yalan söylediğine göre Louis ancak 4 olabilir. O halde Louis 2, Maria 1 ve Charles 4'dür. 8 "Felicie karımdır" derken yalan söylemektedir. O halde Felicie 5 ve Alice 7 dir.

Yaratıkların Evi

3 ve 5'in sözleri çelişkili; o halde biri S, biri MS. Demek S böyle tüylü bir yaratık. O halde 1, 4 ve 8 MM. 4 ve 8'e göre 3 ve 6 yalancı; yani 3 ve 6 S. 2 de çelişkili konuştuğundan 2 de S. 5 ve 7 ise MS, her ikisi de doğru söylüyor.

Fısıltı

Ne bir S, ne de bir M "ben Stabilo'yum" diyebilir. O halde 2 yalancıdır ve bu nedenle bir S'dir. 1 aynı biçimde olmadığından bir Mutandis'dir (MM).

İnsanı Çarpan Sayılar

1. çarpan 12345679. İkinci çarpan sırasıyla 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81.

Rasyonel Sayılar

$1+p^2= pq+qr+pr+p^2= (q+p)(r+p)$

$1+q^2= pq+qr+pr+q^2= (p+q)(r+q)$

$1+r^2= pq+qr+pr+r^2= (p+r)(q+r)$

$(1+p^2)(1+q^2)(1+r^2)= [(p+q)(p+r)(q+r)]^2$

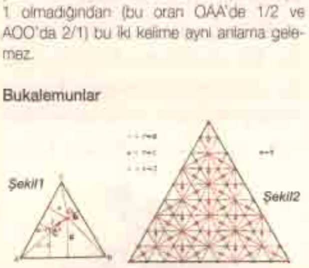
Benzerlik

Batı'da Vezir yerine Kraliçe (Queen, Reine) dendiği için Vezir yerinde bir kadın var. Kaleler, At, Fil, piyonlar, Şah görülüyor.

Garip Bir Dil

Hayır. AO ve OOAA'de 0 sayısı/A sayısı = 1'dir (1/1 ve 2/2). OA ekinde de 0 sayısı/A sayısı = 1 dir. OAA ve AOO'da O sayısı/A sayısı 1 olmadığından (bu oran OAA'de 1/2 ve AOO'da 2/1) bu iki kelime aynı anlama gelemez.

Bukalemunlar



Hayır, bu olanaksızdır. Çözüm yoktur, yani bütün bukalemunlar aynı rengi alamaz. Önce şunu anlayalım: Başlangıç durumu 13,15,17 iken, farklı renklerden bukalemunların her karşılaşmasında bu üç sayıdan ikisi 1 azalacak, birisi 2 artacaktır (örneğin, 13 sarı, 15 beyaz ve 17 kırmızı bukalemun varken bir sarı ile bir kırmızı karşılaşınca 12 sarı, 17 beyaz ve 16 kırmızı bukalemun olacaktır). Toplam daima 13+15+17= 45 sabittir. İspatlamak istediğimiz (45,0,0), (0,45,0) veya (0,0,45) durumlarının olanaksız olduğudur. Sarıların sayısına s, beyazların b ve kırmızıların k diyelim. Başlangıç durumu (s, b, k) dır; şimdi şu üç durumdan biri oluşmak zorundadır: [(s-1), (b-1), (k+2)], [(s+2), (b-1), (k-1)] ve [(s-1), (b+2), (k-1)]. Bir invaryant (değişmez) arıyoruz. Köşeli parantez içindeki 1. ve 2. parantezlerin farkını alalım; (s-1)-(b-1)=s-b; (s+2)-(b-1)=(s-b)+3 ve (s-1)-(b+2)=(s-b)-3. Ne bulduk? (s-b), (s-b)+3 ve (s-b)-3. Başlangıçta terimler s, b ve k ve 1. ve 2. terimin farkı (s-b) idi. O halde yaptığımız operasyonlar sonucu 1. ve 2. terim farkı ya aynı kaldı (yani sıfır arttı) ya 3 arttı veya 3 eksildi. Her üç olasılıkta da söz konusu fark 3 modülüne göre sıfırdır. İşte invaryantımız: $0\equiv 0$ (mod 3); $3\equiv 0$ (mod 3) ve $-3\equiv 0$ (mod 3). Buna karşı başlangıçta $s-b=13-15=-2\equiv 1$ (mod 3) idi. Görülüyor ki aynı invaryantı baştan sona götüremiyoruz; o halde çözüm yok.

Şimdi problemimizin geometrik yorumuna gelelim. s+b+k= p sabittir (p=45). O halde yüksekliği p olan bir eşkenar üçgen alırsam, başlangıç durumunu, kenarlardan uzaklığı s, b ve k olan bir 0 noktası ile gösterebilirim (s+b+k= p= yükseklik) (şekil 1). Her operasyonda 0 noktasının kenarların birinden uzaklığı 2 artarken diğer iki kenarın her birinden uzaklığı 1 azalacaktır. Her birinin yüksekliği 1 olan S^2 eşkenar üçgenden yapılmış çok büyük bir eşkenar üçgen düşünelim (şekil 2). Yerimiz dar olduğundan 45^2= 2025 eşkenar üçgen içeren bir eşkenar üçgen yerine, 9^2= 81eşkenar üçgen içeren bir büyük eşkenar üçgen alalım. s'i 45 yerine 9 olarak aldık, o halde terimlerimiz bu kez 13,15,17 yerine 1,3 ve 5'dir (1+3+5=9). Belli ki küçük üçgenlerin köşeleri, toplamı s olan tamsayı trio'larına karşılıktır. Köşelerin birinden operasyonlarımızın sonucu olarak 2 birim uzunluğunda bir ok uzatalım; geldiğimiz köşeden yine 2 birim uzunluğunda bir ok uzatalım ve buna devam edelim. (Okun uzunluğunun neden 2 birim olması gerektiği şekil 1'de görülüyor).

Bütün bu kırmızı oklar, kenarları 2 olan yeni bir eşkenar üçgen ağı oluşturur. Bu kırmızı üçgen ağının köşeleri, başlangıç durumundan (13,15,17) kurallara uyarak oluşan tam sayı trio'larına karşılıktır. Kolayca görülüyor ki herhangi bir kırmızı noktadan oklarla diğer kırmızı noktalara gidilebiliyor. Analoji (benzerlik) yoluyla kanıtlanabilir ki mavi noktalardan başlanarak mavi oklar çıkılabilir ve kenarları 2 olan bir mavi eşkenar üçgenler ağı yaratılabilir; yeşil noktalardan başlanarak aynı şey yapılabilir. Şekil karışmasın diye mavi ve yeşil oklar konulmamıştır. Köşelerdeki tam sayıların 3 ile bölünmesinden artan sayıya r dersek (yani köşelerdeki tam sayıları 3 modülüne göre yazarsak), bellidir ki kırmızı noktalar için r=0, yeşiller için r=1 ve maviler için r=2 olacaktır. [13= 1 (mod 3), 15=0 (mod 3) ve 17=2 (mod 3) veya 1=1 (mod 3), 3=0 (mod 3) ve 5=2 (mod 3)]. s, 3'ün katı ise (burada 45 veya 9, 3'ün katı idi) büyük üçgenin köşeleri r= 0 olacaktır ve buralara yalnız r=0 olan noktalardan (kırmızı noktalar) erişilecektir. s, 3 ile bölünmezse büyük üçgenin köşelerinden biri r=0 (kırmızı), biri r=1 (yeşil) ve biri de r= 2 (mavi) olacaktır; bu durumda herhangi bir noktadan (s,b,k) yalnızca tek bir köşeye gidilebilir.

Canavarlar ve Şövalyeler

x =1000, y = 1001, p =1997 ve q =1997/1996 diyelim. Cevabı aranan soru şudur: xy mi büyüktür, $(x^p/p)+(y^q/q)$ mü büyüktür. Burada Hölder eşitsizliği problemi çözer:

$xy \leq (x^p/p)+(y^q/q)$. Görüldüğü gibi xy (canavar sayısı), $(x^p/p)+(y^q/q)$ den (şövalye sayısı) daha küçüktür.

Harfematik

```
     142857
     516342
     285714
    571428
   428571
  857142
 142857
714285
73763069094
```

142857 (1/7 nin tekrarlayan basamakları) sayısını 1'den 6'ya kadar olan sayılardan biriyle çarptığımızda bu sayıyı oluşturan sayılar yalnızca yer değiştirmektedir. Örnek: 1/7 = 0.142857. Şimdi 142857 x 6 = 857142 veya 142857 x 3 = 428571. Bilmecede iki çizgi arasında kalan 6. satırda en sağdaki ve en soldaki basamaklar (C,E,B, D,A,F) ve (B,D,A, C,F,G) en üst satırın (A,B,C,D,E,F) değişik bir sıralanışıdır. Bunun olabilmesi ancak ABCDEF'nin 142857 olmasıyla mümkündür. 1'den 6'ya kadar sayıları da rakamların aşağıdaki sonuçlarda yer değiştirmesine göre 2. satıra yerleştirebiliriz. Örnek: 1. satırda 8'e karşılık gelen sayı D ve 2'ye karşılık olan sayı C'dir. İki çizgi arasında D ile başlayıp C ile biten (yani 8 ile başlayıp 2 ile biten) sayıyı elde etmek için ABCDEF (142857) sayısını 6 ile çarpmalıyız. Bu durumda 6, ikinci satırda sağdan dördüncü basamağa gelmelidir. Bu mantıkla ikinci satırın bütün sayıları bulunabilir.

(Bu problemi bu mantıkla çözen, matematik derslerinde olağanüstü başarılı Ankara Atatürk Lisesi öğrencisi Metin Tabalu'ya çok teşekkür ederiz.)