

# OTOMATİK DÜŞÜNÜŞ

DAN PEDOE

**M**atematiksel düşüncemiz çoğu kere mekanik veya otomatik olarak işler. Eğer, herhangi bir matematik problem, bazı harf ya da sembollerle ifade edilmişse, ve eğer bu sembollerle yapılacak olan işlem de biliniyorsa, neticede çözüme varılabilir. Elementer cebirde bu işlemlerin çoğunu hatırlayacaksınız. «Eşitliğin bir tarafından öbür tarafına geçen terimlerin işareti değişir ya da eksi ile eksinin çarpımı artırı verir.» gibi.

Matematikte bir de sınıf kavramı vardır. Matematiksel anlamda bir sınıf, şahıs ya da eşyaların veya kemiyetlerin belirli ve fakat aynı özelliğe sahip olanlarının birleşerek bir topluluk meydana getirmesi olarak tarif edilir. Örneğin, bu özellik tek bacaklı bütün insanlara aitse, bu taktirde, tek bacaklı bütün insanlar, tek bir sınıfa dahil edilebilirler. Dikkat edelim ki, bu sınıf, bütün insanları içine almaz, kapsamaz. Eğer bütün insanları tek bir sınıfta düşünecek olursak, o zaman tek ayaklı insanların teşkil ettiği sınıf, bütün insanların bulunduğu sınıf içinde kalacaktır. Tek ayaklı insanlar da insan sınıfına dahil olduğuna göre, iki sınıftan biri —elemanca daha küçük olanı— öbürünün içinde kalacaktır.

Şimdi bu söylediklerimizi sembollerle ifade etmek istersek mesele daha da kolaylaşacaktır. Diyelim ki, tek ayaklı insanları (x) ile, bütün insanları da (y) ile gösterelim. (y) sınıfı içindeki elemanların bir kısmı (x) sınıfı içinde de buldukları için, ya da başka bir deyişle, (x)'in bütün elemanları (y)'nin de aynı zamanda elemanları olduğundan:

$$x \subset y \text{ veya } y \supset x$$

yazabiliriz. ( $\supset$ ) işareti ihtiva eder, ( $\subset$ ) işareti de aittir anlamını taşımaktadır.

Bu defa bütün canlıların ait olduğu bir diğer sınıf düşünelim. Bu sınıfa canlı bütün yaratıklarda dahil olduklarından, en büyük sınıf bu sınıf olacaktır. Bu sınıfa da (z) diyecek olursak:

$$y \subset z \text{ (y, z'ye aittir)}$$

yazabiliriz. Bu, bütün insanların canlı olduklarını ve canlılar sınıfının elemanları arasına girdiğini göstermektedir. Gayet açıktır ki, tek ayaklı insanlar da (z) sınıfına gireceklerdir. Yani:

$$x \subset z \text{ (x, z'ye aittir)}$$

ifadesi yazılabilir.

Şu halde  $x \subset y$  ve  $y \subset z$  bağıntılarından çıkan netice  $x \subset z$  olmaktadır.

Bütün bu söylediklerimizi bir diyagramla da göstermek mümkündür. Bir defa gayet iyi biliyoruz ki, (z), —yani bütün canlıların toplandıkları sınıf,— diğer sınıflara nazaran daha büyüktür. (z) sınıfını, bir daire olarak gösterebiliriz. Bu daire (yani sınıf) içinde kalan bütün elemanlar, aynı özelliklere sahiptirler. Ancak bu özellikler genel ve çok yönlüdürler. Öte yandan bütün insanların ait oldukları sınıf, (y sınıfı) (z) dairesi içine çizilebilecek bir başka daire ile temsil edilmektedir. (y) sınıfı dışında kalan elemanlar, canlı, fakat insan olmadıklarından (y) sınıfı (z)'ye göre nisbeten daha küçüktür. (x) sınıfı tek bacaklı insanlardan meydana gelen, canlı, ve insan vasıflı elemanlardan oluşmaktadır. Tabii ki, tek bacaklı olmayan diğer insanlar (y) sınıfının içinde ve fakat (x)'in dışında bırakılmışlardır.

Çoğumuz şu aşağıdaki ifadeyi duymuş ya da okumuşuzdur:

Bütün insanlar fanidir.

Sokrat'ta bir insandır.

Şu halde Sokrat'ta bir fanidir.

Mantık kitaplarında geçen bu ifadeyi matematiksel olarak yazmağa çalışalım: Kabul edlim ki, M bütün fani sınıfları gösterebilir. m, yalnız insan sınıfını ifade ederse, bu taktirde bütün insanların fani olduklarını bildiğimize göre, insan sınıfındaki elemanlar, fani sınıfa ait olacaklardır. Diğer bir deyişle:

$$m \subset M \quad (m, M'e \text{ aittir})$$

yazılabilir. Eğer Sokrat'ı (S) ile gösterirsek:

$$S \subset m$$

yazılabilir. Sokrat'ta bir insan olduğundan:

$$S \subset m \subset M$$

ifadesi ya da:

$$S \subset M$$

ifadesi yazılabilir. Bu Sokrat'ın (S) fani olduğunu göstermektedir.

Başka bir örnek vermeden şunu da belirtelim ki, bazı sınıfların hiç elemanı olmayabilir. Bu çeşit sınıflara sıfır sınıfı adını veriyoruz. Böyle bir sınıf tamamen boş olacaktır.

Şimdi aşağıdaki örneği inceleyelim:

Bazı kanunlar çok karışıktır.

Anlaşılmaz bir kanun iyi değildir.

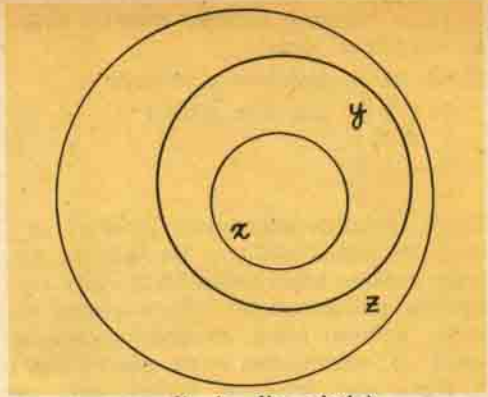
Her karışık kanun anlaşılmalıdır.

Buradan ilk bakışta pek netice çıkaramayız. Ancak, matematik dilini kullanmasını bilirsek, mesle biraz kolaylaşır. Şöyle ki:

Bütün karışık kanunlara (b) diyelim. Anlaşılmaz kanunlar sınıfını da (c) ile gösterelim.

Bütün iyi kanunlar da (d) ile ifade edilsinler.

Şimdi her şeyden önce, (b) sınıfının sıfır bir sınıf olmadığını biliyoruz. Aynı şekilde biliyoruz ki, anlaşılmalı kanunlar da iyi değildir. (d), bütün iyi kanunları kapsadığı, ihtiva ettiği için, öyle bir (d') sınıfı vardır ki, bu sınıf iyi olmayan kanunları temsil eder. Şu halde, (c), (d') sınıfının bir elemanı olmak zorundadır. Çünkü, anlaşılmalı kanunları (c) sınıfı içine soktuk. Bu kanunlar da iyi olmadıklarından ve iyi olmayan kanunları da (d') ile gösterdiğimizden:



$$c \subset d' \quad (c, d'ye \text{ aittir})$$

Buradan:

$$b \subset c$$

yazılabilir. Çünkü, anlaşılmalı kanunlar sınıfı içinde, karışık kanunlar mevcuttur. Böylece:

$$b \subset c \subset d'$$

ifadesi elde edilir. Buradan da:

$$b \subset d'$$

neticesi ortaya çıkar. Bunun anlamı da, karışık kanunların, iyi olmayan kanunlar sınıfına girmiş olmasıdır. Neticede:

«BAZI KANUNLAR İYİ DEĞİLDİR» hükmünü çıkartabiliriz.

Şimdi bir diğer misale geçelim:

1. İnsan tabiatını anlayan bütün yazarlar akıllıdır.
2. İnsan kalbine hitap etmeyen hiç bir yazar, gerçek bir şair olamaz.
3. Şekspir, Hamlet'i yazdı.
4. İnsan tabiatını anlamıyan hiç bir yazar, insan kalbine hitap edemez.
5. Hamlet, başka biri tarafından değil, ancak, gerçek bir şair tarafından yazılmıştır.

İşte beş adet cümlecik. Aralarında şüphesiz bazı ilişkiler olmalı. Fakat nasıl?

Önce şunu söyleyebiliriz ki, en büyük sınıf yazarlar sınıfıdır. Bütün yazarların toplandığı tek ve büyük bir sınıf düşünebiliriz. Sırası ile sınıfları teker teker yazalım:

- a) İnsan kalbine hitap edebilen yazarlar sınıfı.
- b) Akıllı yazarlar sınıfı.
- c) Şekspir'in sınıfı.
- d) Gerçek şairlerin bulunduğu yazarlar sınıfı.

- e) İnsan tabiatını anlayan yazarlar sınıfı.  
h) Hamlet'in yazarı.

Şimdi işe başlayabiliriz, sırasıyla :

1.  $e \subset b$  (e, b'ye aittir.)
2.  $d \subset a$
3.  $c = h$
4.  $e' \subset a'$

İnsan tabiatını anlamayan yazarlar ( $e'$ ) sınıfı ile temsil ediliyor. Bu yazarlar da, insan kalbine hitap edemedikleri için, ( $a'$ ) sınıfına girmektedirler. (Hatırlayalım ki, insan kalbine hitap edebilen yazarların sınıfı: a, edemiyorsa  $a'$  ile gösteriliyor.)

Buna göre,  $e' \subset a'$  demek, aynı zamanda :

4.  $a \subset e$

demektir. Çünkü, insan kalbine hitap edebilen yazarlar, ancak insan tabiatını anlamış yazarlar sınıfına dahildirler. Neticede :

$$c = h \subset d \subset a \subset e \subset b$$

veya :

$$c = h \subset b \text{ olur ki, bu :}$$

«ŞEKSPİR AKILLI BİR YAZARDI»

hükmünü verir..

Son olarak daha zor bir misâl alalım ve çözmeğe çalışalım :

1. Bu evdeki hayvanların hepsi kedir.
2. Aya bakmayı seven her hayvan, evcil bir hayvandır.
3. Nefret ettiğim hayvanlardan kaçırım.
4. Geceleri dolaşmadıkça, hiç bir hayvan etobur olamaz.
5. Hiç bir kedi, fareyi öldürmemelik edemez.
6. Bu ev içindeki hayvanlardan başka, hiç bir hayvan beni yakalayamaz.
7. Kangurular evcil olamazlar.
8. Yalnız etoburlar fareyi öldürürler.
9. Nefret ettiğim hayvanlar, beni yakalayamaz.
10. Gece dolaşan hayvanlar daima, aya bakmayı severler.

Bu misâlden de görüleceği gibi, tespit edilecek en büyük sınıf, «hayvan» sınıfı olacaktır. Buna göre :

- a) Kaçtığım hayvanlar.
- b) Etoburlar.
- c) Kediler.
- d) Nefret edilenler.
- e) Bu ev içinde bulunanlar.
- h) Kangurular.
- k) Fare öldürenler.
- l) Aya bakmayı sevenler.
- m) Gece dolaşanlar.
- n) Evcil hayvanlar.
- r) Beni yakalayanlar.

Şeklinde alt sınıfları teşkil edebiliriz. Şimdi sıra ile, hangi sınıfın, hangisini ihtiva ettiğini, yine matematiksel olarak yazalım :

1.  $e \subset c$
2.  $l \subset n$
3.  $d \subset a$
4.  $b \subset m$
5.  $c \subset k$
6.  $r \subset e$
7.  $h \subset n'$
8.  $k \subset b$
9.  $r' \subset d$
10.  $m \subset l$

Hepsini ayrı ayrı ifade etmeğe lüzum kalmıyacak sanırız. Meselâ etoburların gece dolaşan hayvanlar olduğunu, (madde : 4), bütün kedilerin, fare öldürdüklerini (madde : 5) biliyoruz. Buna göre en son hükme varmak için :

$$a' \subset d' \subset r \subset e \subset c \subset k \subset b \subset m$$

$$l \subset n \subset h'$$

ifadesi yazılabilir.

Burada,  $a'$  : Kaçmadığım hayvanlar,  $d'$  : Nefret etmediğim hayvanlar, sınıfını göstermektedir. Madde 3, nefret ettiğim hayvanlardan kaçtığımı ifade etmekte veya, kaçmadığım hayvanlardan da nefret etmediğimi ifade etmektedir.

Kaçmadığım hayvanlar, nefret etmediğim hayvanların da bir elemanı olduklarından :

$$a' \subset d'$$

yazılabilir. Aynı şekilde  $h'$  : kanguru olmayan bütün hayvanları içine almaktadır. Kanguru olmayanların hepsinin evcil olması gerekeceğinden : (madde : 7)

$$n \subset h'$$

yazılabilir. Yani evcil olanlar, kanguru değildirler. Birinci ve son ifadelerin birleşmesinden :

$$a' \subset h'$$

elde edilir. (Kaçmadığım hayvanlar, kanguru değildir.) Bu ifade karşıt olarak :

$$h \subset a$$

şeklinde yazılırsa, en son hüküm ortaya çıkar :

«KANGURULardan KAÇARIM.»

Bir matematik öğretmenin dediğini biz de burada tekrarlayalım :

«İşte, matematik budur evladım...»

Çeviren : Taşkın TUNA