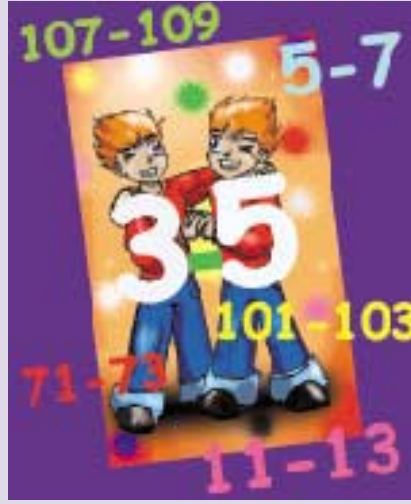


# İKİZ ASALLAR

İki matematikçinin biraraya gelerek yaptıkları çalışma, matematik alanında üzerinde uzun yıllardan bu yana çalışılmakta olan “ikiz asallar” problemine şimdiye dek bilinen en kuvvetli yanıtı verdi. Çalışmanın sahiplerinden biri, “Amerikalı bilimadamlarının yaptıkları çalışmada...” şeklinde başlayan ifadelerde duymaya hep alışık olduğumuz gibi Amerika’lı bir matematikçi: Don Goldston. Diğer isimse, Boğaziçi Üniversitesi’nden Yalçın Cem Yıldırım. Michigan Üniversitesi’nden Hugh Montgomery’ye göre Goldston ve Yıldırım’ın çalışmaları, 1965’ten bu yana asal sayılar teorisi alanında yaşanan en heyecanlı olay.

Asal sayıların ne olduğunu, ilkokul günlerimizden beri hepimiz biliriz: yalnızca 1’e ve kendisine bölünebilen tam sayılara, asal sayılar denir. Bu kadar kısa ve açık bir tanıma sahip asal sayılar, aslında pek de göründükleri kadar basit değiller. Matematikçiler yüzyıllardır asal sayılarla ilgili pek çok problemin yanıtlarını aramakla meşgul. Yanıtı aranan en önemli sorulardan biri, asal sayıların dağılımıyla ilgili. Asal sayılar düzenli bir dağılıma sahip değiller; iki ardışık asal sayı birbirine çok yakın olabileceği gibi, çok uzak da olabiliyor. Birbirlerine çok yakın olup, aralarındaki fark yalnızca 2 olan asal sayılara, “ikiz asallar” deniyor. Matematikçilerin yanıtını aradıkları soruysa, ikiz asalların varlığının nereye kadar devam ettiği. Bir başka deyişle “ikiz asallar” problemi, bu farkın yalnızca 2 olduğu durumların, sonsuza dek varlığını sorguluyor. On yaşındaki bir çocuğun bile neyi sorduğunu anlayabileceği bu soru çok basitmiş gibi görünse de, yüzlerce yıldır yanıtı verilemiyor. Matematiğin en ünlü problemlerinden biri olan “ikiz asallar” problemi, bu özelliği nedeniyle çoğu matematikçiye göre “insanlığa meydan okuyan bir soru”. Küçük asal sayılar söz konusu olduğunda, bu sorunun yanıtını bulmak oldukça kolay. İkiz asalların kaç tane olduğu ve hangi sıklıkta karşımıza çıktıkları, kolayca tespit edilebiliyor: 3-5, 11-13, 17-19, 29-31, 41-43 ve 59-61 gibi...Ancak asal sayılar büyüdükçe, problemin güçlüğü de artıyor. Hele ki yanıt vermek istediğiniz soru, aralarındaki fark 2 olan asal sayı çiftlerinden sonsuz tane olup olmadığıysa, o zaman



işiniz epeyce zor. Çünkü sayılar büyüdükçe, ikiz asallara rastlama sıklığımız azalıyor. Bu da ikiz asalların sonsuza uzanan bir dizi oluşturup oluşturmadığı problemini gittikçe daha zor kılıyor.

Don Goldston ve Yalçın Cem Yıldırım’ın 28 Mart’ta Amerika Matematik Enstitüsü (American Institute of Mathematics-AIM)’nün düzenlediği “Algoritmik Sayılar Teorisi” konferansında sunumunu yaptıkları “Asal Sayılar Arasındaki Küçük Boşluklar” başlıklı makale, yıllardır bu zor problemle uğraşan matematik dünyasına tam anlamıyla bir bomba gibi düştü. Yıldırım ve Goldston’un makalesinin ortaya koyduğu en önemli sonuç, birbirlerine göre çok yakın ardışık asal sayılardan oluşan ve sonsuza dek uzanan dizilerin varlığını gösteriyor olması. Yüzyıllardır üzerinde çalışılan ikiz asallar tahminine ilişkin büyük bir ilerleme sağlayan bu çalışma,

problemi tam olarak çözmesede de, şimdiye dek bilinen en kuvvetli yanıtı getirmiş durumda.

1896’da kanıtlanan “asal sayılar teoremi”ne göre, “x” 1’den büyük bir değer olmak üzere, 1’den x’e kadar yaklaşık  $x/\log x$  tane asal sayı var. Bu da x civarındaki iki tane ardışık sayının arasındaki farkın,  $\log x$  kadar olduğu anlamına geliyor. Bundan önce bilinen en iyi sonuç x civarındaki ardışık asalların farkının, yaklaşık olarak  $1/4 \log x$  olduğu durumların sonsuza dek uzanabileceği idi. Goldston ve Yıldırım’ın elde ettikleri sonuçta, bunu  $(\log x)^{8/9}$  ile gösteriyor. Bu sonuç ikiz asallar probleminin nihai yanıtı olmaktan uzaksa da, şimdiye dek bilinenlere göre büyük bir ilerleme.

Ancak elde edilen sonucun insanlık düşünce tarihinin önemli bir sorusuna yönelik bir ilerleme olmasına karşın, kendisine herhangi bir uygulama alanı bulup bulamayacağı henüz belirsiz. Yıldırım, matematikçi olarak gerçekleştirdikleri çalışmaların pratiğe yönelik olmayan, teorik çalışmalar olduğunu ve çalışmalarının şu anda herhangi bir uygulama alanını göremediğini belirtiyor. Ancak en saf matematiğin bile sonradan hiç umulmadık şekilde uygulamalarının yapılabileceğini ve asal sayıların bazı özelliklerinin 70’li yıllardan itibaren şifrecilikte kullanıldığını anımsatan Yıldırım, kendi çalışmalarının da ileride olası bir uygulama alanı bulabileceği görüşünde. AIM Başkanı Brian Conrey’e göreysa, 80 yılı aşkın süredir asal sayılar alanında çalışan kişiler için bir dönüm noktası olan bu çalışma, kendisini takip edecek pek çok önemli gelişmenin de önünü açacak nitelikte.

Ayşenur Topçuoğlu



Kaynaklar:  
www.aimath.org  
Mackenzie, D.; “Prime Proof Helps Mathematicians Mind the Gaps”, Science, 4 Nisan 2003, Vol. 300.  
Whitehouse, D.; “Prime Number Breakthrough”; BBC News; (<http://news.bbc.co.uk/2/hi/science/nature/2911945.stm>)  
[http://www.boun.edu.tr/~pubrel/news/nisan2003/sayfa\\_1.htm](http://www.boun.edu.tr/~pubrel/news/nisan2003/sayfa_1.htm)