

formüllerle son adamın hangisi olacağını kolayca bulabiliriz.

$n = 4, 6, 9, 31, 70, 105, 355, 799, 1978, 2697, \dots$
İken son adam 1. sırada, $n=2, 3, 14, 21, 47, 158, 237, 533, 1199, \dots$ için son adam 2. sıradadır. $n=1000$ için sonuncu adam 604., $n=100.000$ için 92620. $n=1$ milyon için 637.798. sıradadır.

5 Türk ve 5 Hıristiyan şöyle dizilsin: TCTCCTCTCT. Diyelim ki a. sıradaki adamdan başlanıp h sayılırsa bütün Türkler, b. sıradaki adamdan başlanıp k sayılırsa bütün Hıristiyanlar öldürülecek. a, b, h ve k nedir? Çözüm: $a=1, h=11, b=9, k=29$. Problem şöyle de verilebilir: c Türk ve c Hıristiyan olsun. 1. adamdan başlayıp her h, adam seçilirse bütün Türkler, her k, adam seçilirse bütün Hıristiyanlar dışlanacak diyelim. Problem şudur: Verilen bir c için T ve C dizilisi, h ve k ne olmalıdır? $c=2$ için TCTCT yazılır ve $h=4, k=3$ dür. $c=3$ için TCTCCT yazılır ve $h=7, k=8$ dir. $c=4$ için TCTTCTCT yazılır ve $h=9, k=5$ dir (bunları deneyiniz). $2c$ kişi varsa eğer h sayısı c, $c+1, c+2, \dots, 2c-1$ 'in en küçük ortak katı ise h sayarak c, $c+1, c+2, \dots, 2c-1$ seçilecektir ve bunların toplam sayısı c olacaktır. $k=h+1$ ise diğer c takımı seçilecektir.

Sur ve Havuz

Üçgenin kenarları a, b, c ve alanı S olsun.
 $S = abc/4R = (a+b+c/2) r$ 'den $abc/a+b+c = 2Rr$ bulunur. $R \geq 2r$ olduğundan $2Rr \geq 4r^2$ elde edilir; bu ise $abc/a+b+c \geq 4r^2$ demektir. $R = 2r$ olması için üçgenin eşkenar üçgen olması gerekir. Üçgenin yarıçapı U olsun. Aritmetik-Geometrik Ortalama Eşitsizliğini kullanarak şuuru yazabiliriz: $a+b+c/3 \geq \sqrt[3]{abc}$ veya $(2u)^3 \geq 27 abc$. $abc = 4uRr$ olduğundan $(2u)^3 \geq 108 Rr$ veya $2u^3 \geq 27 Rr$ bulunur. $R \geq 2r$ 'den $2uR \geq 54 Rr$ ve $u \geq 3\sqrt{3}r$ bulunur. $S = ur \geq 3\sqrt{3}r^2$ elde edilir. Eşkenar üçgende eşitlik olur.

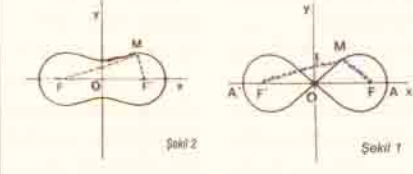
Doktor Tıktık

Olasılıklara m, m₁, m₂ diyelim. $m = (x+y+z)/3$;
 $m_1 = \sqrt[3]{xyz}$; $m_2 = \sqrt[3]{(x^2+y^2+z^2)/3}$. $(x-y)^2 \geq 0$. Buradan $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$. $x^2 + y^2 \geq 2xy$. Benzer olarak $y^2 + z^2 \geq 2yz$ ve

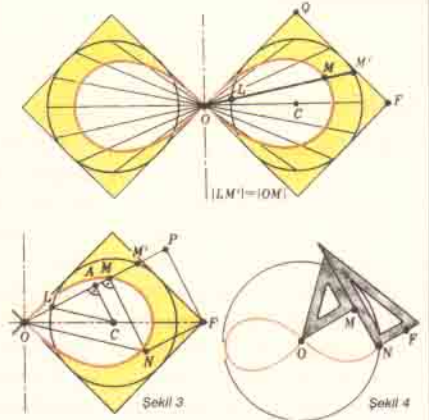
Matematikçinin Aşk Mektubu

Bu Jacques Bernoulli'nin (1654-1705) bulduğu lemniskat (kurdele) eğrisidir. F ve F' iki sabit nokta olsun. MF, MF' çarpımı sabitse M noktalarının geometrik yeri lemniskat eğrisidir. Lemniskat, eski Yunanlılar'ın başlarına defne çelengi tutturmak için kullandıkları kurdelelerin adıdır. Bu eğri yan yatırılmış bir 8 şeklindedir; bilindiği gibi bu sonsuz iğretidir. Cin Ruhü, Baygın Barü'nün anlamlı sorusuna anlamlı bir yanıt vermişti: "Seni sonsuza kadar seveceğim!"

Lemniskat, astronom Jacques-Dominique Cassini (1747-1845)'nin bulduğu Cassini ovali'nin özel bir şeklidir. Cassini ovali, yer fıstığını andırır (şekil 2). Onda da MF, MF' = sabittir. Şekil 1'de $OA=OA'=a=OF = \sqrt{2} = OF' = \sqrt{2}$ yazılarak lemniskat denklemi bulunur. $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$. Kutupsal koordinatlarla yazılışı şöyledir: $r = a \cos 2\theta$. Şimdi lemniskat'ı çizelim (şekil 3). Birbirine köşelerden geçen iki kare içine birer daire çizelim. Dairenin O'dan geçen LM' kirişini çizip $OM=LM'$ alarak bir M noktası



$z^2+x^2 \geq 2zx$ (A ifadesi). Son üç eşitsizliğin toplamı:
 $2(x^2+y^2+z^2) \geq 2(xy+yz+zx)$ B ifadesi. Bunu şöyle yazalım: $2/3(x^2+y^2+z^2) \geq 2/3(xy+yz+zx)$. Buradan $x^2+y^2+z^2 \geq 2/3(xy+yz+zx)$. Buradan da $x^2+y^2+z^2 \geq 1/3(x+y+z)^2$. $(x^2+y^2+z^2) \geq 1/9(x+y+z)^2$ ve $\sqrt{(x^2+y^2+z^2)/3} \geq (x+y+z)/3$. Buradan $m_2 \geq m$
2) A ifadesine göre $(x^2+y^2+z^2)(x^2+z^2) \geq (x^2+y^2+z^2)(y^2+z^2) \geq 2yzx+2zyx+2zxy$. Buradan, $x^2z+y^2z+yzx+z^2x+z^2y+x^2y \geq 2xyz$ ve $x^2z+y^2z+yzx+z^2x+z^2y+x^2y \geq 3xyz \geq 29xyz$. $(x+y+z)(xy+yz+zx) \geq 9xyz$



bulalım. M noktası lemniskat üzerindedir. O'dan geçen çok sayıda kare alınarak lemniskat çizilebilir. Lemniskatı iki gönye ve bir daire yardımıyla çizmek de olasıdır (şekil 4). F' den OM ye bir paralel çizelim ve daire merkezi C den ve N den OM ye AC ve MN diklerini indirelim. $OC=1/2 OF$; $AC=1/2 PF=1/2 MN$. $LA=1/2 LM'=1/2 OM$. Böylece LAC ve OMN üçgenleri benzerdir. $ON=2LC$ =sabit. En alt şekilde iki gönye ve QF yarıçaplı daire yardımıyla lemniskat çizilişi gösteriliyor. (Q karenin köşesi, şekil 3).

$3(x+y+z)(xy+yz+zx) \geq 27xyz$.
 $(x+y+z)[xy+yz+zx+2(xy+yz+zx)] \geq 27xyz$ (B ifadesine göre) $\rightarrow (x+y+z)(x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)) \geq 27xyz$ [B'ye göre $x^2+y^2+z^2 \geq (xy+yz+zx)$ olduğundan için eşitsizlikte $xy+yz+zx$ yerine $x^2+y^2+z^2$ konulabilir].
 $(x+y+z)(x+y+z)^2 \geq 27xyz$. $(x+y+z)^3 \geq 27xyz$
 $x+y+z \geq \sqrt[3]{27xyz}$
 $(x+y+z)/3 \geq \sqrt[3]{xyz}$
 $m \geq m_1$
Nihayet $m \leq m_2 \leq m_1$. Sizin için 3 vizitanın çarpımının karekökü en kârlısıdır.

Satranç

Büyük Novgorod Turnuvası

10-23 Haziran tarihleri arasında yapılan Büyük Novgorod Turnuvası Kasparov'un birinciliğiyle sonuçlandı. On tur üzerinden yapılan turnuva en düşük güç puanının 2665 olmasıyla zorlu ve zevkli oyunlara sahne oldu. Aşağıda turnuva oyunlarından seçtiğimiz oyunların sunuyorumuz.

Kramnik, V-Topalov, V

1. Af3 Af6 2. e4 g6 3. Ac3 Fg7 4. e4 d6 5. d4 O-O 6. Fe2 e5 7. O-O Aa6 8. Fe3 Ag4 9. Fg5 f6 10. Fe1 Şh1 h1; h3 Ah6 12. dxe5 dxe5 13. Vxd8 Kxd8 14. Fe3 Fe6 15. a3 Af7 16. h4 e6 17. Kfd1 Kxd1+ 18. Kxd1 Ac7 19. Ad2 Ff8 20. Kb1 b6 21. c5 b5 22. a4 bxa4 23. Axa4 f5 24. exf5 gxf5 25. Ac4 Ad5 26. Fd2 e4 27. Aa5 Ke8 28. Fa6 Ke7 29. Ac3 Axc3 30. Fxc3+ Fg7 31. Fd2 Fa2 32. Ke1 Fe5 33. Ac4 Fxc4 34. Fxc4 Şg7 35. h5 exh5 36. Fxb5 Fd4 37. e6 Şf6 38. Kd1 Fe5 39. Fa5 Ke7 40. Fe4 f4 41. Kd7 1-0

Kasparov, G-Gelfand, B

1. d4 Af6 2. e4 e6 3. Af3 h6 4. g3 Fa6 5. h3 d5 6. Fg2 dxe4 7. Ae5 Fb4+ 8. Şf1 Fl6 9. Axc4 Ad5 10. e4 Ae7 11. Fb2 Abc6 12. Abd2 O-O 13. Şg1 b5 14. Axd6 exd6 15. h4 Vb6 16. h5 h6 17. d5 Ae5 18. Af1 b4 19. Fd4 Va5 20. Ae3 Ka8 21. Kh4 Ke7 22. Vd2 Ke3 23. Fxc3 bxc3 24. Vd4 exd5 25. exd5 Ve7 26. Vd1 Ke8 27. Fe4 Vb6 28. Kf4 Fb7 29. Ke1 Va5 30. Ke2 Şh8 31. Fg2 Fa6 32. Ka4 Vb6 33. Ac4 Fxc4 34. bxe4 Af5 35. Kxc3 Ad4 36. e5 Kxc5 37. Vxd4 1-0

Bareev, E-Short, A

1. d4 d5 2. e4 e6 3. Ac3 Af6 4. e3 a6 5. h3 Ff5 6. Fd3 Fg6 7. Af3 e6 8. O-O Abd7 9. Ve2 h5 10. Fxg6 hxg6 11. e4 dxe4 12. bxc4 bxc4 13. Va4 Fe7 14. Vxc6 Vc8 15. Va4 O-O 16. Kb1 Ve7 17. Fg5 Kf8 18. Kfcl Ff8 19. g3 Ke8 20. Ff4 Vc6 21. Vxe6 Kxe6 22. Kf7 Kd8 23. Fe7 Ke8 24. Fa5 Fa3 25. Kd1 Kb8 26. Kd1b Ke8 27. e5 Ad5 28. Kxd7 Kxb1+ 29. Axb1 Fb2 30. Ag5 e3 31. Axc3 Fxc3 32. Fxc3 Axc3 33. Axf7 Axa2 34. Ad6 Kc1+ 35. Şg2 Ab4 36. Kd8+ Şh7 37. Af7 g5 38. Axc5+ Şg6 39. Ae6 1-0

Short, A-Gelfand, F

1. e4 c5 2. Af3 d6 3. d4 exd4 4. Axd4 Af6 5. Ac3 a6 6. g3 e5 7. Ade2 Fe7 8. h3 h5 9. Fg2 Abd7 10. a3 Fb7 11. g4 Ab6 12. Ag3 g6 13. g5 Afd7 14. h4 Ke8 15. Şf1 O-O 16. Şg1 Ke4 17. Fe3 Kxc3 18. bxc3 Ae4 19. Af1 Va5 20. Kh3 Ke8 21. h5 Axc3 22. Axc3 Fxg5 23. hxg6 hxg6 24. Vxd6 Ve7 25. Kd1 Vxd6 26. Kxd6 Af6 27. Ad5 Ah5 28. Kd3 Şg7 29. Ab6 Kh8 30. Kd7 Fe6 31. Ke7 Fe8 32. Kd6 Fe1 33. Ad5 a5 34. Kd8 Fxa3 35. Kcc8 a4 36. Kxe8 Kxe8 37. Kxe8 Fb2 38. Fl1 a5 39. Ka8 1-0

Kasparov, G-Bareev, E

1. e4 e6 2. d4 d5 3. Ac3 Af6 4. e5 Afd7 5. f4 e5 6. Af3 Ae6 7. Fe3 exd4 8. Axd4 Fe5 9. Vd2 Fxd4 10. Fxd4 Axd4 11. Vxd4 Vb6 12. Vxb6 Axb6 13. a4 Şe7 14. a5 Ad7 15. Şd2 g5 16. g3 gxf4 17. gxf4 f6 18. Kgl fxe5 19. Fh3 exf4 20. Ka-e1 A8 21. Axd5+ Şd6 22. Axf4 e5 23. Kg3 Fxb3 24. Kd3+ Şe6 25. Ke3+ Şd6 26. Axb3 Kg8 27. Kd3+ Şe6 28. Af4+ Şf5 29. Ad5 Kg2+ 30. Şe1 Kf2 31. Kh3 Kh8 32. a6 h5 33. Ae7+ Şf6 34. Ac6 Kb6 35. Axc5 h5 36. Ad3 Kxb2 37. Ab4 Şg5 38. Kf3 Ag6 39. Kf7 Kh4 40. e3 Kxb4 41. exb4 Kxa6 42. Kgl+ Şh6 43. Şd2 Kd6+ 44. Şe3 a6 45. Şe4 Ah8 46. Ka7 Ag6 47. Ka1 Kd2 48. K7xa6 Kxb2 49. Şf5 Kf2+ 50. Şe6 Kf4 51. Kb1 h4 52. Kb6 h3 53. Kxb5 h2 54. Kh1 Kh4 55. Şd6 Af4 56. Kf5 Ah5 57. Kf2 Kxb4 58. Kfxb2 Kh5 59. Ka2 Şg6 60. Ka6 Af4 61. Şe7+ Şg5 62. Kgl+ Şh4 63. Ka4 Kf5 64. Kg8 Şh3 65.

Ka3+ Şh2 66. Ka2+ Şh3 67. Kd2 Ke5+ 68. Şf6 Ke3 69. Şf5 Ae2 70. Kb2 Şh2 71. Kg7 Ke8 72. Kg6 Ke3 73. Ke6 1-0

Kramnik, V-Short, A

1. Af3 d5 2. d4 a6 3. Fg5 Fg4 4. e3 Af6 5. e4 dxe4 6. Fxc4 e6 7. Ae3 Fe7 8. h3 Fh5 9. Fxf6 Fxf6 10. g4 Fg6 11. h4 h6 12. Fd3 Fxd3 13. Vxd3 Ad7 14. O-O Ve7 15. g5 hxg5 16. hxg5 Kxh1 17. Kxh1 Fxg5 18. Kh8+ Af8 19. Kxf8+ Vxf8 20. Axc5 O-O-O 21. f4 Ve7 22. Vh7 f6 23. Age4 b6 24. a3 Şb8 25. Şb1 Şa7 26. Af2 Vd7 27. Ve4 Vd6 28. Vg2 Vd7 29. Aa2 Ke8 30. Ab4 a5 31. dxc5 bxc5 32. Aa2 Kb8 33. Vg4 Vd2 34. Ad1 Vd3+ 35. Şc1 Ve4+ 36. Aae3 g5 37. Vf3 gxf4 38. exf4 Kg8 39. Şc2 Kd8 40. Af2 Vd4 41. Ad3 Şb6 42. Ae1 e4 43. Şb1 Şc7 44. A3e2 Vd5 45. Ve3 Kd6 46. Ve3 e5 47. fxe5 fxe5 48. Şa1 Kf6 49. Ve1 Ve4 50. Şa2 Kb6 51. Va5 Şb7 52. Vd2 Şe8 53. Ac3 Vd4 54. Vg5 Ke6 55. A1e2 Vc5 56. Ae4 Vb5 57. A2c3 Vb3+ 58. Şb1 Şb7 1-0

Gelfand, F-Topalov, V

1. d4 Af6 2. Af3 e6 3. e4 b6 4. Ac3 Fb7 5. a3 d5 6. Fg5 Fe7 7. Va4+ e6 8. Fxf6 Fxf6 9. exd5 exd5 10. g3 O-O 11. Fg2 e5 12. Kd1 Ve7 13. O-O Kd8 14. e3 Aa6 15. Kd2 Ae7 16. Kfd1 Ae6 17. h4 g6 18. Vb3 h5 19. Va2 a6 20. dxc5 Fxc3 21. bxc3 Vxc5 22. Ad4 Axd4 23. exd4 Vd6 24. Ke1 Ka8 25. Kde2 Kxe2 26. Kxe2 Fe6 27. Ke3 Fb5 28. Vb2 Ve6 29. Ve1 Fe4 30. e4 b5 31. e5 Ke8 32. Şh2 Vb6 33. Vf4 Kf8 34. Kf3 a5 35. Fh3 Fe2 36. Ke3 Fe4 37. Kf3 Fe2 38. Ke3 Fe4 39. Vg5 Vxd4 40. e6 Vb2 41. Kf3 d4 42. Kxf7 1-0

Kasparov, G-Short, A

1. e4 e6 2. d4 d5 3. Ac3 Fb4 4. e5 e5 5. a3 Fxc3+ 6. bxc3 Ve7 7. Vg4 f5 8. Vg5 exd4 9. exd4 Ae7 10. Fd2 O-O 11. Fd3 b6 12. Ae2 Fa6 13. Af4 Vd7 14. h4 Fxd3 15. Vxd3 Abc6 16. Kh3 Ka8 17. Kg3 Kf7 18. h5 Ad8 19. e3 Kf8 20. Şf1 Ke4 21. Şg1 Af7 22. a4 Kf8 23. Vb1 Ae6 24. Vd1 Ae7 25. h6 g6 26. Vh5 Kxa4 27. Kxa4 Vxa4 28. Axc6 Ve2 29. Vh4 f4 30. Fxf4 Af5 31. Kxg6+ 1-0