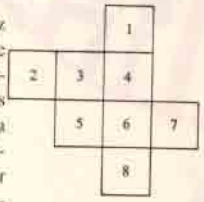
Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

İskambil Kağıtları ve Mantık



Bu sekiz kart için elde şu veriler vardır: 1- Her As bir Rua'ya komşudur. 2- Her Rua bir Dam'a komşudur. 3- Her Dam bir Vale'ye komşudur. 4- Damların hiçbiri bir As'a komşu değildir. 5- Aynı cinsten hiçbir kart komşu değildir (iki Vale komşu olamaz, iki Dam komşu olamaz vb.). 6- Toplam 2 Rua, 2 Dam, 2 Vale ve 2 As vardır.

6 No.lu kart nedir? (Mükemmel ve zor bir mantık uygulaması).

Tunayı Geçmek

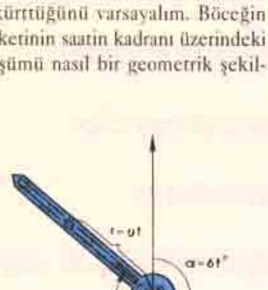
İşte size klâsik, hiç ölmeyecek bir problem. Bir satranç tahtasında e dikey hattı boş, bu Tuna ırmağı. Tuna'nın solunda dört, sağında üç at var. Problemi çözmek için usta satrançcı olmak gerekmiyor, yalnız satranç atının nasıl hamle yaptığını bilmeniz yeterli. Sizden istenen dört beyaz atı sağa, üç siyah atı sola geçirmenizdir. Tek bir koşul vardır: Hiçbir zaman aynı dikey hat (a, b, c, d, e, f, g ve h) üstünde birden fazla at olmayacaktır. Bir beyaz, bir siyah oynamak şartı yoktur; beyaz veya siyah üst üste birkaç hamle yapabilir. Tuna'yı geçen atların başlangıçtaki gibi aynı hizada olmalarına gerek yoktur. Atlar geriye hamle yapamaz. Atlara yer değiştirmek en az kaç hamle gerektirir?

Matematik ve Adalet

2999 yılında Hekzagonya ile komşusu Rektangülarya arasında bir savaş olmuştu. "Hekzagonya'nın dokuz şehri vardı. Bunlardan altısı bir çember üzerine rastgele yerleştirilmişti: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 No.lu şehirler. 1 ile 2 arasında A, 2 ile 3 arasında B, 3 ile 4 arasında C, 4 ile 5 arasında D, 5 ile 6 arasında E ve 6 ile 1 arasında F yolu vardı. Dairenin dışında da üç şehir bulunuyordu. A ile D yolları daire dışına dümdüz uzatılmış ve kesiştikleri yere Descartes şehri, B ile E yollarının kesiştikleri yere Pascal şehri, C ile F yollarının kesiştikleri yere Euler şehri kurulmuştu. Savaş sırasında düşman daire üzerindeki altı şehri kuşattı. Bilim adamları yeni bir bomba geliştirdiler. Bombalar Euler şehrinde imal edilmiş ve depolanmıştı. Genel Kurmay Başkanlığı Euler şehri komutanı general Sibernos'a elindeki bombaları derhal Descartes şehrine göndermesi için bir emir gönderdi. General Sibernos bu emre uymadı. Hekzagonya bu yüzden savaşı kaybetti. Savaştan sonra general Sibernos savaş divanına çıkartıldı. Sibernos kendini şöyle savundu: "Bombaları gönderemezdim. Çünkü Euler, Pascal ve Descartes şehirlerini birbirine bağlayan demiryolu virajlar içeriyordu. Bilim adamları bombaların tren virajları alırken patlayabileceğini ileri sürdüler." Yargıçlar zor durumda kaldılar. Şehirleri ve tren yollarını yapan mühendisler savaşta ölmüş, şehirler ve tren yoları ise bombalanarak yerle bir olmuştu. Bilim adamlarından oluşan bir bilirkişi heyeti bu tip bombaların eğri yollarda açısal ivme kazanarak patlayabileceğini bildirmişti. Nakil için düz yol gerekliydi. General Sibernos haklı olabilir miydi, yoksa bir düşman ajanı mıydı? Neyse ki yargıçlardan biri general Cin Ruhi'ydi. Cin Ruhi söz alarak öyle bir şey söyledi ki general Sibernos derhal idama mahkûm edildi." Cin Ruhi ne demişti?

Bir Açıyı Üçe Bölmek

Yalnız cetvel ve pergel kullanarak bir açının asla üçe bölünemeyeceğini (90°, 135° ve 180° gibi özel durumlar hariç) duymuşsunuzdur. Aslında yardımcı bir eğri (şimdilik adını vermeyelim, siz araştırın) kullanılarak cetvel ve pergelle bir açı kolayca üçe bölünebilir. Yardımcı eğriyi bulabilmeniz için bir ipucu problemi verelim. Matematikte de bazen hayatta olduğu gibi, bir problemi çözmek diğer problemleri çözdürür. Londra'daki Big Ben adlı saat kulesinin yelkovanı üzerinde bir hamamböceğinin saniyede V hızla yürüdüğünü düşünelim. Hız sabit olsun. Bir yandan da yelkovan saniyede 6° hızla dönüyor (360°/60 = 6°). Bu böceğin sürekli olarak saat kadranına siyah bir boya püskürttüğünü varsayalım. Böceğin hareketinin saatin kadranı üzerindeki izdüşümü nasıl bir geometrik şekildir?



Dikkatinizi ve Sabrınızı Ölçüyoruz

Bu altı desenden yalnızca bir tanesi diğerlerinden biraz farklı çizilmiştir. Acaba hangisi? (Her daire kendinden bir öncekine göre 60° döndürülmüştür).

Matematik ve Askerî Mühendislik

Savaş sırasında orduda askerî mühendis olarak görev yapıyorsunuz. Komutanlıktan şöyle bir emir geliyor: "Düşman yaklaşıyor. Derhal şehrin etrafında şehri ortasına alan altıgen biçiminde uzun bir siper kazın. Düşmanı şaşırtmak açısından bu altıgen düzgün bir altıgen olmamalıdır; düzgün olmayan bir altıgen olmalıdır. Bu altıgen biçimi siper kazıldıktan sonra, altıgenin karşılıklı köşelerini [köşelere 1'den 6'ya kadar sıra ile numara verirsek 1 ile 4'ü, 2 ile 5'i ve 3 ile 6'yı] birleştiren siperler kazın. Ancak öyle bir plan çizin ki karşılıklı köşeleri birleştiren siperler aynı noktada kesişsin. Siperlerin gereksinimleri bu tek merkezden sağlanacaktır". Karşılıklı köşelerini birleştiren doğrular aynı noktada kesişen düzgün olmayan bir altıgeni (irregüler hekzagon'u) nasıl çizersiniz?

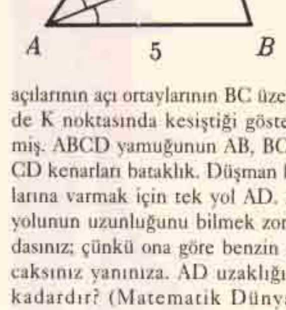
(Köşegenlerden önce çevresini belirleyeceksiniz).

Cin Ruhi'nin Yaşı Kaç?

Cin Ruhi'nin beş basamaklı bir sayı olan okul numarasının son iki basamağı yaşını veriyor, yaşının küpü okul numarasına eşit. Yaşı tek bir sayı (çift değil). Cin Ruhi kaç yaşında?

Bir Kurmay Problemi

Diyelim ki bir savaşın komutanısınız. Elinize düşman hatlarına ait yandaki harita geçiyor. Yalnız DC = 1 ve AB = 5 verilmiş. Bir de D ve A



açılarının açı ortaylarının BC üzerinde K noktasında kesiştiği gösterilmiş. ABCD yamuğunun AB, BC ve CD kenarları bataklık. Düşman hatlarına varmak için tek yol AD. AD yolunun uzunluğunu bilmek zorundasınız; çünkü ona göre benzin alacaksınız yanınıza. AD uzaklığı ne kadardır? (Matematik Dünyası, Ağustos 1991).

Boşluğu Doldurmak

İtiraf edeyim, bu problemi hazırlarken çok güldüm. Gülünmeyecek gibi değil. İki profesör konuşuyor. Soldaki sağdakine bulduğu bir matematik problemini anlatıyor. Problem hayli karmaşık görülüyor. En altta çok önemli anlamında !!! (üç ünlem işareti) var. Sağdaki (   )² olarak yanıt veriyor. Parantez içindeki boşluğa ne yazılmıştı dersiniz?

Tatlı Bir Sohbet

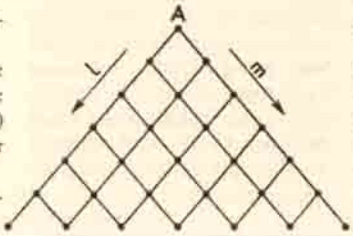
Cin Ruhi: "Perihan, (n-1)! sayısı n ile kalansız bölünür mü?". Peri Perihan: "n asalsa tabii ki bölünemez". Ruhi: "Peki, neden?". Perihan: "Çünkü (n-1)! sayısının asal çarpanları 1, 2, 3, 4, ... (n-1)'dir. Bu çarpanlar arasında n yoktur. Bir asal sayıyı veya onun katlarından birini çarpan olarak içermeyen bir sayı, o asal sayıya bölünemez." Ruhi: "Peki, (n-1)! + 1 sayısı n'e kalansız bölünebilir mi?".

Cin Ruhi aynı soruyu sizlere de soruyor, ne dersiniz? Birkaç örnekle deneyin bakalım. Örneğin (6! + 1) sayısı 7 ile kalansız bölünebiliyor mu?

Eğer böyleyse bunu genel olarak kanıtlayabilir misiniz?

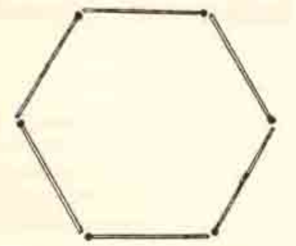
Bir Olimpiyat Problemi

Bu problem 1945'de yapılan 8. Moskova Olimpiyatları'nda 9. ve 10. sınıf öğrencilerine verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi A noktasından başlayarak sürekli ikiye dallanan bir yol şebekesi vardır. A noktasında 2^{m} kişi var. Bunların yarısı l, yarısı da m yönünde gider. Her grup rastladıkları ilk kavşakta yeniden iki eşit alt gruba bölünür; alt grupların biri l, biri m yönünde gider. Her kavşakta bu ikiye bölünme tekrarlanır. 1000. sırada her kavşakta kaçar kişi olacaktır?



En Hızlı İniş

Uludağ'ın tam tepesinden ovaya kadar en hızlı inişi sağlayacak bir kızak yolu yapılmak isteniyor. Bu yolun geometrik biçimi ne olmalıdır? (Dikkat: İki nokta arasında en hızlı inişi sağlayan geometrik şekil bir doğru değildir. İki nokta arasında en kısa yol bir doğrudur; fakat yüksekten alçağa inişte en kısa yol en hızlı yol değildir; zaten böyle olsaydı bu soru sorulmazdı).



Altıgenden Baklava

İki kibrite yer değiştirerek ve bir kibrit ilâve ederek 2 eşkenar dörtgen (baklava dilimi) oluşturun.

Doğum Günleri

Altı kişiden ikisinin doğum günlerinin aynı olması olasılığı nedir? (Artık yılları dikkate almıyoruz).

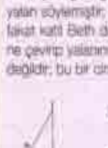
Geçen Ayın Çözümleri

Cora'nın Ölümü

İfade şekli	Anna	Beth
Doğru	3 olasılık içermektedir: Bu bir cinayetse Beth katildir veya bu bir intihardır veya bu bir kazadır	2 olasılık içermektedir: cinayet veya intihar
Yalan	Cinayet, fakat katil Beth değil	kaza

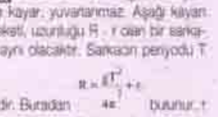
Holmes'in iki tahmininden yalnız biri doğru olabilir; çünkü 1. ve 2. tahminlerin ikisinin de doğru veya ikisinin de yanlış olması, çelişki yaratır. İki kişinin doğru (veya yalan) söylemesiyle birinin doğru, birinin yalan söylemesi birbirini dışlayıcıdır (mutually exclusive). 1. tahmin doğru olamaz; çünkü Anna "bu bir cinayetse..." derken cinayetten emin olmadığını ortaya koymuş, yani kaza veya intihar olasılığını da kabul etmiştir. Oysa Beth "bu bir cinayet veya intihardır" demekle kaza olasılığını ekarte etmiştir. 1. tahmin bu olayın kaza sayılabilmesi için hem Anna'nın, hem de Beth'in doğru söylemesi gerektiğini ortaya koymaktadır. biri yalan söylediği için 1. tahmin geçerli değildir (hem Anna, hem Beth'in doğru söylediğini kabul etmemiz çelişki yaratmaktadır). Demek ki 2. tahmin doğrudur; buna göre Anna veya Beth'den birisi yalan söylemiştir ve yine 2. tahmin gereği bu bir kaza olamaz. Kaza olamayacağına göre "kaza da olabilir" diyen Anna yalan söylemiştir. Anna yalancıysa bu bir cinayettir; fakat katil Beth değildir (Anna'nın doğrusunu tersine çevirip yalanını bulalım: "bu bir intihar veya kaza değildir; bu bir cinayettir, ama katil Beth değildir").

Dev Aynası



Resimde görüldüğü gibi ayna yan yatırılır. Bilya aynanın kenarından yokuşaşağı bırakılır. Sürtünmenin olmadığını varsayarsak, bilye aşağı kayar, yuvarlanmaz. Aşağı kayan bu bilyanın hareketi, uzunluğu R - r olan bir sarkacın hareketinin aynı olacaktır. Sarkacın periyodu $T = 2\pi\sqrt{(R-r)/g}$'dir. Buradan $R=\frac{gT^2}{4\pi^2}+r$ bulunur. r verilmiştir, T ise kronometre ile hesaplanır. Sürtünme daima olduğundan formül hafifçe değişir: $T = 2\pi\sqrt{1.4(R-r)/g}$. Buradan $R=\frac{gT^2}{5.6\pi^2}+r$

Nasıl Geçelim?



Köşegen

Köşegeni bir köşeden ötekine takip edelim. Köşegen her dikey veya yatay çizgiyi kestiğinde bir kare geçilmiş olmaktadır. Köşegen 92 yatay ve 230 dikey çizgiyi çaprazlamak zorundadır. İstenen çözüm 92 + 230 = 322 kare sanılabilir. Ancak köşegen bazı karelerde hem dikey, hem de yatay çizgileri kesmekte, böylece bir kare iki kere sayılmaktadır. Acaba böyle iki kere sayılan kaç kare vardır? İki kere sayılan karelerin sayısı 231 ile 93'ün en büyük ortak böleni (E.B.O.B.) kadardır. 231 ile 93'ün E.B.O.B.'i 3'dür; o halde geçilen kare sayısı 230 + 92 - 3 = 319'dur.

Askeri Bir Problem

Şekilde görüldüğü gibi çözümü çok kolaydır. Düzgün bir onikigenin her köşesine 1 ve her kenarına 9'ar konulursa her kenarda 11'er olur ve 12 sıra oluşur; subay da onikigenin merkezinde her sıradan eşit uzaklıktadır.

Amiplos Galaksisi

Henri Dudeney'in 536 Puzzles kitabına göre (s. 282) Bu problemin yalnızca iki çözümü vardır: n = 3 ve n = 7.

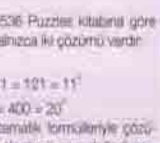
$1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121 = 11^2$

$1 + 7 + 49 + 343 = 400 = 20^2$

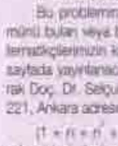
Bu problemin matematik formülleriyle çözümünü bulan veya bilen okurlarımız ve değerli matematikçilerimizin katkılarını bekliyoruz. Yanıtlar bu sayfada yayınlanacaktır. Mektupların okunaklı olarak Doç. Dr. Selçuk Alsan, TÜBİTAK, Atatürk Blv, 221, Ankara adresine gönderilmesi rica olunur.

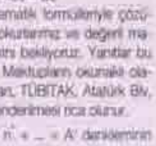
($1 + n + n^2 + n^3 + n^4 + ... = A^2$ denkleminin yalnız iki çözümü vardır" ispatlanacak ve çözümün nasıl yapıldığı açıklanacak.

Kraliyet Muhafızları



Kibritler





İşkenceros Yıldızında Sınav

Burada insan "matematikte yalnız doğruluk değil, sanatlarda rastlanana benzer bir güzellik, bir zarafet de vardır" diyen Bertrand Russell'i hatırlıyor. Kenarları ardışık dört sayı olan bir dörtgenin maksimum alanı, bu dört sayının çarpımının karekökü̈ne eşittir. $S = \sqrt{7 \times 8 \times 9 \times 10} = 70.99\ m^2$. Cin Ruhi düğmeye tam 70.99 m²'de bastı ve hepsi kurtuldular. Ne kadar güzel bir teorem! Bu teoremin ispatını arıyoruz. Okurlarımızdan ve değerli matematikçilerimizden bu konuda bir katkı olursa çok mutlu olacak ve teoremin ispatını da bulanların adıyla vereceğiz. Yanıtlar okunaklı olarak Doç. Dr. Selçuk Alsan, TÜBİTAK, Atatürk Blv. No: 221, Ankara adresine gönderilmelidir.

(Teorem: Kenarları 4 ardışık sayı olan bir dörtgenin maksimum alanı bu dört sayının çarpımının kareköküne eşittir).

Düşün - Say - Çıkart

Mavi elbiseli kızdan başlanacak.
n = 13 ve m = 14.

Matematik Problem Seminerleri

Problem Semineri Ödülleri

28 Şubat 1996'dan itibaren yeniden başlayacak olan Matematik Problem Seminerleri'nde, problemlere doğru çözüm sunan katılımcılara çeşitli ödüller verilecektir. Ödüle hak kazanabilmek için, yazılı ve tam çözümlerin, ilgili problem seminerinin başlamasından önce, postayla ya da elden Problem Semineri Grubu'na iletilmiş olması gerekmektedir.

Her seminerdeki dört problemden birincisi 1, ikinci problem 2, üçüncü problem 3, dördüncü problem ise 5 puan değerinde olacaktır. Her doğru çözüm için problemlerin zorluk derecelerine göre değişik ödüller verileceği gibi, bir dönem boyunca yapılacak yedi problem seminerinde aldıkları toplam puana göre ilk üç sırayı elde eden katılımcılara, toplam puanları 30'un üstünde olmak koşuluyla, ayrıca dönem ödülleri verilecektir.

Ödüle hak kazananların isimleri, TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi'nde ilan edilecek; ilginç çözüm ve yaklaşımlar, her dönem sonunda yayınlanacak Problem Semineri Kitabına dahil edilecektir.

Matematik Problem Seminerleri, 1996 İlkbahar Döneminde de, Ankara'da, "TÜBİTAK Bilim Adamı Yetiştirme Grubu, Atatürk Bulvarı, No.221 Kavaklıdere, Ankara" adresinde yapılmaya devam edilecektir. Seminerler, genel istek üzerine ve katılım kolaylaştırmak amacıyla, daha önce ilan edilmiş olan 15^{30}-17^{30} saatleri yerine, 15^{15}-17^{15} saatleri arasında gerçekleştirilecektir.

Çözümlerin iletileceği mektup adresi şöyledir:
TÜBİTAK Bilim Adamı Yetiştirme Grubu
Matematik Problem Seminerleri
Atatürk Bulvarı, No. 221
06100 Kavaklıdere, Ankara

Problem Semineri 96/2

28 Şubat 1996, Çarşamba,
Saat 15^{15}-17^{15}

N pozitif tam sayılar kümesini göstermek üzere, (F_n) Fibonacci dizisi $F_0=0$, $F_1=0$ ve her $n \in N$ $F_{n+1}=F_n+F_{n-1}$ olacak şekilde tanımlanmaktadır.

1. (a) $w=\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)$ olmak üzere, her $n \in N$ için $w^n=F_n w+F_{n-1}$ olduğunu gösteriniz.

(b) Her $m, n \in N$ için, $F_{m+n}=F_{m}F_{n+1}+F_{m-1}F_{n}$ olduğunu kanıtlayınız.

2. p bir asal sayı olsun.

(a) p/F_k olacak şekilde bir $k \in N$ olduğunu kanıtlayınız. m (p) ile bu koşulu sağlayan en küçük pozitif tam sayıyı gösterelim.

(b) n negatif olmayan bir tam sayı olmak üzere, $p \mid F_n \Leftrightarrow m(p) \mid n$ olduğunu gösteriniz.

3. p bir asal sayı olsun. m (p) sayısı çift ise,

(a) $p\equiv 13 \pmod{20}$ veya $p\equiv 17 \pmod{20}$ olduğunu ve (b) $p \equiv 3 \pmod{20}$ ya da $p \equiv 7 \pmod{20}$ olmasının $F_{m(p)-1} \equiv -1 \pmod{p}$ olmasını gerektirdiğini kanıtlayınız.

Problem Semineri 96/3

13 Mart 1996, Çarşamba,
Saat 15^{15}-17^{15}

1. Bir küre, bu küre üstünde bir çember ve bu küre üstünde bulunmayan bir P noktası veriliyor. P noktası ile verilen çembere ait noktaları birleştiren doğruların küreyle verilen çember dışında kesiştikleri noktaların yine küre üstündeki bir çember üzerinde bulunacağını kanıtlayınız.

2. Bir dörtyüzlünün iki aykırı kenarının orta noktalarından geçen herhangi bir düzlemin dörtyüzlüyü eşit hacimli iki parçaya ayıracağını kanıtlayınız.

3. Bütün yüzleri eşkenar dörtgen olan ve köşelerinden yedi tanesi bir küre üstünde bulunan bir altıyüzlü veriliyor. Bu altıyüzlünün geri kalan sekizinci köşesinin de aynı küre üstünde bulunması gerektiğini gösteriniz.

4. Bir küre ve bu kürenin içinde yer alan bir P noktası veriliyor. P noktasından çıkan ve birbirlerine dik ışın üçlülerinin küre ile kesiştikleri noktaların belirlediği düzlem üstüne P noktasının dik izdüşümlerinin oluşturduğu geometrik yeri bulunuz.