

Josephus Problemi

En eski problemlerden biri, insanlar bir halka şeklinde dizilip her m. insandan biri öldürüldüğünde geriye kaçınıcı sıradaki insanın veya insanların kalacağıdır. Efsaneye göre, Romalılar'dan kaçan 40 Yahudi, başlarında Josephus olarak bir mağaraya sığındığında (toplam 41kişi) Josephus ve bir arkadaşı hariç, bütün Yahudiler intihar etmek ister. Josephus şunu teklif eder: "Hepimiz halka şeklinde dizilelim. Her üçüncü kişiyi öldürelim; sona kalan tek kişi de intihar etsin." Josephus kendini 31. ve arkadaşını 16. sıraya koyarak ölümden kurtarır. Bu sorunun Ortaçağ versiyonu şöyledir: "Bir gemide 15 Türk (T) ve 15 Hıristiyan (C) vardır. Fırtına çıkar ve gemidekilerin yarısının denize atılması gerekir. Yolcular bir halka şeklinde dizilir ve herhangi bir noktadan başlanarak her 9. kişi denize atılır. Eğer diziliş şöyle olursa yalnız Türkler denize atılacaktır:

CCCCCTTTTTCCTCCCTC
TTCTTTCTTCTCCT. Bu sırayı hatırla tutmak için şu cümle ezberlenir: "N' olur Selâmi Ameç; eve biraz sebze al." Bu cümledeki sesli harfleri sırasıyla yazalım: o, u, e, a, i, a, a, e, e, i, a, e, e, a, a=1, e=2, i=3, o=4 ve u=5 olsun. o-u-e-a-i... sırası 4-5-2-1-3... şeklini alır; bunlar harflerin tekrarı verir: CCCC TTTT (H tane C, 5 tane T vb). Bu problemin Doğulu varyantı şöyledir: Bir adamın 15 öz ve 15 üvey oğlu vardır. İkinci hanımı kendi en büyük oğlunun mirasa konmasını ister. Çocukları halka şeklinde dizebilir. Çocukları halka şeklinde dizebilir. Bu defa mнемonik (hatırlatıcı) şu Latince cümledir: "Rex paphi cum gente bona dat signa serena". o, u, e, a, i değerleri yukarıdaki gibidir. Çocuklar bu formülle göre (e, a, i, u, e, e, o, a, a, i, a, e, e, a) sıralanıp saat yönünde onar onar sayıldığında

adam şaşır kalır: Halka dışına çıkarılan hep kendi çocukları olacaktır. 15. çocuk da gidince hiç öz evladı kalmayacaktır. Adam saymayı tersine çevirir; 15. çocuktan (öz evladından)başlayarak saatin tersi yönde onar onar saymaya başlar; karısı 15:1 şansını olduğunu düşünüp kabul eder.

a- Bu sayımın sonunda en son kim kalır?

b- İkinci bir sorumuz şudur: n kişi halka olmuş; herhangi bir kişiden başlayarak her m. adamı çıkartıyoruz; geriye r kişi kalıyor. Bu kişilerden biri p. sırada olsun. a) n+1 kişi halka olsaydı bu adam kaçınıcı sırada olurdu? [(p+1). sırada olmazdı]. b) n+x kişi halka olsaydı ve geriye tek kişi kalana kadar (r=1) m saymaya devam edilseydi, halkada n kişi varken p. sırada olan adam şimdi kaçınıcı sıraya gelirdi? (Math. Recreations and essays, 1987, Dover, Ball-Coxeter, s.32)

Doktor Tıktık



Doktor Tıktık hastasına şöyle diyordu: "Hanımefendi, sizi üç ay süreyle tedavi edeceğim. Her ay bana değişik miktarda para ödeyeceksiniz. Paramı şu üç şekilden biriyle ödeyebilirsiniz:

- 1- Her ay belli bir miktar,
- 2- Üç aylık vizitelerin çarppımının küp kökü,
- 3- Üç aylık vizitelerin karerlerinin toplamının ortalamasının kare kökü.

Siz olsanız hangi ödeme şeklini tercih ederdiniz?

Liu Hui'nin Dairesi

MÖ 263 yılında Liu Hui şu çok ilginç bilmeceyi sormuş ve kanıtlamıştır: Bir diküçgen içine çizilen iç çemberin çapını diküçgenin kenarları cinsinden hesaplayınız. (İpucu: Şekli bir kare ve 4 diküçgene ayırınız.)

Bando



Büyük bir bando, kare şeklinde dizilmiş konser veriyor. Biraz sonra bando dikdörtgen şeklini alıyor ve o zaman sıra sayısı 5 artıyor. Bandoda kaç kişi var?

Asansör

a-Bir asansörde bir banyo terazisi üzerindediniz. Asansör aşağıya inerken ve yukarı çıkarken ağırlığınız değişirmi?

b-Asansör bir kaza sonucu ağır ağır inmeyip serbestçe düşmeye başlarsa, banyo terazisi üzerinde durmakta olan bir insanın ağırlığı ne yönde değişir?

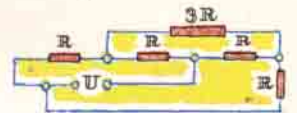
c-Asansörün hızla yere çakılması omurga kırıklarına (ve omurilik yaralanması sonucu felçlere) neden olur. Asansör tam yere çakıldığı sırada havaya sıçarsanız omurga kırıklarınızı önleyebilir misiniz?

d-Uzayda Hızlanbolos yıldızında dev bir asansör kabini içindediniz. Asansörle 250 km lik bir derinliğe ineceksiniz. Asansörün duvarları çelik. Hiç pencere yok. Asansör bir kaza sonucu aşağı düşmeye başlarsa, bunun hızlı bir iniş değil, bir düşme olduğunu nasıl kanıtlayabilirsiniz?

Matematikçinin Aşk Mektubu

İlkbahar yeni gelmişti. Cin Ruhî kırlara bakan penceresinden gelincikleri seyrediyor, bu yürekleri kara çiçekleri TÜBİ-TAK amblemine benzetiyordu (kırmızı daire ve siyah üçgen). Pencereden esen meltem, Ruhî'nin fırça gibi dimdik saçlarını boşuna dalgalandırmaya uğraşıyordu. Birden kapının zili çaldı; gelen postacıydı; esans kokan bir zarf getirmişti. Cin Ruhî, Paris'in ünlü Balenciaga parfümünü hemen tanıdı; bunu Matematik Fakültesi'nde süren tek bir kişi vardı: Baygın Banu. Mektupta Baygın Banu, Cin Ruhî'ye şu önemli soruyu soruyordu: "Bana olan aşkın nâ kadar sürecek?" Tabii bunu şu şekilde yazmıştı: $d(aşk)/d(t)=?$ Yani aşkın zamana göre türevi nedir? Cin Ruhî'nin buna verdiği cevap, herhalde şeytana boynuzları üstünde "break" dansı yaptırarak kadar garipti: $(x^2+y^2)=a^2(x^2-y^2)$. Koşul: $AH.AH'=OF^2$. Bu bir çeşit eğrinin denklemi. Eğri x, y koordinatlarına göre çizilirse cevap açıkça ortaya çıkıyor. Acaba, Cin Ruhî'nin cevabı neydi? (Selçuk Alsan'ın kendi problemi.)

Direnç



Bütün dirençler (R) ve U potansiyeli biliniyor, 3R'den geçen akım ne kadardır?

Sur ve Havuz

Trilyoner Havva Hakyemez eskiyle yeniyi birleştirmekten zevk alırdı. Bu nedenle eski ve yeni mimariyi birleştirerek üçgen biçimi bir villa yaptırdı. Villanın köşelerinden daire biçimi bir sur geçiyordu. Villanın ortasında villa duvarlarının üçüne de teğet olan daire biçimi bir havuz vardı. Daire biçimi surların yarıçapı R, havuzun yarıçapı r

ve kenarlar a, b ve c ise $abc/a+b+c \geq 4r^2$ olduğunu kanıtlayınız. Üçgenin alanının $S \geq 3\sqrt{3}r^2$ olduğunu gösteriniz. (Matematik Dünyasından 5(2):26, 1995)

Rasyonel Dik Açılı Üçgenler

Pisagor teoreminde $3^2+4^2=5^2$ ifadesini hepimiz tanırız. Tabii bu şöyle de ifade edilebilir: Öyle iki tam sayı bulunuz ki karelerinin toplamı bir tam sayının karesi olsun. Peki, Pisagor teoremine uyan böyle üç sayıyı nasıl bulursunuz? Bir yöntem bulabilir misiniz? Ne zaman hipotenüs-bir dik kenar=1 olur? Ne zaman iki dik kenar farkı 1 olur?

Kediyle Fare



Fare duvardaki delikten 20 adım uzakta, Kedi fareden 5 sıçrayış uzakta. Kedinin bir sıçrayışında fare 3 adım atabiliyor. Kedinin bir sıçrayışı 10 fare adımı kadar. Kedi fareyi yakalayabilir mi?

Dörtüzlü ve Küreler

Dörtüzlü (tetrahedron) biçimi bir kap içine konulabilecek eşit çaplı kürelerin veya dörtüzlü yapacak biçimde yi-

ğilmiş eşit çaplı karpuzların sayısını verebilecek bir formül bulabilir misiniz?

Düzgün Yirmidörtgen Tarla

Kafaboş'a dedesinden düzgün yirmidörtgen biçimi bir tarla miras kalmıştı. İşe bakın ki Kafaboş'un bu mirasa konması şartta bağlıydı; dedesi şöyle vasiyet etmişti: "Bu vasiyet iki matematikçi huzurunda açılacak ve torunum onların huzurunda alanı 182 m² olan bu tarlanın bir kenarını en geç 10 dakikada hesaplamaya çalışacaktır; ancak bunu başarabilirse tarla onun olacaktır. Aksi halde tarlayı Bilimsel Araştırma Vakfı'na bağışlıyorum". Kafaboş ne

yaptıysa problemi çözemedi; ona yardımcı olur musunuz?

Üç Boyutlu Hayal Gücü



Resimde 9 dikdörtgen görüyorsunuz. Her dikdörtgenin içinde birbirinden farklı biçimde 3 delik var. Her dikdörtgen için öyle bir geometrik şekil bulunuz ki her üç delikten de geçsin.

Satranç

Özgür Tek

AEGON Satranç Turnuvası

Size bu ay da insan ve bilgisayarların karşılaştığı Aegon turnuvası oyunlarından örnekler veriyoruz. Aşağıdaki ilk iki oyun turnuva öncesi yapılan gösteri maçından, Anand bilgisayarlara karşı +2 lik bir başarı elde ederken Timman 2-4 le kaybediyordu.

Anand, V-Genius

1. e4 e5 2. Ac3 Ac6 3. Fc4 Af6 4. d3 Fb4 5. Fg5 h6 6. Fxf6 Vxf6 7. Ae2 Aa5 8. O-O Axc4 9. dxc4 e6 10. Vd3 O-O 11. Kad1 Kd8 12. Şh1 d6 13. a3 Fa5 14. Ag3 Fe6 15. Ace2 Vg5 16. f4 exf4 17. Axf4 Fg4 18. Kb1 Fe7 19. Vd2 Kd7 20. Vf2 Fb6 21. Vd2 Ke8 22. Ve3 Kde7 23. h3 Vh4 24. Şh2 a6 25. Ad3 Vg5 26. Af4 Fe8 27. Kf3 f5 28. Agh5 Kf7 29. Kg3 Ve7 30. Ke1 Ff2 0-1

Genius-Timman,J

1. d4 Af6 2. e4 e6 3. Ac3 Fb4 4. Af3 e5 5. e3 b6 6. Ve2 Fb7 7. Fd3 O-O 8. dxc5 bxc5 9. e4 d6 10. Ff4 Ac6 11. O-O Fxc3 12. Vxc3 e5 13. Fg5 b6 14. Fh4 Ad4 15. Axd4 exd4 16. Ve1 Ke8 17. f3 a5 18. Kd1 Fe6 19. Vf2 Kb8 20. Kd2 Ve7 21. Kb1 Ve6 22. b3 Ad7 23. Fe2 a4 24. Fg3 axb3 25. axb3 Ka8 26. Kdd1 Ka2 27. e5 dxe5 28. Fh7+ Şxh7 29. Vxa2 f5 30. b4 Ka8 31. Ve2 Vf6 32. b5 Fb7 33. Ka1 Ke8 34. Ka7 Fe8 35. Kda1 e4 36. fxe4 fxe4 37. Vh5 Ve6 38. b6 Axb6 39. Vxc5 d3 40. Vd4 Ad7 41. e5 Af6 42. Kf1 Şg6 43. Fh4 Fa6 44. Kxg7+ 1-0

CHESSICA-Paul Boersma

1. e4 b6 2. d4 e6 3. Ad2 e5 4. Agf3 Fb7 5. e4 exd4 6. Axd4 Ae7 7. Fe2 Ag6 8. O-O a6 9. b3 Fe7 10. Fb2 Ve7 11. Ve2 O-O 12. Kad1 Af4 13. Ff3 d6 14. g3 Ag6 15. Fh1 Ae6 16. f4 Axd4 17. Fxd4 e5 18. Fe3 exf4 19. gxf4 f5 20. exf5 Ah4 21. Fxb7 Vxb7 22. Ve4 Kab8 23. Ff2 Axf5 24. Ve6+ Şh8 25. Ae4 Kbe8 26. Kd5 Ah4 27. Axd6 Fxd6 28. Vxd6 Af3+ 29. Şg2 Ad2 30. Ke1 Va8 31. Kxe8 Kxe8 32. Vxb6 h6 33. Fd4 Şh7 34. Fe5 Ae4 35. Fxg7 1-0

Lex Jongsm-MEPHISTO MILANO PRO

1. Ac3 Af6 2. e4 e5 3. g3 Fb4 4. Fg2 O-O 5. Age2 Ke8 6. O-O e6 7. d4 exd4 8. Vxd4 Va5 9. Ff4 Fe5 10. Vd2 Ah5 11. Fd6 Fxd6 12. Vxd6 Ke6 13. Vd3 b6 14. Kfe1 Fa6 15. Vd2 Af6 16. Ad4 Ke8 17. f4 Fe4 18. Kad1 d5 19. b3 Fa6 20. exd5 Kxe1+ 21. Vxe1 e5 22. Ac6 Axc6 23. dxc6 Ke8 24. Vd2 Fe8 25. a4 Fg4 26. Ke1 Kxe1+ 27. Vxe1 Şf8 28. Şf2 Fe6 29. h3 Ae8 30. Ve5 g6 31. g4 f6 32. Ve3 h6 33. Fd5 Fe8 34. Vd3 f5 35. Fe4 a6 36. Vd5 Şe7 37. Ve5+ Şf8 38. Vh8+ Şe7 39. Ad5+ Şe6 1-0

ZUGZWANG-Yona Kosashvili

1. e4 e6 2. d4 d5 3. exd5 exd5 4. e4 Af6 5. Ac3 e6 6. Af3 Fb4 7. exd5 Axd5 8. Fd2 Ac6 9. Fd3 Fe7 10. O-O O-O 11. a3 Ff6 12. Ve2 g6 13. Fe3 Fe7 14. Ka1 Axc3 15. bxc3 Vd6 16. Va4 Fd7 17. Vb3 Kf8 18. Ad2 Aa5 19. Vb4 Ve7 20. Ae4 Fe6 21. f3 Fd5 22. a4

Fe4 23. Fxc4 Axc4 24. Ff2 b6 25. Fg3 Ve6 26. Kfe1 Vd5 27. Fh4 Ke7 28. Fg3 Kd7 29. Fh4 Kc8 30. Ked1 Ad6 31. Axd6 Kxd6 32. Ke3 Kde6 33. Fe1 Kc4 34. Vb5 Kd8 35. Va6 Kd7 36. Vb5 h6 37. Fd2 Ve6 38. Kee1 Kd5 39. Axc6 Kxc6 40. Kb1 e5 41. Kb5 Kxb5 42. axb5 Kd6 43. Şf1 exd4 44. exd4 Kxd4 45. Ke8+ Şh7 46. Fe1 Kd7 47. h3 Ff6 48. Ka8 Şg7 49. Fb4 h5 50. Ff8+ Şh7 51. Şe2 Fe3 52. Fa3 f6 53. Ke8 Fe5 54. Ka8 g5 55. g4 h4 56. Şe3 Şg6 57. Kg8+ Şf7 58. Ka8 Şe6 59. Şe4 Kd4+ 60. Şe3 Ka4 61. Ff8 Şd5 62. Kc8 Ka5 63. Ka8 Kxb5 64. Kxa7 Kb3+ 65. Şe2 Kb2+ 66. Şd3 0-1

Gennadi Timoshchenco-REBEL

1. d4 d5 2. Af3 e5 3. dxe5 e6 4. e3 Fxc5 5. a3 Af6 6. e4 O-O 7. b4 Fb6 8. Fb2 a5 9. b5 Abd7 10. Abd2 Ae5 11. Ve2 Fd7 12. Fe2 Kc8 13. O-O Ae8 14. a4 Ad6 15. Ve3 f6 16. Va3 Ve7 17. exd5 exd5 18. Fd4 Ke7 19. Kac1 Kfe8 20. Ke3 Af5 21. Kfe1 Axa4 22. Vxe7 Axc7 23. Kxc7 Kxc7 24. Ka1 Fxd4 25. Axd4 Ac3 26. Fd3 b6 27. Şf1 g6 28. Şe1 Af5 29. Fxf5 Fxf5 30. Axf5 gxf5 31. Af1 Axb5 32. Kb1 Ke5 33. Ag3 f4 34. Ah5 fxe3 35. fxe3 Şf7 36. Af4 a4 37. Ad3 Ke3 38. Kxb5 Kxd3 39. Kxb6 Kxe3+ 40. Şf2 Kd3 41. Kb7+ Şg6 42. Şe2 Kb3 43. Kd7 Kb2+ 44. Şf3 Kb5 45. Ka7 Kb3+ 46. Şf4 a3 47. Ka5 d4 48. Ka4 d3 49. Şe3 h5 50. g3 Şf5 51. Ka6 Şg5 52. Ka4 f5 53. h4+ Şf6 54. Ka6+ Şe5 55. Ka5+ Şe6 56. Şd2 Şf6 57. Şe3 d2+ 58. Şxd2 Kxg3 59. Ka6+ Şe5 60. Ka5+ Şe4 61. Ka4+ Şd5 62. Ka5+ Şe4 63. Şe2 Kf3 64. Ka8 Ke3+ 65. Şh1 f4 66. Kh8 f3 67. Kxh5 Şd3 68. Kf5 Şe2 69. h5 f2 0-1

Geçen Ayın Çözümleri

Cin Ruhü'nün Kısmeti Açılıyor

Kız A'dan olsaydı, B ve C'nin de birer kafa- larından olduğundan ve ayak sayısı kafa sayısının 3 katı olduğundan 9 ayak olması gerekirdi. Kızın 4 ayağı olduğundan (resimden) B ve C'nin ayak sayılarının toplamı 5 olurdu. Fakat B ve C'nin ayak sayısının farkı 2 olmalıydı. Bu ise çelişki doğururdu ($x+y=5$ ve $x-y=2$ 'den $x=3.5$ ve $y=1.5$ bulunur). O halde kız A'dan değil. Kız B'den olsaydı C'nin kol sayısı, B'den 2 fazla olacağından $4+6=10$ olurdu; oysa toplam 8 kol olması gerekiyor. Demek ki kız C (Cygne) yıldızındandı. Tabii Ruhü gerdeğe girmek için Andromeda dedi ve karyinpederinden bir Sopalos-Mortos (öldürücü sopa) dayayı yiyerek derhal yıldız dışı edildi. Sonradan Ruhü'ye Afroditos-Mortos'un mezarlığına bakan bir uzay manastırına kapanıp her gün ağladığı anlatıldı. Rivayete göre, günde 10 000 kere "Ruhü, Ruhü, Ruhü ...\Benim aşkım sahi,\Amoros-Mortos'da herkes aptal,\Sen tanıdığım tek dâhi." diyerek wofram tesbihi çekiyormuş. (Dünyalılar "o tesbih değil sevda çekiyor" diye Ruhü'yle alay ediyorlar).

7 ile Bölünebilme

Son basamak 2 ile çarpılıp sayıdan çıkarılır ve bu işleme sayı 2 basamak kalana kadar devam edilip elde edilen iki basamaklı sayının 7 ile bölünüp bölünmediğine bakılır. Örneğin 4751 sayısını ele alalım. $475 - (2) \cdot 1 = 473$.

$47 - (2) \cdot 3 = 41$. 41 sayısı 7 ile bölünemez, o halde 4751 de 7 ile bölünemez.

19 veya 13 ile Bölünebilme

Sayının son basamağı 2 ile çarpılıp son basamak atıldıktan sonra kalan sayıya eklenir, elde edilen sayıda aynı işlem tekrarlanır. Örneğin: 10279 , 19 ile bölünebilir mi? $1027 + (2) \cdot 9 = 1027 + 18 = 1045$
 $104 + (2) \cdot 5 = 104 + 10 = 114$
 $11 + (2) \cdot 4 = 11 + 8 = 19$
Demek ki 10279 sayısı 19 a bölünebilir. 13 ile bölünebilmede 2 yerine 4 kullanılır. $10279: 19 = 541$.

Bir Cinayet Soruşturması

Oturma odasında yalnız Crumpet, Britches veya Splutter olabilir. (Villadakilere başharfleriyle vereceğiz). S oturma odasında ise C mutfakta oldu. O zaman B yemek odasında, L kütüphanede, U banyoda ve P kilerde olmak zorundaydı. Oturma odasında B olsaydı, yalnız C'nin mutfakta olduğu sonucuna varırdık (B hem oturma odasında hem de mutfakta olamayacağından) ve usa vurmamızı daha uzatamazdık. Oturma odasında C olsaydı usa vurma yapamazdık ve kimin hangi odada olduğu asla belli olmazdı. Colombo şöyle düşündü: Kendisinin bildiklerini katil de biliyordu; yani katil Colombo'nun nasıl bir usa vurma yapacağını tahmin edebilirdi. Oturma odasında B, S veya C vardı; bu üçünden biri katil olabilirdi. Fakat oturma odasında S'nin bulunduğunu varsayarsak hangi odada kimin olduğu derhal bulunabilirdi; bu durumda S dışındaki herkes "ben oturma odasında değilim" diyerek (alibi kullanılarak) kendini kurtarabilirdi. Bu nedenle cinayeti S'nin işlemesi çok aptalca olurdu. Demek ki katil S değildir. Katil B olsaydı, usa vuru-

rum yalnızca C'nin mutfakta olduğunu ortaya koyardı ve daha ileri gidemezdi. Katil C olsaydı usa vurum hiçbir sonuç veremezdi. Bu nedenle katil B veya C idi. C'nin elleri soğan kokuyordu; o halde C mutfakta idi. Katil B idi.

Biraz Coğrafya

1- Ekvator'da. 2- Vardır. Güneş bütün yıl günün 12 saati ufukun üstünde olmasına rağmen, ufuktan maksimum yüksekliği mevsimlere göre değişir.

3-Ekvator'da 21 Mart ve 23 Eylül'de (ilk-bahar ve sonbahar ekinoksu= gece gündüz eşitliği) Güneş 12 saat tam tepede durur; bunlar yılın en sıcak günleridir.

4- Ekvator'da 22 Haziran'da Güneş'in ufuktan yüksekliği, diğer günlere göre minimseldir.

Maksimum Çarpım

$N = (A/n) \cdot (A/n) \cdot (A/n) \dots (A/n)$ çarpımı maksimumdur.

Örneğin; $1+9=2+8=3+7=4+6=5+5$. Çarpımlar: $1 \cdot 9=9$; $2 \cdot 8=16$; $3 \cdot 7=21$ ve $5 \cdot 5=25$. Görülüyor ki, $A/2 \cdot A/2$ maksimum sonuç veriyor. Bunu kanıtlayalım; sayının iki parçası $[(A/2) + x]$ ve $[(A/2) - x]$ olsun. $(A/2+x) \cdot (A/2-x) = (A^2/4) - x^2$. Bu çarpımın maksimum olması için x sıfır olmalıdır.

Kanıtlanabilir ki toplamı A yapan 3 sayıdan çarpımı maksimum olan $A/3$, $A/3$ ve $A/3$ dür; 4 sayının çarpımı $A/4, A/4, A/4, A/4$ iken; n sayının çarpımı $A/n, A/n, A/n \dots A/n$ iken maksimumdur. Örnek: $A=20$ ve $n=10$ ise maksimum çarpım = $(20/10) \dots (20/10) = 2^{10}$.

Tamamı 10 adet

Teğetler Dörtgeni

$AB+CD=AD+BC$. $DD_1=DD_1$, $CC_1=CC_1$, $BB_1=BB_1$, $AA_1=AA_1$. O halde; $D_1C_1+A_1B_1=D_1A_1+C_1B_1$, $D_1C_1=D_1C_1$, $A_1B_1=A_1B_1$, $D_1A_1=D_1A_1$, $C_1B_1=C_1B_1$ (ortak dış teğet). $D_1A_1+C_1B_1=D_1C_1+A_1B_1$. $D_1D_1=D_1D_1$, $C_1C_1=C_1C_1$, $B_1B_1=B_1B_1$, $A_1A_1=A_1A_1$ olduğundan $D_1A_1+C_1B_1=D_1C_1+A_1B_1$ olur. Buradan $A_1B_1C_1D_1$ dörtgeninin teğetler dörtgeni olduğu ortaya çıkar.

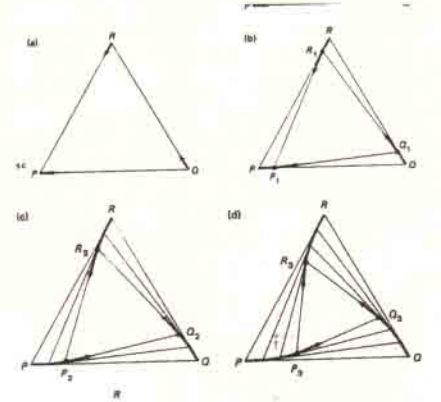
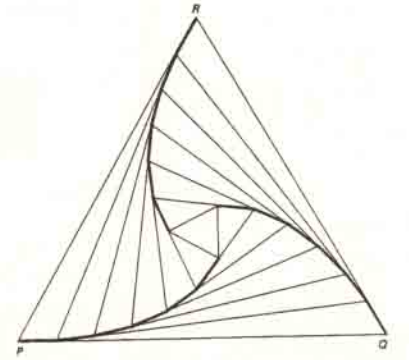
El Sıkışanlar

Davete n kişi gelirse, herkes (n-1) kişinin elini sıkar; o halde n (n-1)/2 el sıkış olur. p konuk gidince (n-p) konuk kalır; davetin sonunda (n-p)(n-p-1)/2 el sıkış yapılmıştır.

$n(n-1)/2 - (n-p)(n-p-1)/2 = 76$ dir. Buradan $2np - p^2 = 152$. $p(2n-p-1) = 152 = 2^3 \cdot 19$. p=1 olamaz. p=2 ve p=4 tam sayı çözüm veremez. O halde çözüm p=8 dir; buradan n=14 bulunur. 14 konuk vardır; bunlardan 8'i davetin ortasında gitmiştir. Davetin başında $(14 \cdot 13)/2 = 91$ el sıkışma, davetin sonunda $(6 \cdot 5)/2 = 15$ el sıkışma olmuştur; $91 - 15 = 76$.

Güdümlü Füzeler

Otomobil takip eden köpekte olduğu gibi, füzelerin izleyecekleri yol parça parça oluşturulur. P,Q'ye, Q, R'ye ve R, P'ye yönelmiştir. Füzelerin her keresinde 1 cm. ilerletelim. Füzeler daima saatin tersi yönde dönmekte olan bir eşkenar dörtgenin köşelerinde olacaktır. P, Q ve R'dan 1 cm. alarak P₁, Q₁ ve R₁ bulunur. Sonra yeni doğrultuda P₂,



Q₂ ve R₂ noktaları (P₁, Q₁ ve R₁ den 1 cm. uzaklıkta) saptanır vb. Füzeler tabii merkezde buluşur ve patlarlar.

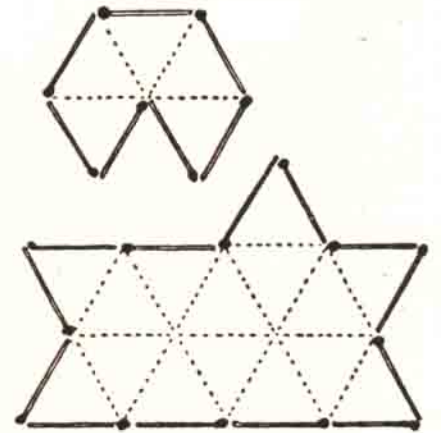
1/n'in Desimal İfadesi

1/19 u desimal olarak yazmak istiyoruz. Paydada n olsun. Paydaya 1 ekler ve sonucu 2'ye böleriz; burada m=(1/2) (n+1) diyebiliriz. m çiftse yine 2'ye böleriz; m tekse 1 ekler ve sonra ikiye böleriz ve bunları tekrarlayan sayılar belli olana kadar tekrarlarız: Örnek: $1/19 = ?$. $(19+1)/2 = 10$.

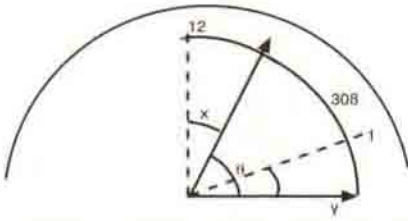
Tekrarlayan sayı altı çizilendir. $20/19 = 1,052631578\dots$
 $10/19 = 0,52631578$
Bir diğer örnek: $1/47 = ?$ $48/47 = 1,02127\dots$

$24/47 = 51063$, $12/47 = 0,25531$ ve $6/47 = 0,12765\dots$ Tekrarlayan ondalığı 48'i üç kez 2'ye bölerek bulduk. Bunun yerine 48'i 8'e de bölebilirdik. $48/8 = 6$ ve $6/47 = 0,12765\dots$ Tekrarlayan sayı altı çizilendir.

20 Kibrit



Cin Saati



Akrep x derece dönerse yelkovan $12x$ derece döner. Akrep ile yelkovan arası $12x - x = 11x$ dir. Bu açıya θ diyelim. $\theta = 11x$. Yelkovan 12 'den $360 + x$ derece uzaklaşırsa akrep 1 'den $x/12$ derece uzaklaşır (yelkovan 360° döndüğünde akrep 1 'e gelmiştir). Şekilden belli ki $x + \theta = 30 + y$, $\theta = 11x$ ve $y = x/12$ koyalım: $x + 11x = 30 + x/12$. Buradan $x = 360/143$ derece bulunur. Yelkovan 1° yi $1/6$ dakikada aldığından $360/143$ derece $60/143$ dakikaya karşılıktır. $x = 60/143$ dakika olunca $y = x/12 = 5/143$ dakika olur.

O halde 12 'yi 5 $60/143$ geçe ile 1 'i $5/143$ geçeyi ayırt edemeyiz.

Sürpriz Sayılar

- a) $\sqrt{49} = 4 + \sqrt{9} = 9 - \sqrt{4}$; $\sqrt{169} = 16 - \sqrt{9} = \sqrt{16} + 9$
 $\sqrt{256} = (2x5) + 6$; $\sqrt{324} = 3x(2+4)$; $\sqrt{11}$
 $881 = 118 - 8 - 1$; $\sqrt{1936} = 1 + 9 + 36$.
 b) $9 + 9 = 18$ ve $9 \times 9 = 81$; $47 + 2 = 49$ ve $47 \times 2 = 94$; $497 + 2 = 499$ ve $497 \times 2 = 994$.
 c) $3^2 + 7^2 + 1^2 = 371$.

37 Oyunu

Birinci oyuncu (A) oyuna 4 ile başlarsa ve oyun boyunca sırasıyla 11, 17, 24, 30 ve 37 puanlarını elde ederse, oyunu daima kazanır. B tabii onun 11, 17, 24, 30 ve 37 yapmasını önlemeye çalışır, ama başaramaz.

1.oyun		2.oyun		3.oyun	
A	B	A	B	A	B
4	1(a)	4	1	4	1
3	1(b)	3	1	3	4
(11)2	1	(11)	23	(d)	(17) 5
1					
(17)5	1(c)	5	1	3	4
3	2	(24)	43	(e)	(30) 5(f)1
(24)1	2	5	1	3	1
(30)4	1	(37)	4	(37)	2
3	2				
(37)1					

a) Yoksa A gelecek hamle 11 der. b) A'nın gelecek hamle 11 veya 17 demesini önler c) A'nın hemen 24 demesini önler. d) A'nın 17 demesini önleyiyor, fakat 24 demesini önleyemiyor. e) A'nın 30 demesini önleyiyor, fakat 37 demesini önleyemiyor. f) Son oyunda olduğu gibi A daima 24 veya bu oyunda olduğu gibi 30 diyebilir ve her iki yolla 37 demeye gider.

Kolay Sorular

1) At arabasının ön tekerleği arka tekerleğe göre daha küçük olduğundan arkaya göre daha fazla dönüş yapar; bu nedenle ön dingil arkadan daha çabuk eskir.

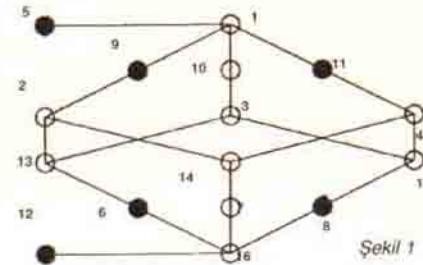
2) Demirin yoğunluğu kurşununkinden daha az olduğu için 1 kilo demirin hacmi 1 kilo kurşundan daha büyüktür. Suyun kaldırma kuvveti hacimle doğru orantılı olduğundan demir daha fazla yukarı itilir; demir yükselir, kurşun alçalır. Bu yöntemle A cisminin yoğunluğunun B'den daha az mı, daha çok mu veya orantılı ayrı mı olup olmadığı hemen anlaşılır.

3) a) Bunun için yalnızca 23 kişi yeterlidir. Artık yılları saymazsak aynı günde doğan iki kişinin bulunmaması olasılığı % 50 den azdır. $(365 \times 364 \times 363 \times \dots \times 343) / 365^{23} = 0.493$. Bu, % 50 den az olduğundan, iki kişinin aynı günde doğma olasılığı % 50 den büyüktür.

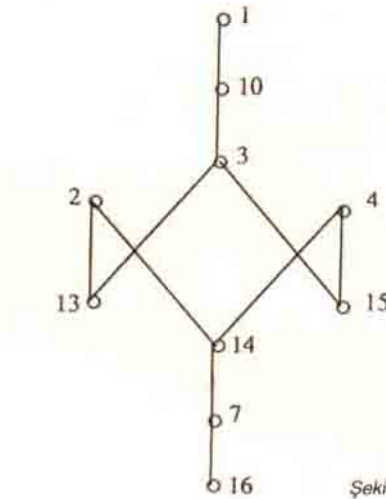
b) Artık yılları saymazsak 366 kişi, artık yıllarda 367 kişi. Şu nedenle: En kötü olasılıkla 365 kişinin her biri yılın farklı günlerinde doğmuş olabilir. 366. kişinin doğum günü, bu 365 kişiden birinin doğum gününün tekrarı olmak zorundadır. Aynı mantık artık yıllar için geçerlidir.

d) İki. Her yüzde bir tane, Plaklarda konsantrik (ortak merkezli iç içe) daireler değil, her yüzde çok uzun tek bir spiral söz konusudur.

Üç Problem ve Graf Teorisi



Şekil 1



Şekil 2

İkinci problem: Kurt=R, Adam=A, Lahana=L ve Kuzu=K olsun.

Olası durumlar: 1)ALKR/-; 2)ALK/R; 3)ALR/K; 4)AKR/L; 5)LKR/A; 6)AL/KR; 7)AK/LR; 8)AR/LK; 9)LKR/A; 10)LR/AK; 11)KR/AL; 12)A/LKR; 13)L/AKR; 14)K/ALR; 15)R/ALK; 16)-/ALKR. Başlangıç konumu: 1; varılmak istenen durum: 16. istenmeyen durumlar: 5,6,8,9,11 ve 12. Konumlar arası geçiş tablosu;

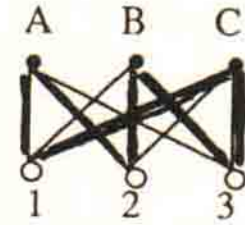
1→5,9,10,11; 2→9,13,14; 3→10,13,15; 4→11,14,15; 5→1; 6→13,16; 7→14,16; 8→15,16; 9→1,2; 10→1,3; 11→1,4; 12→16; 13→2,3,6; 14→2,4,7; 15→3,4,8; 16→6,7,8,12.

Bütün bunları şekil 1'deki graf'la gösterebiliriz. Olanaksız durumları siyahla işaretlidir. Siyahları bırakıp şekil 2'deki yeni graf'ı oluşturabiliriz. Şimdi iki çözüm görülmektedir:

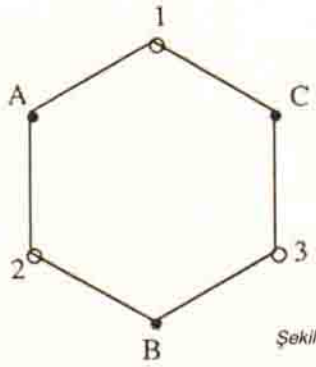
1→10→3→13→2→14→7→16.
 1→10→3→15→4→14→7→16.

Üçüncü problem:

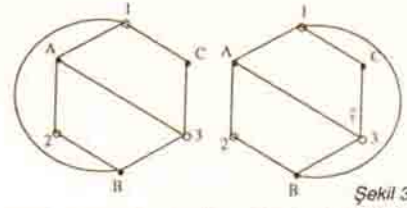
3 ev üç siyah nokta ve 3 kuyu 3 beyaz nokta olsun (şekil 1). Evlere A,B,C, kuyulara 1,2,3 diyelim. Düğüm ve girişleri nerede ve



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

nasıl çizersek çizelim, (1,A), (A,2), (2,B), (B,3), (3,C), (C,1) girişleri art arda gelecek ve kapalı bir eğri oluşturacaktır. Bu kapalı eğriyi şekil 2'deki gibi çizelim. Görülüyor ki bu altıgen, şekil 1'e uymaktadır, A 1 ve 2, B 2 ve 3, C 1 ve 3 ile bağlantılıdır. Şimdi birbirini kesmeden (A,3), (B,1) ve (C,2) girişlerini çizebilecek miyiz? Şekil 3'ten görüldüğü gibi (A, 3) içten, (B,1) dıştan birleştirilince bunları kesmeden (C,2) girişini çizmek olanaksızdır. O halde problem çözümsüzdür. Burada öğrendiklerimizi özetliyoruz: 1) Bir şekli kağıttan el kaldırmadan ve aynı çizgi üzerinden bir defadan fazla geçmeden, başladığımız noktaya geri dönmek şartıyla çizebilmek için, bütün düğümlerin çift olması gerekir ve yeter. Böyle hepsi çift düğümlerden oluşan bir grafa "Euler grafi" denir. 2) Bağlantılı bir grafta sadece iki düğüm tek dereceli, diğerleri çift dereceli ise, tek dereceli düğümlerin birinde başlayıp diğerinde bitecek şekilde bir dolaşım vardır.

Moda Değil Mod Önemli

$1^{999} \equiv 1$, $1^{999} \equiv 21^{999} \equiv 31^{999} \dots 1981^{999} \equiv 1991^{999} \equiv 1$ (mod 10).

$3^{999} \equiv 13^{999} \equiv 23^{999} \equiv 33^{999} \dots 1983^{999} \equiv 7$ (mod 10).

$5^{999} \equiv 15^{999} \equiv 25^{999} \equiv 35^{999} \dots 1985^{999} \equiv 5$ (mod 10).

$7^{999} \equiv 17^{999} \equiv 27^{999} \dots 1987^{999} \equiv 3$ (mod 10).

$9^{999} \equiv 19^{999} \dots 1989^{999} \equiv 9$ (mod 10).

Birinci ifade 200 tekrardan, diğerleri 199 tekrardan ibarettir.

$1^{999} + 3^{999} + 5^{999} + 7^{999} + \dots + 1991^{999} = 200.1 + 199.7 + 199.$

$5 + 199.9 + 3 + 199.9 = 1 + 199.9$

$(1+7+5+3+9) \cdot 1 + (199.25) = 4976.4976 \equiv 6$ (mod 10) olur. Sayının birler basamağı 6'dır.

Sayı
Bilmecesi

	A	B	C	D	E
A	7	4	9	5	5
B	3	1	5		8
C	4	1		3	3
D	4		2	1	2
E	1	3	7	5	