DÜŞÜNME KUTUSU CEVAPLARI

(Geçen sayının cevapları.)

PROBLEMLERİN KRALI (Kralların Problemi):

A = 18, B = 9, C = 21

	A	B	C
Başlangıç	18	9	21
a	12	15	21
b	12	12	24
c	24	12	12
d	12	24	12
e	12	16	20
f	16	16	16

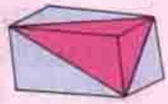
PROTAGORAS PARADOKSU: Öğrenci şöyle dedi: "Yanılıyorsunuz. Davayı kazanırsam, mahkeme kararı gereği size borcumu ödemem. Davayı kaybedersem, sözleşmemiz gereği size para ödememem gerekir."

ÜÇ FİLOZOF PROBLEMİ: A, B ve C üç filozof olsun. A: "B kendi yüzünü temiz sanıp gülüyor. Eğer benim yüzüm temiz olsaydı, B kendi yüzünü temiz bildiğine göre, C'nin neye güldüğüne şaşacaktı. Çünkü C o zaman karşısında iki temiz yüz görürdü. B, C'nin gülüşüne şaşmadığına göre C bana gülüyor, demek benim yüzüm de boyalı".

FİBONACCİ TAVŞAN PROBLEMİ: 377 çift Fibonacci'nin (XII. yüzyıl, İtalya) bulduğu bu problemin cevabı Fibonacci sayılarıdır. Şöyle ki ilk 2 sayı 1'dir, ondan sonra her sayı kendinden önceki 2 sayının toplamıdır: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 (sayılar tavşan çiftlerinin sayısıdır).

NEYİN İZDÜŞÜMÜ: Düzgün bir 12 yüzlünün (dodecahedron). Yüzlerden herbiri düzgün bir beşgendir. Bunu kartondan yapmaya çalışın. Açılmış şeklini veriyoruz. 12 yüzlüyü 4 renkle öyle boyayın ki komşu yüzler asla aynı renkte olmasın.

ALTIGENİ İKİYE BÖLMEK: Kenarlara paralel çizerek 3 paralelkenar oluşturulur. Paralelkenarlar birer köşegenle 2 eşit yarıma (kırmızı ve mavi) ayrıldığında kırmızı üçgen elde edilir. Bunun alanı altıgeninkinin yarısı kadardır.



İKİ KIZIN ESRARI: Pierre'e verilen çarpım asal bir sayı olamaz, örneğin 2, 3, 5, 7... olamaz, çünkü Pierre'e verilen iki sayının çarpımı olduğundan ve asal sayılar yalnız 1 veya kendileriyle bölünebileceğinden Pierre 2 görse kızların yaşlarını 1 ve 2, 3 görse 1 ve 3,5 görse 1 ve 5... diye hemen bilirdi. 4'ü şimdilik bir yana koyup 4'dan büyük asal olmayan sayıları düşünelim: 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15... Bunların hepsi en az 2 farklı çarpım olarak yazılabilir. Örneğin 6 = 1 x 6 ve 6 = 2 x 3,8 = 1 x 8 ve 8 = 2 x 4,9 = 1 x 9 ve 9 = 3 x 3... Kuşkusuz Pierre en az iki olasılıktan hangisinin doğru olabileceğini Serge ne derse desin asla bilemezdi. Şimdi 4'ü inceleyelim. Farzedelim ki Pierre'in elindeki kağıtta 4 yazıyor, o zaman 2 olasılık vardır: Kızlar ya 2 ve 2 yaşında (2 x 2 = 4) veya 1 ve 4 yaşındadır (1 x 4 = 4). Pierre bu iki olasılıktan hangisinin doğru olduğunu hemen bilemeyip "bilemedim" demiştir. Şimdi Serge'in elinde ne olabilir bakalım, çocuklar 2 ve 2 yaşında olsalardı Serge'in elinde 2 + 2 = 4,1 ve 4 yaşında olsalardı 1 + 4 = 5 yazacaktı. Elindeki kağıtta 4 yazsaydı Serge şöyle düşünürdü: Çocuklar ya 2 ve 2 yaşında veya 1 ve 3 yaşında. Serge Pierre'in cevabını beklerdi, çocuklar 1 ve 3 yaşında olsalardı 1 x 3 = 3 olduğundan Pierre elinde 3 görecek ve hemen çocukların yaşlarını 1 ve 3 diye bilecekti (3 asal sayı). Demek ki Serge'nin elinde 4 olsaydı, Serge Pierre'in 1 ve 3 dememesinden durumu anlayıp hemen 2 ve 2 derdi. Oysa Serge de bilemiyorum dedi. O halde Serge'in elinde 4 olamaz. Demek Serge'in elinde 5 var. 5 = 2 + 3 veya 5 = 1 + 4 olabilir. Bu nedenle Serge bilemiyorum demiştir. Elinde 4 olan Pierre iki olasılık düşünüyordu: 1) 2 ve 2; 2) 1 ve 4. Serge'in elindeki 4 değil 5 olabileceğine göre yaşlar 1 ve 4'dür. Pierre'in elindeki kâğıtta 4, Serge'in elindekinde 5 yazmaktadır. Çocukların yaşları 1 ve 4'dür.

manifoldlardan birine diğerinin yalancı kopyası denir. Meselâ Milnor 1962'de yedi boyutlu kürenin 28 tane yalancı kopyası olduğunu gösterdi.

Yalancı manifoldların boyutu en az dörttür. Dördüncü boyut tahayyül edilmesi hemen hemen mümkün olan bir boyut olduğundan, matematikçileri uzun zamandan beri meşgul eden heyecan verici bir problem haline gelmiştir. Bu boyuttan yüksek boyutlarda kullanılan çok faydalı manifold teorisinin çalışması, dört boyutlu pürüzsüz manifold teorisini iyice zor bir konu haline getirmiştir. Meselâ 4-boyutlu kürenin S^4 veya 4-boyutlu top B^4 ün yalancı kopyalarının olup olmadığı bu konunun halen çözülememiş büyük problemlerindendir. 1982'de Donaldson'un ana fikri fizikten gelen ayar (= gauge) teorisini kullanıp yeni pürüzsüz dört boyutlu manifold invaryantları bulması bu konuyu yakın zamanda çok aktif bir hale getirmiştir. Meselâ bu invaryantlar A. Casson ve M. Freedman'ın çalışmaları ile birlikte 4-boyutlu Euclid uzayı R^4 ün yalancı kopyalarının mevcudiyetini gösterir. "Acaba yaşadığımız uzay tabiî Euclid uzayı mı yoksa onun yalancı kopyası mı?" gibi bir soru felsefi bir soru olmaktan çıkmıştır.

Benim 4-anifoldlar konusuna girişim, 1974'te Kirby'nin başlattığı 4-manifoldları düğümlerle temsil etme metotlarını geliştirmekle olmuştur. Bu metotlar bazı yalancı 4-manifoldlar ortaya çıkardı. Daha sonra Donaldson invaryantlarını da bu geometrik varyantlara uygulayarak yeni daha ilginç yalancı 4-manifoldlar inşa etmek mümkün oldu. Bunların en önemlisi büzülebilir bir yalancı manifold'tur (kabaca büzülebilir demek, B^4 gibi bir noktaya deforme edilebilen manifold demektir). Bu manifold yalancı B^4 ün var olması ihtimalini artırmıştır. Ayrıca bu yalancı manifold Zeeman'ın 1963'te yaptığı tahminin çözümünü bulmama sebep oldu. Şu anda bu konuda meşgul olduğum problem, yalancı manifoldları anlamak ve S^4 ün yalancı bir kopyası olup olmadığına karar vermek problemidir. Bu konudaki anlattıklarımın özeti ise benim 1991 TÜBİTAK-TOKTEN notlarımda mevcuttur.