

MATEMATİK YARIŞMALARINA HAZIRLIK

Prof. Dr. Berki YURTSEVER

Bilim Adamı Yetiştirme Grubu

Yürütme Komitesi Üyesi

Aşağıdaki sayfalar, matematikten hoşlanan lise öğrencilerine ayrılmıştır. Yurdumuzda olduğu gibi, diğer birçok ülkelerde de matematik yarışmaları düzenlenmektedir. Bu yarışmalara "matematik olimpiyadı" adı da veriliyor. Bu olimpiyatlar çoğunlukla uluslararası düzenlenmekte, birçok ülke bu olimpiyatlara davet edilmektedir. Sunduğumuz bu problemler, yetenekli öğrencilerimizi bu yarışmalara hazırlamak içindir. Bu sorular yabancı bir ülkede 1966 yarışmasında sorulmuştur. Göreceğiniz gibi, ilk 20 problem oldukça basittir. Bunlardan herbirinin ağırlığı 3'dür. 21'inciden 30'uncuya kadar her problemin ağırlığı ise 4'dür. Nihayet son 10 soru biraz daha yetenek ve ustalık isteyen sorulardır ve bunların ağırlıkları 5'dir. Demek ki bütün sorular belli bir süre içinde —ki bu süre 3 saattir— doğru olarak çözen 150 puan alacaktır. Siz de bu problemleri çözmeye çalışınız. Önceleri zaman sınırını koymamanız yararlı olacaktır. Problemi mutlaka çözmeye gayret ediniz, fakat seçeneklere bakarak doğru cevabı tahmin etmeye kalkmayınız. Çünkü bu yarışmanın puanlanmasında yanlış cevaplar için bir ceza da düşünülmüştür: Doğru cevapların ağırlıklı notu D, yanlış cevapların ağırlıklı notu Y olduğuna göre, puanlama formülü $D - \frac{1}{4} Y$ 'dir.

Bundan sonraki sayıda cevap anahtarını da vereceğiz.

Başarılar dileriz.

1. $3x - 4$ ün $y + 5$ ifadesine oranı sabittir. $y = 3$ iken $x = 2$ olduğuna göre, $y = 12$ iken x kaçtır?

(A) $1/8$ (B) $3/7$ (C) $7/3$ (D) $7/2$ (E) 8

2. Bir üçgenin tabanı % 10 artırılıp yüksekliği % 10 azaltılırsa alanı ne kadar değişir?

(A) % 1 artar (B) % $\frac{1}{2}$ artar (C) % 0

(D) % $\frac{1}{2}$ azalır (E) % 1 azalır

3. İki sayının aritmetik ortalaması 6, geometrik ortalaması 10 ise, kökü bu iki sayı olan denklem aşağıdakilerden hangisidir?

(A) $x^2 + 12x + 100 = 0$

(B) $x^2 + 6x + 100 = 0$

(C) $x^2 - 12x - 10 = 0$

(D) $x^2 - 12x + 100 = 0$

(E) $x^2 - 6x + 100 = 0$

4. Bir karenin dışına I çemberi, içine II çemberi çiziliyor. I çemberinin alanının II çemberi alanına oranı r ise r kaçtır?

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{2}$ (E) $2\sqrt{3}$

5. $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} = x - 3$ denklemini sağlayan kaç x değeri vardır?

(A) Sıfır (B) Bir (C) İki (D) Üç

(E) Üçten büyük bir sayı

6. O merkezli bir çemberin çapı AB olsun. Çember üzerinde BOC açısı 60° olacak şekilde bir C noktası alınıyor. Eğer çemberin çapı 5 cm ise AC kirişinin uzunluğu kaç cm. dir?

(A) 3 (B) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (D) $3\sqrt{3}$

(E) Hiçbiri

7. $\frac{35x - 29}{x^2 - 3x + 2} = \frac{N_1}{x-1} + \frac{N_2}{x-2}$ x'e göre bir özdeşlik olsun.

N_1, N_2 nin sayısal değeri nedir?

(A) -246 (B) -210 (C) -29

(D) 210 (E) 246

8. Kesişen iki çemberin ortak kirişinin uzunluğu 16 cm. dir. Çemberlerin yarıçapları 10 cm. ve 17 cm. olduğuna göre bu çemberlerin merkezleri arasındaki uzaklık kaç cm. dir?

(A) 27 (B) 21 (C) 389 (D) 15 (E) Hiçbiri

9. $x = (\log_2 2)^{\log_2 8}$ ise $\log_2 x = ?$

(A) -3 (B) $-1/3$ (C) $1/3$ (D) 3 (E) 9

10. İki sayının toplamları ve çarpımları 1 olduğuna göre bu iki sayının küpleri toplamı kaçtır?

(A) 2 (B) $-2 - \frac{3\sqrt{3}i}{4}$ (C) 0

(D) $\frac{3\sqrt{3}i}{4}$ (E) -2

(Burada $i = \sqrt{-1}$ dir.)

11. BAC üçgeninin kenarlarının oranı 2 : 3 : 4 dür. En kısa kenar olan AC ye çizilen BD açıortayı, AC kenarını AD ve CD doğru parçalarına ayırmaktadır. AC nin uzunluğu 10 cm. ise AC nin en büyük parçasının uzunluğu kaç cm. dir?

- 1 5 1 —
 (A) 3— (B) 5 (C) 5— (D) 6 (E) 7—
 2 7 2

12. $(2^{2x+1}) \cdot (4^{3x+6}) = 8^{x+1}$ denklemini sağlayan kaç reel x değeri vardır?
 (A) sıfır (B) bir (C) iki (D) üç
 (E) üçten fazla

13. xy — düzleminde, koordinatları $x + y \leq 5$ şartını sağlayan, pozitif rasyonel sayılar olan noktaların sayısı ne kadardır?
 (A) 9 (B) 10 (C) 14 (D) 15 (E) ∞

14. ABCD dikdörtgeninin uzun kenarı 5 cm, kısa kenarı 3 cm. dir. AC köşegeni E ve F noktaları yardımıyla üç eşit parçaya bölünüyor. BEF üçgeninin alanı kaç cm^2 dir.

- 3 5 5 $\sqrt{34}$ $\sqrt{68}$
 (A) — (B) — (C) — (D) — (E) —
 2 3 2 3 3

15. $x - y > x$ ve $x + y < y$ ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
 (A) $y < x$ (B) $x < y$ (C) $x < y < 0$
 (D) $x < 0, y < 0$ (E) $x < 0, y > 0$

16. $\frac{4^x}{2^{x+y}} = 8$ ve $\frac{9^{x+y}}{3^y} = 243$ bağıntılarını

sağlayan x ve y reel sayılarının çarpımı kaçtır?

- (A) 12/5 (B) 4 (C) 6 (D) 12 (E) -4

17. $x^2 + 4y^2 = 1$ ve $4x^2 + y^2 = 4$ eğrilerinin ortak noktalarının sayısı nedir?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 12 (E) 4

18. Bir aritmetik dizinin ilk terimi 2, son terimi 29 ve bütün terimlerinin toplamı 155 dir. Bu dizinin ortak farkı kaçtır?
 (A) 3 (B) 2 (C) 27/19 (D) 13/9 (E) 23/38

19. 8, 12, ... aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı s_1 , 17, 19, ... aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı s_2 olsun. $n \neq 0$ olduğuna göre n nin kaç değeri için $s_1 = s_2$ dir?

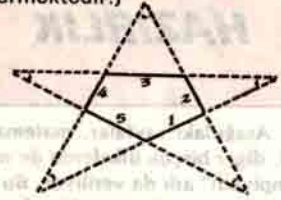
- (A) n nin hiçbir değeri için
 (B) n nin bir değeri için
 (C) n nin iki değeri için
 (D) n nin dört değeri için
 (E) n nin dörtten fazla değeri için

20. «Her reel a, b çifti için eğer $a = 0$ ise $ab = 0$ dir» önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- (A) $a \neq 0$ ve $ab \neq 0$ (B) $a \neq 0$ ve $ab = 0$
 (C) $a = 0$ ve $ab \neq 0$ (D) $ab \neq 0$ ve $a \neq 0$
 (E) $ab = 0$ ve $a \neq 0$

21. Bir « n -köşeli yıldız» şöyle meydana gelmektedir, şöyleki: Konveks bir çokgenin kenarları sırasıyla 1, 2, ..., k , ..., n ($n \geq 5$) olarak numaralanmıştır. k ile $(k+2)$ sayılı kenarlar k nin hiçbir değeri için paralel değildir. $n+1, n+2$ sayılı

kenarlar 1 ve 2 numaralı kenarlarla aynıdır. Şimdi k ve $k+2$ numaralı kenarları kesiciye kadar uzatalım. (Şekil $n=5$ halini göstermektedir.)



Yıldızın köşelerindeki iç açılarının dereceleri toplamı S ise, S aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- (A) 180 (B) 360 (C) $180(n+2)$
 (D) $180(n-2)$ (E) $180(n-4)$

22. a ve b reel veya kompleks sayılar olmak üzere

- (I) $\sqrt{a^2 + b^2} = 0$, (II) $\sqrt{a^2 + b^2} = ab$,
 (III) $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ (IV) $\sqrt{a^2 + b^2} = a - b$
 ifadeleri göz önüne alıyoruz. Bu ifadelerden hangileri $a=0$ ve $b=0$ dan başka bir çözüme sahiptir?

- (A) (I), (II), (III), (IV)
 (B) sadece (II), (III), (IV)
 (C) sadece (I), (III), (IV)
 (D) sadece (III) ve (IV)
 (E) sadece (I)

23. x reel ve $4y^2 + 4xy + x + 6 = 0$ ise x 'in hangi değerleri için y de reeldir?

- (A) $x \leq -2$ veya $x \geq 3$
 (B) $x \leq 2$ veya $x \geq 3$
 (C) $x \leq -3$ veya $x \geq 2$
 (D) $-3 \leq x \leq 2$
 (E) $-2 \leq x \leq 3$

24. $\log_m N = \log_n M$, $M \neq N$, $MN > 0$, $M \neq 1$, $N \neq 1$ ise $M \cdot N = ?$

- (A) 1/2 (B) 1 (C) 2 (D) 10 (E) 2 den büyük 10 dan küçük bir sayı.

25. Eğer $F(1) = 2$, $n = 1, 2, \dots$ için

$$2F(n) + 1 = F(n+1) \text{ ise}$$

- $F(101)$ kaçtır?
 (A) 49 (B) 50 (C) 51 (D) 52 (E) 53

26. m bir pozitif tamsayı olsun. $13x + 11y = 700$ ve $y = mx - 1$ doğrularının, koordinatları tamsayı olan bir noktada kesişebilmeleri için m ne olmalıdır?

- (A) sadece 4 (B) sadece 5 (C) sadece 6
 (D) sadece 7 (E) 4, 5, 6, 7 sayılarından biri ve diğer bir pozitif tamsayı

27. Sabit hızla hareket eden bir kürekçi, akıntı yönünde hareket ederek 15 km. yol alıp geriye dönmüştür. Giderken 15 km. lik yolu almak için harcadığı zaman, dönerken harcadığı zamandan 5 saat daha azdır. Kürekçi eğer hızını iki katına çıkarsa

rırsa, akıntı yönünde harcadığı zaman akıntıya karşı harcadığı zamandan 1 saat daha az olmaktadır. Akıntının hızı kaç km/sa'dır.

- (A) 2 (B) 5/2 (C) 3 (D) 7/2 (E) 4
28. Bir doğru üzerinde, sırasıyla, O, A, B, C, D noktaları alınıyor. OA = a, OB = b, OC = c, ve OD = d dir. B ile C arasında AP : PD = BP : PC olacak şekilde bir P noktası alınıyor. OP aşağıdakilerden hangisine eşittir ?

(A) $\frac{b^2 - bc}{a - b + c - d}$ (B) $\frac{ac - bd}{a - b + c - d}$

(C) $\frac{bd + ac}{a - b + c - d}$ (D) $\frac{bc + ad}{a + b + c + d}$

(E) $\frac{ac - bd}{a + b + c + d}$

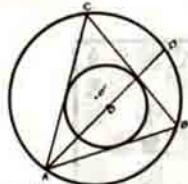
29. 1000 den küçük olup 5 ve 7 ile bölünemeyen pozitif tam sayılar kaç tanedir ? (A) 688 (B) 686 (C) 684 (D) 658 (E) 630

30. $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin üç kökü 1, 2 ve 3 olduğuna göre a + c yi hesaplayınız.

- (A) 35 (B) 24 (C) -12 (D) -61 (E) -63

31. Bir ABC üçgeninin dışına O' merkezli bir çember, içine de O merkezli bir çember çiziliyor. AO doğrusu büyük çembere D noktasında kestiğine göre aşağıdaki bağlantılardan hangisi doğrudur ?

- (A) CD = BD = OD
(B) AO = CO = OD
(C) CD = CO = BD
(D) CD = OD = BD
(E) OB = OC = OD



32. Bir ABC üçgeninde AB kenarının orta noktası M, A ve M nin arasındaki herhangi bir nokta da P olsun. M den PC ye çizilen paralel BC kenarını D noktasında kessin. BPD üçgeninin alanının ABC üçgeninin alanına oranı r olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur ?

(A) $\frac{1}{2} < r < 1$ olup r, P nin yerine göre değişir.

(B) $r = \frac{1}{2}$ olup r, P nin yerine bağlı değildir.

(C) $\frac{1}{2} \leq r < 1$ olup r, P nin yerine göre değişir.

(D) $\frac{1}{3} < r < \frac{2}{3}$ olup r, P nin yerine göre değişir.

(E) $r = \frac{1}{3}$ olup r, P nin yerine bağlı değildir.

33. $ab \neq 0$ ve $|a| \neq |b|$ ise

$$\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} = \frac{b}{x-a} + \frac{a}{x-b}$$

denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır ?

- (A) sıfır (B) bir (C) iki (D) üç (E) dört
34. Çevresi 25/12 m olan bir tekerlek saatte r kilometre hızla hareket etmektedir. Eğer tekerleğin bir tam dönmesi için gereken zaman 1/4 saniye kısaltılırsa, r hızı saatte 5 km. artmaktadır. Buna göre r aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A) 9 (B) 10 (C) 10 $\frac{1}{2}$ (D) 11 (E) 12

35. O, ABC üçgeninin bir iç noktası olsun. $s_1 = OA + OB + OC$ ve $s_2 = AB + BC + CA$ ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur ? (A) Her üçgen için $s_1 > 2s_2$, $s_1 \leq s_2$ dir. (B) Her üçgen için $s_1 \geq 2s_2$, $s_1 < s_2$ dir. (C) Her üçgen için $s_1 > \frac{1}{2}s_2$, $s_1 < s_2$ dir. (D) Her üçgen için $s_1 \geq 2s_2$, $s_1 \leq s_2$ dir. (E) Her üçgen için (A), (B), (C) ve (D) den hiçbirisi doğru değildir.

36. $(1 + x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, x'e göre bir özdeşlik olsun. $s = a_0 + a_2 + \dots + a_{2n}$ toplamını hesaplayınız.

(A) 2^n (B) $2^n + 1$
(C) $\frac{3^n - 1}{2}$ (D) $\frac{3^n}{2}$ (E) $\frac{3^n + 1}{2}$

37. Murat, Ahmet ve Ali bir işi, hep beraber çalıştıklarında Murat'ın o işi tek başına yapması için gereken zamandan 6 saat daha az, Ahmet'in tek başına yapması için gereken zamandan 1 saat daha az ve Ali'nin o işi tek başına yapması için gereken zamanın yarısı kadar bir zamanda yapıyorlar. Murat ile Ahmet'in aynı işi beraber yapmaları için gereken zaman h saat ise, h aşağıdakilerden hangisidir ?

- (A) 5/2 (B) 3/2 (C) 4/5 (D) 5/2 (E) 3/4

38. Bir ABC üçgeninde, BC ve AB kenarlarının AM ve CN kenarortayları O noktasında kesişmektedir. AC nin orta noktası P, MP ile CN nin kesim noktası Q olsun. OMQ üçgeninin alanı n ise ABC üçgeninin alanı nedir ?

- (A) 16n (B) 18n (C) 21n (D) 24n (E) 27n

39. F_1 kesrinin R_1 tabanına göre yazılışı $0,373737 \dots$ ve F_2 kesrinin aynı tabana göre yazılışı $0,737373 \dots$ dir. R_2 tabanına göre F_1 kesri $0,252525 \dots$ olurken, F_2 kesri $0,525252 \dots$ oluyor. Herbiri on tabanına göre yazılmış olarak, R_1 ile R_2 nin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

(A) 24 (B) 22 (C) 21 (D) 20 (E) 19

40. O merkezli a yarıçaplı bir çemberin çapı AB olsun. Bir AD kirişinin uzantısı, çembere B noktasından çizilen teğeti C de kesmektedir. AC üzerinde $AE = DC$ olacak şekilde bir E noktası alınmaktadır. E nin A dan çembere çizilen teğete olan uzaklığı x , AB çapına olan uzaklığı y ise sağdaki bağıntılardan hangisi doğrudur?

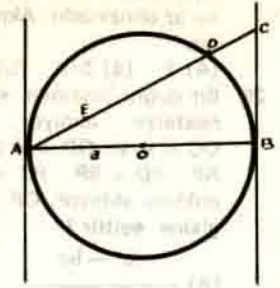
(A) $y^2 = \frac{x^2}{2a - x}$

(B) $y^2 = \frac{x^2}{2a + x}$

(C) $y^2 = \frac{x^2}{2a - x}$

(D) $x^2 = \frac{y^2}{2a - x}$

(E) $x^2 = \frac{y^2}{2a + x}$



40. sorunun şekli.

SATRAÇ YARIŞMASI

1



2



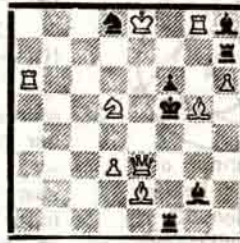
3



4



5



6



2 HAMLEDE MAT

Bu bilmecelerin hepsi girdikleri yarışmalarda ödül kazanmış seçme bilmecelerdir. Çözümleri bu sayfadaki kuponla birlikte 15 Şubat 1978'e kadar dergimiz Satraç Servisine gönderiniz.

Altı bilmecelyi de doğru çözen herkesin adı dergimizde yayınlanacak ve kendilerine 1978 Satraç Bilmecesi Ustası ünvanı verilecektir.

Bu adlar arasında kura ile belirlenecek 3 kişi Bilim - Teknik Dergisine ücretsiz ÖMÜR BOYU ABONE kaydedilecek, diğer 10 kişi de 1 yıllık abone kazanacaklardır.

ŞAHMATI'dan hazırlayan: Dr. Selçuk ALSAN

SATRAÇ BİLMECE
KUPONU 1978