MATEMATİĞİN UYGULANABİLİRLİĞİ

Stanislaw ULAM

"Yararlı" matematiği nasıl tanımlayabiliriz ve yeni buluşlardan daha fazla yararlanmak için neler yapabiliriz? Bu soru, birçok araştırma yöneticisini, mühendislik ve bilimdeki büyük önderleri düşündürüyor. Matematiğin bugünkü çeşitli kullanımlarının incelendiği bu yazı, matematiğin yeni buluşları ile onların uygulamaları arasında doğrudan bir bağlantı bulunmadığını savunmaktadır. Matematiğin uzun tarihi boyunca, basit fantezilerden pek farklı görünmeyen düşüncelerin, en sonunda olağan ama çeşitli önemli problemlere uygulanabildiği ortaya çıkmıştır. Bugünlerde doğan matematiğin de çoğunun uygulanabileceğinde hiç kuşku olmasa da, olası kullanımlarını baştan kestirmek pek kolay değildir.

Günümüzün matematik araştırmaları, genellikle, çeşitli soyutlamalara yöneliktir. Bununla birlikte, matematik kuramında yapılacak uzun bir gezinti, matematiğin, yalnız kendi içinde değil, fizikte ve genel olarak doğa bilimlerinin tümünde uygulamaları olduğunu gösterebilir. Matematik dergilerinde yayınlanan çalışmaların çoğunun, ayrıntılı uzmanlık araştırmaları olmalarına karşılık, onları bilinmeyeni araştıran "devriye karakolları"na benzetebiliriz. Bunların bazılarının, insan aklının doğayla oynadığı büyük oyunda yeni ilginç alanlara rastladığı olur. Böylece matematik araştırmalarındaki etkinliğin büyük bölümü "konu dışı" görünse de, insanlığın büyük bilgi küresi önemli bir hızla genişlemekte ve matematiğin, yeni buluşların ortaya çıkardığı problemlere uygulanibilirliği sınır tanımadan artmaktadır.

Matematiğin tarihsel olarak ikili bir kökeni olduğunu biliyoruz. Matematiksel düşünmenin bu iki biçiminin İlkçağ'daki başlangıçları, hemen hemen aynı zamanlarda ve belki de birbirlerinden bağımsız olarak ortaya çıkmışlardır: Sayılarla uğraşan **aritmetik** ve şekillerle uğraşan **geometri**. Ayrıca, o zamanların insanının genel olarak her iki düşünce biçimini de öğrenerek yetişmiş olduğu göze çarpmaktadır. Düşünce sürecinin, başka deyişle **mantık ve matematiksel yöntem** bilincine ulaşma sürecinin kendini inceleme düşüncesi ise, belki biraz daha sonra doğmuştur. Şimdiki matematiksel çalışmalarda da belirli bir **ikiye ayrılma** sürmektedir. Şimdiki kullanılışı ile **matematiksel yöntem**, Eski Yunanlılara bile değişik gelmeyebilir. Bunun yanında **nesnelere yönelik matematiksel düşünce**, günümüzde çok çeşitlenmiş ve genelleşmiştir. Yalnız eskilere değil, son yüzyılın matematikçilerine bile çarpıcı gelecek olanın da, bu hızlı çoğalma olduğu söylenebilir.

Sayı bilgisinin uzunluk, yüzölçüm, hacim, v.b. kavramlarla geometrik nesnelere uygulanmasının

görünür yararlılığı, matematiğin uygulanabilirliğine verilebilecek ilk örnektir. Geometrinin başlangıçlarını, salt(pure) düşünme alıştırmasından çok fiziksel gerçeğin özellikleri ile ilgili gözlemsel bir çalışma olarak düşünürsek, matematiğin tarih öncesinde arı(pure) ve uygulamalı matematik arasında kesin bir bilgikuramsal ayrım yapmak pek kolay değildir. Oysa şimdi farklı psikolojik yönlendirmeler ve yöntemdeki farklı vurgulamalar, anlamlı bir ayrım yapmamıza izin vermektedir. Belki de matematik, bir yandan sanat için sanat olduğu kadar bir yandan da insan yaşamının gidişini değiştiren akla yatkın uygulamaları ile insan aklının etkinlikleri arasında tektir. Ancak bu uygulamalar, bu soyut sanatın kendi gelişimini de yeri geldikçe belirli ölçülerde değiştirmektedir.

Ayrıca, ilk bakışta "irrasyonel(akla aykırı)" görünen matematiksel idealleştirmelerin bile son derece yararlı ve pratik sonuçlar vermesi de ilginçtir. Örneğin, **"sonsuz büyük"** ve **"sonsuz küçük"**lerdeki **sonsuzluk** düşüncelerinin ikisi de son derece başarılıdır. Bir hesabın işleyişinin, kullanıldığı yerde neden o kadar uygun, o kadar kusursuz ve güçlü olduğu, **önsel olarak** hiç de açık değildir. Oysa örneğin, **sonsuz küçükler hesabının** doğa bilimlerindeki, özellikle astronomi ve fizikteki pek çok uygulaması, matematiksel düşünmenin belki de en büyük zaferidir. **"Sonsuz büyüklerdeki sonsuzluk"** kavramına bakacak olursak, bu kez de örneğin, olasılık kuramındaki ve istatistik mekanikteki büyük sayılarla ilgili yasaların, herhangi bir sonlu eşitsizlikler sisteminden daha uygun ve daha etkin formüllenimler sağladığını görürüz. Arı(pure) matematiğin kendi içinde (örneğin, sayılar kuramında) bile, asimptotik teoremler düzenlilikleri gösterebilir ve "yerel" teoremlerden daha iyi bir içgörüş sağlarlar. Benzer olarak, **ölçümkoruyan(ergodic) teoremler** de birçok matematiksel ve fiziksel olayda iyi bir içgörüş kazandırırlar.

Sonsuz küçükler hesabı, daha önceden bulunup kullanılıyor durumda olmasaydı, günümüz teknolojisi, özellikle de pozitif bilimlerin ve teknolojinin on dokuzuncu yüzyıldaki gelişimi oluşamazdı. Bilindiği gibi, sonsuz küçükler hesabı, önceleri gök mekaniğinde ve astronomide kullanılıyordu; sonraları da klasik fiziğe ve mühendisliğe girdi. Elektrik ve mıknatıslığın başarıları da sürekli alanlar için uygun bir anlatım sağlayan gelişmiş matematiksel çözümleme yöntemleri olmadan düşünülemez. Euclidien olmayan geometriler gibi, yine on dokuzuncu yüzyılın bazı matematiksel düşünceleri de ancak günümüzün fiziksel bilimlerinde uygulama alanı bulabilmiştir; Riemann'ın düşüncelerinin görelilik kuramındaki önemi bilinmektedir. On dokuzuncu yüzyılın özellikle ikinci yarısı, fizikteki uygulamaları gittikçe artan arı matematiksel yapıların bol bol kurulduğu bir dönem olmuştur.

YENİ DÜŞÜNCELERİN KULLANILMASI

Bu kısa yazıda, matematiğin uygulamalarından seçtiğimiz bazılarını açıklamaya çalışacağız ve yirminci yüzyılın matematiksel düşüncelerinin son kullanımlarına örnekler vereceğiz. Matematiksel çerçevenin gelişmesinde, Cantor'un **kümeler kuramının** oluşturduğu büyük kuantum sıçraması, yalnızca matematiğin temellerini derinden etkilemekle kalmayıp, matematiksel nesnelerin genelliğini de iyice artırmıştır. Örneğin, geometrik çalışmalarda uzay olarak kullanılacak olan daha genel yapılar, çok soyut diye tanınan kümeler kuramından doğal olarak çıkmıştır. Şimdi klasik analizin başlangıçlarındaki türevi alınabilirlik ve analitiklik koşullarının aranmadığı keyfi sürekli fonksiyonlardan daha genel olanları incelenmektedir. Gerçek(reel) ya da karmal (kompleks) değişkenli fonksiyonlarla ilgili temel çalışmalar ise, **uzay dönüşümleri** çalışmalarına kadar genişlemiştir. Kendilerine özgü geometrileri ile, fonksiyon sınıflarının kurduğu uzaylar bulunması da doğaldır. Böylece **fonksiyonel analiz**, matematik biliminin etkileyici bir yapıtı olmuştur.

Uzay düşüncesinin genelliği ve başarılı kullanılışı, çok genel soyut cebirsel yapıların da paralel bir gelişimini başlatmıştır. Bu çok yaygın araştırma alanı, önceki matematiksel nesnelerin yeni matematiksel soyutlamalarının bir uygulaması sayılabilir. Çarpıcı bir örnek, **sonlu boyutlu Euclid uzaylarından fonksiyon uzaylarına** genelleştirilen **saptanmış-nokta teoremlerinin** kullanılışıdır. Bunlar, diferansiyel ve integral denklemlerin varlığını belirlerken önemlidir. Başka bir örnek olarak da, **ölçümkoruyan(ergodic) teoremleri** verebiliriz. Kümeler ve gerçel(reel) değişkenlerin ölçüm kuramında ortaya çıkan bu teoremler, olasılık kuramındaki büyük sayılar yasalarının bulunmasını sağlamıştır. Eski, "klasik" problemlere dayanan, daha genel matematiksel yöntemlerin uygulanabilirliğini gösteren pek çok başka örnek de vardır. Daha soyut olan, **salt(pure) birleştirici düşünme biçimi** ise, en çok, klasik sayılar kuramında kullanılır olmuştur.

Abel, Galois ve onları izleyenlerin salt cebirsel çalışmalarından doğmuş olan **grup kuramı** ise, F.Klein'ın ellerinde, geometrik kuramların kurulmasında ve düzenlenmesinde programlayıcı bir rol oynamıştır. Ayrıca, son birkaç onyıl içinde, **grup kuramının** çok temel fizik kuramlarındaki rolü, gitgide önem kazanmıştır. Atom spektrumlarının sıralanmasında ve sınıflandırılmasında, en önemli gereçleri sağlamıştır. Spektrum çizgilerindeki görünür kaosun yerine kuantum kuramının genel ilkelerinden çıkan bir düzenliliğin geçmesi, grup kuramı sayesinde olmuştur. Daha da önemlisi, bu yüzyılın ilk yıllarından başlayarak, **özel görelilik kuramının** kapsayıcı rolü, fizik yasalarının değişmez kalmasını gerektiren **dönüşüm grupları** kavramının kullanılmasıyla kendini benimsetmiştir. Bu gelişimde yalnız **Minkowski uzaylarının** kendi aralarındaki dönüşümler değil, bu dönüşümlerin kurduğu grubun soyut özellikleri de kullanılmıştır. Böylece **Lorentz grubu**, tüm matematiksel fiziğin en önemli düşüncelerinden biridir.

Daha yakın zamanlarda ise, **grup kuramının** kavramları, "temel" parçacıkların çeşitliliğinin anlaşılmasında çok yararlı ve belki de en temel gereçler olmuştur. Bu durum, temel parçacıkların çeşitliliğinin ve özelliklerinin, doğanın seçtiği birkaç **simetri grubu** ile yönetildiği varsayımını doğrulamaktadır. Bu **simetri grupları**, Lorentz grubu ve ona eklenen spin, yük, parçacık-karşıtparçacık eşlenmesi gibi **simetrilerle** ilgilidir.

Günümüz teknolojisinin gelişmesinde de matematiksel gereçlerin kullanımının zorunlu bir ön gerek ve hatta bir uyarım olduğu bilinmektedir. Hesap dili ve tekniği, yalnız köprü yapımları ve elektrik motorları tasarımları gibi, makine çağındaki gelişimleri değil, termodinamik, elektrik alan, kimyasal tepkimeler, atmosferdeki uçuşlar v.b. ile ilgili kuramların formüllenimlerini de sağlamıştır. Örneğin, roketlerin fırlatılmasındaki son başarılar ve yapay uyduların yapılması, tümüyle **Newton yasalarının sonuçlarının matematiksel çözümlenmesinin** geniş uygulama alanı olan **klasik mekaniğin** ilkelerine dayanmaktadır. Bu saydıklarımızın tümü, matematiğin yaşamımızda oynadığı açık ve genel rolü gözler önüne sermeye yeterlidir.

STANISLAW ULAM KİMDİR?

Stanislaw ULAM, Kaliforniya Üniversitesi'nin New Mexico'daki Los Alamos Bilim Laboratuvarı'nda araştırma danışmanı ve Colorado Üniversitesi'nde profesördür. Polonya'da doğmuş ve eğitimini de orada tamamladıktan sonra, 1936'da ABD'ye gelmiştir. II. Dünya Savaşı sırasında, Los Alamos'taki Manhattan Projesi'ne katılmış; böylece de, termonükleer silâhların düşünce mimarlarından biri olmuştur. Matematik ve fizik broblemlerinin bilgisayarda benzetimle çözülmesinde yaygın olarak kullanılan Monte Carlo Yöntemi'nin de öncülerindendir. Ulam'ın, matematiğin uygulamalarına yönelik ilgisi, biyolojiyi ve uzay araçlarının nükleer yakıtla hareket ettirilmesini de kapsayan çok çeşitli alanlara uzanır.

Buna karşılık, matematiksel düşünmenin ve matematiksel tekniklerin, bu yüzyılın bazı başka teknolojik başarılarındaki rolü ise, pek bilinmemektedir. Atom çağı, klasik fiziğin büyük buluşlarını (**görelilik kuramından** gelen, kütle enerji eşdeğerliği gibi) ve maddenin özelliklerinin, başlıca **kuantum kuramı** ile daha iyi anlaşılmasını izlemiştir. Atom reaktörlerinin yapımı ve teknolojisi için, matematiksel fizik temel araç olmuştur. Atom ve hidrojen bombalarının yapımında, pek çok matematiksel çalışma yapmak gerekmiştir. Bu matematiksel çalışmalar, yalnız **klasik analiz tekniklerini** değil, modern termodinamiğin (maddesel parçacıkların ve ışınım alanlarının **istatistik mekaniği**) kurulmasını sağlayan yakın zamanlardaki matematiksel gelişmeleri de kapsar.

Matematikçilerce bu yüzyılda geliştirilmiş olan **olasılık kuramı** ile **Hilbert uzayı** gibi **sonsuz boyutlu uzaylar kuramı** da uygulanabilir niteliktedirler. Kaynaşım (fusion) reaktörlerinin yapımı (H-bombasının tersine olarak, enerjiyi birdenbire değil, yavaş yavaş açığa çıkaracak olan aygıtların tasarımı ile ilgili girişim) çalışmaları da, en incelikli türden pek çok matematik kullanmaktadır. Ayrıca, çok soyut görünen bazı teoremlerin (örneğin, **dönüşümlerin ve periyodik yörüngelerin sabit noktalarının varlığı ile ilgili olan teoremler: Dalga hareketlerinde, dalga merkezini oluşturan noktanın sabit olması gibi)** protonları ve elektronları, ışık hızına yakın hızlara kadar hızlandıracak büyük makinelerin tasarımında nasıl önemli uygulamaları olduğunu görmek, bazı "arı" matematikçilere çok ilginç gelebilir. Yalnız teknolojinin ortaya çıkardığı problemlerdeki değil, fiziğin derin temellerinin formüllenimindeki gitgide artan karmaşıklık da, en modern ve karmaşık matematiksel düşüncelerin, gitgide daha çok kullanılmasını gerektirmektedir. En ileri matematiksel düşüncelerin uygulanmakta olduğu problemler, Dünya atmosferindeki genel hava dolaşımının hesaplanması ve hava durumunun öngörülmesi gibi zor girişimleri de kapsamaktadır. Matematiksel dille söylersek, bu problemler, üç uzay boytu ve bir de zaman değişkenine bağlı **kısmî diferansiyel denklem sistemleri** ile ilgilidir. Demek ki, matematiksel çalışmalar alanı iyice genişlemiştir ve şimdi, çeşitli sistemlerin nitel ve nicel davranışlarını anlama amacını gütmektedir.

BİYOLOJİYE UZANAN YENİ YOLLAR

Çok yakın zamanlarda, doğa bilimlerindeki başka bir alanın da matematikselleştirildiği görülmeye başlamıştır. Bu büyük alan, moleküler biyolojidir. Bu alandaki son buluşlar, yaşam süreçlerinin anlaşılmasını sağlayacak olan kuramlar için bir çerçeve oluşturmaya başlamışlardır. Canlı bir hücrenin bölünerek çoğalması, yaşam dediğimiz olay için zorunlu olan organların oluşmasını belirleyen şifre ve doğrudan doğruya yaşamın kendisi gibi temel süreçler, akla uygun şemalarla açıklanabilmeye başlanmıştır. Genel matematiksel sistemlerdeki **yapı düşüncelerinin** ve özellikle matematiğin **birleştirici analiz** denen alanının, yaşamın şaşırtıcı karmaşıklığını çözmede yararlı olacağı umulmaktadır.

Yaşayan organizmalardaki sinir sisteminin işleyişinin ve insan beyninin kendi çalışmasında kapsanan sırların gelecekteki anlaşılmaları da, ancak yeni matematiksel düşünceler ve tekniklerle yavaş yavaş mümkün olacaktır.

Son zamanlarda incelenmekte olan bu yeni problemlerin tümünde yeni bir gereç, kararlılıkla kullanılmaktadır ve gittikçe de artarak kullanılacaktır: **Elektronik hesap makineleri**. Daha önce de değindiğimiz gibi, matematiğin uygulanacağı bu yeni ve çekici problemler, fiziğin ve teknolojinin daha önceki problemlerinde karşılaşılanlardan çok daha karmaşık oldukları ile tanınmaktadır. Bilgisayarların işleme hızları, böyle karmaşık birçok olayın hesaplanması için gereken milyonlarca işlemlik sığalara ulaşmıştır. Örneğin, uzay araçları arasındaki randevular gibi, uzay teknolojisindeki en son başarılar, **uzaklık ölçümü** ve **elektronik hesap makinalarının** her ikisinden de yararlanılmasaydı, düşünülemezdi; bu iki olanak, birlikte olarak, uzay araçlarını istenen yörüngelere yerleştirmek için gereken hesapların çok çabuk yapılmasını sağlamıştır. Hava durumu öngörüleri yapmak için, hava kütlelerinin hareketinin hesaplanmasında da **bilgisayarlar** yalnızca yararlı olmayıp, aynı zamanda da mutlak olarak zorunludur.

Sonuç olarak, bilimsel ve teknolojik ilerlemelerin, ancak matematiksel temeller üzerinde yükselebileceğini vurgulamalıyız...

The Mathematical Sciences (A Collection of Essays), The M.I.T. Press, Cambridge 1969'den
çev.: Yard.Doç.Dr.Hanaslı GÜR