

Antalya Cebir Günleri

Dünyanın değişik yerlerinden gelen elli kadar matematikçi geçenlerde Antalya’da mütevazı bir otelin barında buluştular. Sabah saat dokuz. Antalya’da mükemmel bir bahar sabahı başlarken matematikçiler perdeleri kapattılar ve daha önceden boşaltılıp sınıf haline getirilen barda yerlerini aldılar. Yaşlı bir matematikçi eski ama hâlâ çözülmemiş bir problemi anlatmaya başladı. Perdenin aralığından Akdeniz’in parlak maviliğine inen Torosların silueti görünüyor. Dinleyiciler bu muhteşem görüntüye kaçamak bir bakış bile atmıyorlar. Tüm dikkatlerini bu eski problemi anlamaya vermişler. Onlar matematikçi. Neden bu mesleği seçmişler bilinmez.

Yirminci yüzyılın başlarında yaşamış matematikçilerden Caratheodory, neden onca iş varken seçe seçe matematiği seçtiğini şu sözlerle anlatmaya çalışır: “Hayatıma anlam verecek tek şeyin hiç bir kısıtlama olmaksızın kendimi matematik çalışmaya adanmış olduğum yönündeki saplantımdan kendimi kurtaramadım.”

Maddi imkansızlıkları ciddiye dahi almadan, bir otelin barını sınıfa çevirme pahasına, hatta yol paralarını da kendileri vererek gelen bu matematikçileri buraya çeken ne? Dışarıdaki havuzda çığlık çığlığa eğlenen çocukların sesleri arasından tahtadaki yaşlı matematikçinin kısık sesiyle anlattığı problemi dinlemeye çalışan bu matematikçilerin ilgisini bu denli toplayan bu konu, matematik, nasıl bir şey?

Dakikalar ilerledi. Artık yaşlı matematikçi problemin tanımlanmasını ve tarihçesini bitirdi. Şimdi teknik ayrıntılara girecek. Buraya kadar olan kısım matematik eğitimi almış herkesin anlayabileceği düzeydeydi. Bundan sonra dinleyenler kendi konularının sayılar teorisine olan uzaklığıyla ters orantılı olarak sırayla konuşmadan kopacaklar. Sonlarda ise yalnızca o problemle ilgili bir kaç kişi kalacak konuşmayı aktif olarak takip eden. Peki diğerleri ne olacak?

Tecrübeli hoca derse başlamadan



önce sınıfa döner ve “Eğer sınıfta uyuyan olursa beni uyandırın” der...

Onlar yıllardır bu çeşit konferanslarda yapmaya alıştıkları şeyi yapacaklar. Önce konuşma tamamen onların ilgi ve bilgi alanı dışına çıkıncaya kadar dinleyecekler. Sonra konuşmayı bırakıp kendi kafalarının içindeki dünyaya geçecekler ve o dakikaya kadar dinlediklerinin kendi uğraştıkları probleme nasıl uygulanacağını düşünmeye başlayacaklar. Yavaş yavaş akıllarına yeni fikirler gelecek. Önlerindeki kağıda bu fikirlerin ana hatlarını çiziktirecekler ilerde hatırlamak üzere. İlerde hatırlamak?

Günümüzden yaklaşık 4000 yıl öncesine tarihlenen ve Plimpton 322 diye bilinen Mezopotamya tabletleri üzerinde, kenarları tam sayı olan ve



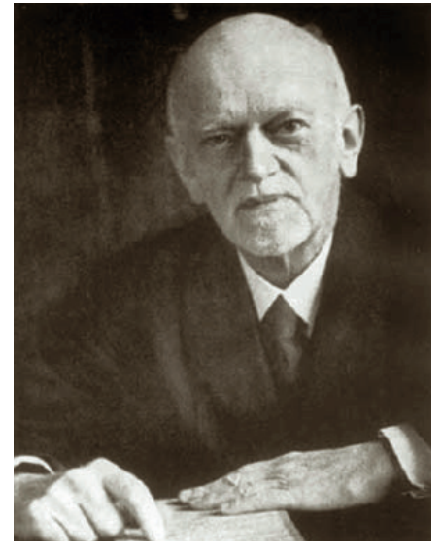
Yirminci yüzyılın başlarında yaşamış matematikçilerden Caratheodory.

belli bir kurala göre sıralanmış dik üçgenlerin kenar uzunlukları verilmiştir.

Tahtadaki yaşlı matematikçi konuşmasını yılların kazandırdığı rahatlıkla öyle bir ustalıkla anlatıyor ki kendi kafalarındaki matematik dünyasına gitmiş olanlar sık sık geri gelip konuşmaya katılma ihtiyacı duyuyorlar. Aynı konuyu genç bir matematikçi anlatsaydı çoktan herkes kendi dünyasına kaçmış olurdu. Zaten o genç konuşmacı da dinleyicilerden habersiz kendi probleminin labirentlerinde tek başına dolaşıyor olurdu.

Hocalık hayatının ilk dersinden al al moru mor çıkan genç matematikçi yan sınıftan sakın ve memnun bir şekilde çıkan yaşlı matematikçiye sarılır ve “Öğrenciler bana matematik ne işe yarar diye sordular, çok zorlandım. Sizde sorduklarında siz ne yapıyorsunuz?” diye sorar. Yaşlı matematikçi hiç umursamadan cevaplar: “Bana sorduklarında ben söylüyorum.”

Konuşma bitti. şimdi kahve molasındayız. Havuzun kenarındaki çardağın altındayız. Akdeniz’in göz kamaştıran güneşi, Torosların heybeti ve açıklarda sezonun ilk turistlerini gezdiren motorların patpatları arasında mükemmel bir Antalya günü mayala-



Yirminci yüzyılın en yetkin matematikçilerinden Hilbert.

nıyor. Ama bizim matematikçilerin bundan etkilendikleri söylenemez. Kulak kabarttığımız zaman Türkçe, İngilizce ve Rusça konuşmaların çoğunun az önceki konuşmada konu edilen problemle ilgili olduğunu görüyorsunuz. Kimileri bazı tekniklerin neden bu problemi çözemediğini anlamaya çalışıyor. Kimileri bir masaya oturmuşlar, önlerindeki kağıda çizdikleri bir kaç sembole derin derin ve hareketsiz bakıyorlar. Zaman zaman biri bir söz söylüyor ve o sembollere bir tane daha katıyor. Öbürü onaylıyor. Sonra tekrar uzun uzun kağıda bakıyorlar. Bazıları oturmuş harıl harıl yakaladıklarını sandıkları bir teoremi kağıda geçiriyorlar ve aynı telaşla kahvelerini içiyorlar. Herkesin elinde bir kahve. Zaten matematikçiler kahveyi teoreme çeviren makineler değil midir? Peki matematikçileri bunca teoremi bulmaya iten dürtü nedir?

Dünyanın tepsi gibi düz olduğunun okullarda okutulduğu yıllarda Dünyanın eğik olması gerektiğini düşünen ve yerkürenin eğimini hesaplayan Knidoslu Eudoxus bir gün başını göğe kaldırıp arkadaşlarına "Şu güneşin yapısını, şeklini ve büyüklüğünü tam olarak kavrayabileceğimi bilsem yanına gidip yanmaya razı olurum" der.

Öğleden sonra yine bardayız. Bu kez orta yaşlı bir matematikçi bir bölümünü çözdüğü, kalan bölümünün de nasıl çözüleceğini keşfettiği bir problemi meslektaşlarıyla paylaşıyor. Dinleyiciler Kolomb'un gemisinden Yeni Dünyanın bilinmezliklerine bakan tayfaların heyecanı ile konuşmayı izliyorlar.

Sabah konuşan yaşlı matematikçinin yıllar içinde kazandığı rahatlık henüz bu konuşmacıya ulaşmamış. Ne de olsa bu konuşmacı daha genç. Çok kısa sürede konuşmayı konunun teknik ayrıntılarına getiriyor. Artık konuşmayı yalnız o konuda kendileri de araştırma yapan matematikçiler izliyorlar. Öyle ki konuşma arasında bir soru sormak isteyen sanki diğerlerini rahatsız etmek istemezmiş gibi alçak sesle soruyor. Diğerleri kendi dünyalarında harıl harıl çalışıyorlar. Matematikçilerin böyle ayrı bir dünyaya çekilip kendi problemlerinin sınırlarını çözmek için kullandıkları en uygun mekanlar bu çeşit konferanslar, fakat on-

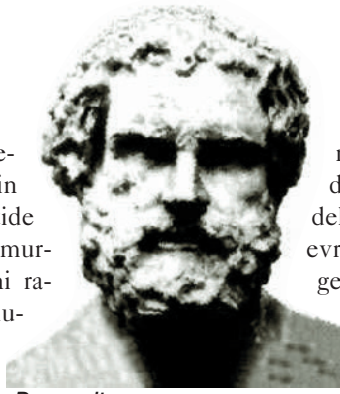
lar diğer fırsatları da değerlendirirler. Örneğin hatır için katıldığı partide bir kenarda oturup somurtan matematikçi "Beni rahatsız etmeyin, meşgulüm" demektedir. Zaten yolda karşıdan karşıya geçerken hayati tehlike atlatmayan ya da duşa girip de çıkmayı unutmayan matematikçiye camiada iyi gözle bakılmaz.

Evinin bahçesindeki çimlerin üzerine sırt üstü yatmış, bulutlara bakan matematikçiye oğlu pencereden seslenir "Baba, çok çalıştın, artık içeri gel."

Konuşma ilerledikçe Antalya sıcaklığı bara dolmaya başlıyor. Havuza atlayanların çığlıkları ve mevsimin ilk sıcaklarını karşılayan kuşların şaşkın ve tereddütlü ötüşleri bardakilerin dikkatini dağıtmaya yetmiyor. Konuşmadan kopanlar zaten kendi problemlerine yoğunlaşmış çözüm arıyorlar. Konuşmayı takip edenler ise orta yaşlı matematikçinin çizdiği şekillerin simgelediği kavramları kendi matematik gözlerinde canlandırmak üzere konuşmacı ile birlikte başka bir boyuttalar. Zaten tahtaya çizilen şekiller iki boyutlu gerçel figürler, oysa anlatılan konu karmaşık sayılarla ilgili çok boyutlu bir uzayda olan bir olay.

Poincare geometri için "Yanlış şekillerle doğru düşünebilme sanattır" der.

Barda bu dünya ile temas halinde kalan tek kişi oturum başkanı. Onun görevi de konuşmanın zamanında bit-



Democritus

mesini sağlamak. Bar, içindekilerle birlikte bir kara deliğin içinden bambaşka bir evrene ışınlanmış. Zamanı gelince bu barı yine bu otelin birinci katındaki köşesine geri getirme görevi oturum başkanında. Sık sık saatine bakı-

yor. Tüm sorumluluk onda.

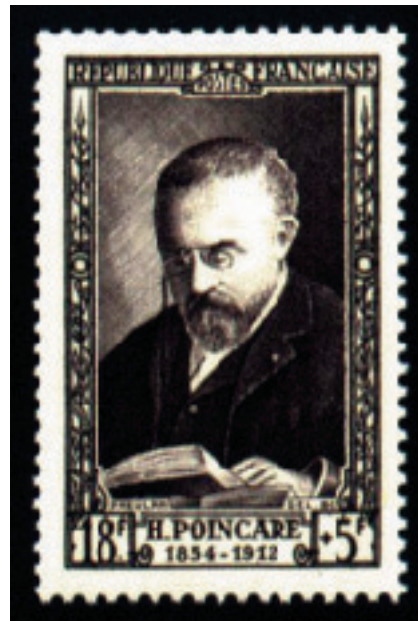
Yirminci yüzyılın en yetkin matematikçilerinden Hilbert'e eğer bin yıl sonra dünyaya geri gelebilse ilk merak edip öğrenmek isteyeceği şeyin ne olacağı sorulduğunda "Riemann hipotezi çözüldü mü diye sorarım" demiştir.

Konferansın son günü. Çok genç bir matematikçi üzerinde çalıştığı bir problemi anlatıyor. Bu son konuşma olmasına rağmen bar yine dolu. Genç matematikçinin konuyu çok kısa sürede teknik ayrıntılara boğacağı ve dinleyicilere kendi problemleriyle ilgilenmek için çok daha uzun bir süre vereceği tahmin edildiği için kimse bu fırsatı kaçırmak istememiş. Gerçekten genç matematikçi öyle bir coşku, heyecan ve süratle teknik labirentlere dalıyor ki onu ön sıralarda dinleyen hocası fenalık geçiriyor. Her genç matematikçinin konuşmasında olduğu gibi konuşma derhal içinden çıkılmaz hesaplara ve kendinden başka kimse- nin anlamadığı ayrıntılara kayıyor. Oysa öylesine büyük bir coşku ve sevgiyle anlatıyor ki.

Bu tutkunun, bu sevginin, bu ateşin bir tanesi var mı?

Matematiği Mısırlı matematikçilerden bile daha iyi bildiğini söylemekten çekinmeyen Democritus tüm bu kibirine rağmen "Her hangi bir şeyin nedenini kavrayabilmeyi tüm Pers krallığını fethetmeye tercih ederim" demiştir.

Konuşmayı takip edebilenler artık konuyu bırakmışlar, genç matematikçinin makul bir açığını yakalayıp onu biraz hırpalamak istiyorlar. Bu çeşit iyi niyetli hırpalamalar matematik eğitiminin bir parçasıdır. Önde oturan hoca da böyle bir hırpalama başlarsa hangi safhada müdahale etmesi gerektiğinin hesabını yapıyor. Ama tüm heyecanına, süratine ve tecrübesizliğine rağmen genç konuşmacı beklenen açığı vermiyor. Herkes memnun. Oturum başkanı saatine bakıyor ve barı tekrar



yerkürenin Antalya civarındaki eski yerine ışınıyor. Konuşmanın ve konferansın bittiğini ilan ediyor.

On yedinci yüzyıl İngiliz şairlerinden Alexander Pope bir şiirinde şöyle der:

*Öğrenmenin azı tehlikeli bir iştir;
Kana kana iç, ya da tadına bile bakma
ilham pınarının.
Orada sığ akıntular başımı döndürür,
sarhoş eder
Ve ancak bol bol içince ayıltır yeniden.*

Amerika Birleşik Devletlerinde üniversite ya da araştırma enstitülerinde çalışan matematikçilerin üye olduğu Amerikan Matematik Derneğinin üye sayısı yaklaşık 30,000'dir. Uygulamaya yönelik ve endüstride çalışan matematikçiler de Uygulamalı ve Endüstriyel Matematik Derneği'ne üye olurlar ve o derneğin de yaklaşık 10000 üyesi vardır. Demek ki Amerika yaklaşık 235 milyon nüfusu içinde 40000 kayıtlı matematikçi barındırmaktadır. Kaba bir hesapla Türkiye'de de bu oranlar geçerli olsa 10000 civarında kayıtlı matematikçimizin olmasını bekleriz. Oysa bizde bu sayı 500 civarındadır.

Napolyon "Bir ülkedeki matematik biliminin gücü ile devletin gücü birbirine paraleldir" der.

Matematikçiler artık ertesi yıl yine toplanılması dilekleriyle otelden ayrılmaya başladılar. Toplantıyı ertesi yıl düzenleme görevini verdikleri matematikçiye toplantının daha iyi olması için ne yapması gerektiği konusunda fikirler veriyorlar. Verilen fikirler hep konuların seçimi, konuşmaların içerikleri ve tartışma zamanlarının ayarlanmasıyla ilgili. Kimse konferans boyunca bir türlü çalışmayan havalandırma sisteminden, çıkan yemeklerin kalitesizliğinden, en acil durumlarda göçen resepsiyon bilgisayarlarından ya da barın ders için pek de ideal bir mekan olmadığından şikayet etmiyor. Nasıl olsa seneye konuşmalar başladığında herkes o konuşmadan alacağı kadarını alıp kendi problemlerinin dünyasına çekilecek. Bu dünya ile ilgili hiç bir talepleri o yüzden olmuyor.

Ama bunun bir isitisanası var. Kahveler zamanında ve kıvamında hazır olmalı. Eğer kahve servisi biraz aksaysaydı yıkarlardı oteli...

Sinan Sertöz

Goldbach

Goldbach tahmini ile ilgilenen okurlarımız için ne yazık ki kötü bir haberimiz var. Bir milyon dolarlık ödülün şartnamesininin, 10. maddesinde bu ödülün yalnızca İngiliz ve Amerikan uyruklu kişilere verilebileceği yazılı! Buna inanmak istememiştik ama, maalesef doğru. Bilimsel geleneklere tümüyle aykırı bu milliyet ayrımcılığını kınıyoruz.

Goldbach problemi ile ödül almadan da uğraşmak isteyebilecek okurlarımıza imkânlarımız ölçüsünde yardımcı olmaya devam edeceğiz. Çünkü bilimsel meraktan daha yüce bir duygunun olmadığını düşünüyoruz. Ancak okurlarımızı bir anlamda uyarmak da istiyoruz. Goldbach problemi birçok büyük matematikçinin gayretlerine rağmen 250 yıldır çözülememiş bir problem; bu nedenle de çok basit yöntem ve düşüncelerle çözülebilmek olasılığı çok düşük görünüyor. Tabii ki umulmadık bir düşünce manevrasıyla sürpriz bir elemanter çözümün bulunma olasılığı yok değildir. Ama bu konuda umutlu olmak için de doğrusu hiçbir sebep yok.

Goldbach tahmini 2'den büyük her çift sayı için bir iddia içerdiğinden, ispatının da bu genellikte olması gerekiyor. Ne kadar çok çift sayı için bunu kontrol ederseniz edin, bu bir ispat yerine geçmez. 1998'de Richstein adlı bir Alman matematikçi tarafından bilgisayar kullanılarak, 400 trilyona kadar çift sayılar için iddianın doğruluğu kontrol edildi. Örneğin, 389965026819938 çift sayısı 5569 asal sayısı ile 389965026814369 asal sayısının toplamı olarak yazılabilir. Ama bu kontrol, Goldbach tahmininin doğruluğu konusunda fazla bir şey ifade etmez. 400 trilyon nedir ki; geride o kadar çok çift sayı var ki! Aslında, çift sayıların hemen hepsi geride duruyor ve onlardan birisinin aksilik çıkarmayacağını kimse bilemez. Eğer kontrol edilen çift sayılardan tek bir tanesi bile iki asal sayının toplamı olarak yazılamasaydı, o zaman "hayır" cevabı çok kesin ve tahminin yanlışlığı apaçık olurdu. Ama değil

400 trilyon, trilyon kere trilyon kere trilyon kadar sayı için bile tahmini doğrulasanız, evet cevabı hep şüpheli kalacaktır. Ya ondan sonrakiler?

Doğa bilimleriyle uğraşanlar, tabiatın "hayır"ının kesin, "evet"inin şüpheli olduğunu söylerler. Bu olgu bütün tüme varımlı düşünce için geçerlidir ve matematik için de, tüm-den gelimli bir ispat bulunmadıkça, durum farklı değildir.

Şimdi okurlarımızdan gelen tipik bazı çözüm önerilerine kısa yanıtlar vermek istiyoruz. Öncelikle, gösterdikleri büyük ilgi için okurlarımıza teşekkür ediyoruz. Ankara'dan Güçlü Güney ve Orhan Tosun'un çözümleri oldukça uzun ve karmaşık olduğu için, değerlendirme devam ediyor. Diğer bütün çözümlerin ise yanlış olduğunu hemen söyleyebiliriz.

Fatih Üniversitesi Matematik Bölümü öğrencilerinden Mehmet Çiçek, herbiri 2'den farklı iki asal sayının toplamının bir çift sayı olduğunu ispatlıyor. Bu tabii ki doğru olmakla beraber, 1 milyon dolarlık bir soru değildir! 2'den farklı bir asal sayı bir tek sayıdır ve iki tek sayının toplamı çifttir. Ama, Goldbach tahmini bu değil, bunun bir anlamda tersi: 2'den büyük her çift sayı iki asal sayının toplamı olarak ifade edilebilir. Konya'dan Hüseyin Gürsesli, Niğde'den Suat Gündüz, Diyarbakır'dan Berat İşçi, Ankara'dan Tuna Bulut ve Uğur Şerafettinoğlu'nun çözüm önerilerinde de bu yanlış anlama var.

Birçok okurumuzun başvurduğu bir kanıt yaklaşımı şöyle: verilen çift sayıyı, aşağıdaki gibi çeşitli şekillerde bir toplam olarak ifade ediyorlar;

$$2n = (n - a) + (n + a)$$

$$2k = n_1 + \frac{n_1 \times n_2}{\frac{n_1 + n_2}{2} - \left| \frac{n_1 - n_2}{2} \right|}$$

$$m = (r - 2n) + (m - r + 2n)$$

$$n = x + y$$

$$2K = (K - T) + (K + T)$$

$$S = A + C$$

Tahmini Üzerine

sonra da sağ taraftaki terimlerin, “uygun” seçilmeleri halinde asal olacaklarını söylüyorlar ya da göstermeye çalışıyorlar. Sadece örneklemeye kanıt yerine geçmediği gibi, “uygun” seçme de bir anlam ifade etmez. Somut bir seçimin ya da geçerli bir varlık kanıtının verilmesi gerekir.

Kocaeli’nden Mustafa Demir’in, İstanbul’dan Selçuk Atay’ın, İzmir’den Ercan Şengül’ün, İstanbul’dan Nurettin Aydın’ın, Osmaniye’den Serdar Köksal’ın, Ankara’dan Burak Himmetoğlu’nun ve Kütahya’dan Ekrem Emre’nin yaklaşımları bu gruptan. Bir diğer yaklaşım, bir önceki sayı-

mızda önerisini tartıştığımız Birsan Yılmaz’ın düşüncesini geliştirmeye yönelik. Orada, verilen bir çift sayıdan küçük asal sayıların en büyüğü gözönüne alınıyordu. Bazı arkadaşlarımız bu asal sayıdan bir önceki asal sayıyı kullanmayı öneriyorlar. Ancak bu da kurtarmıyor: Aynı örneği kullanmak gerekirse 220’den küçük en büyük asal sayı olan 211’den bir önceki asal sayı olan 199 da işe yaramıyor: $220=199+21$ ve 21 asal değil. Balıkesir’den Ali Abakan ve Fatih Kocasahan’ın, İstanbul’dan Selçuk Atay’ın (bir diğer çözümü) bu gruptan.

Ankara’dan Şükrü Bezen’in çözüm önerisi de bu yaklaşımın bir çe-

şitlemesi: n ’den küçük en büyük asal sayı p ise, $n-p$ asal olmayabiliyor. Ama $n-p+2$ asaldır diyor sayın Bezen ve $n+2$ sayısı için $n+2=p+(k-p+2)$ eşitliğini yazıyor.

Burada gene Duran imdada koştu ve bize asal sayı yetiştirdi. $n=10034$ sayısını gözönüne alalım. Bu sayıdan küçük asal sayılar içinde en büyüğü $p=10009$. $n-p=10034-10009=25$ asal değil. Fakat $n-p+2=27$ de asal değil.

Çanakkale’den Murat Demirtaş’ın “muhtemel ispat”ını kabul edemeyeceğiz. Sağduyu ne yazık ki matematikte ispat yerine geçmediği gibi çoğu kez yanılabilir da.

Ankara’dan Çiğdem Özdemir kardeşimiz de hayatı kolay tarafından alıyor (Bu her zaman en kötü yaklaşım olmayabilir!). Çiğdem, verilen bir n çift sayısını değil, $n+x$ gibi kendi tercihi olan başka bir çift sayıyı iki asal sayının toplamı olarak ifade ediyor.

Ufuk Duman bize formülünü göndermediği için yanıt veremiyoruz. Ali Tuna Şenatlı ve Mustafa Demir kendilerinde bulunan Goldbach kuramlarını hakemli bir dergide nasıl yayımlatabileceklerini soruyorlar. Okurlarımız sonuçlarını herhangi bir hakemli dergiye gönderebilirler. TÜBİTAK’ın da hakemli matematik dergisi var. İlgilenenler için adresini veriyoruz: Turkish Journal of Mathematics, TÜBİTAK, Atatürk Bulvarı No:221 Kavaklıdere-Ankara

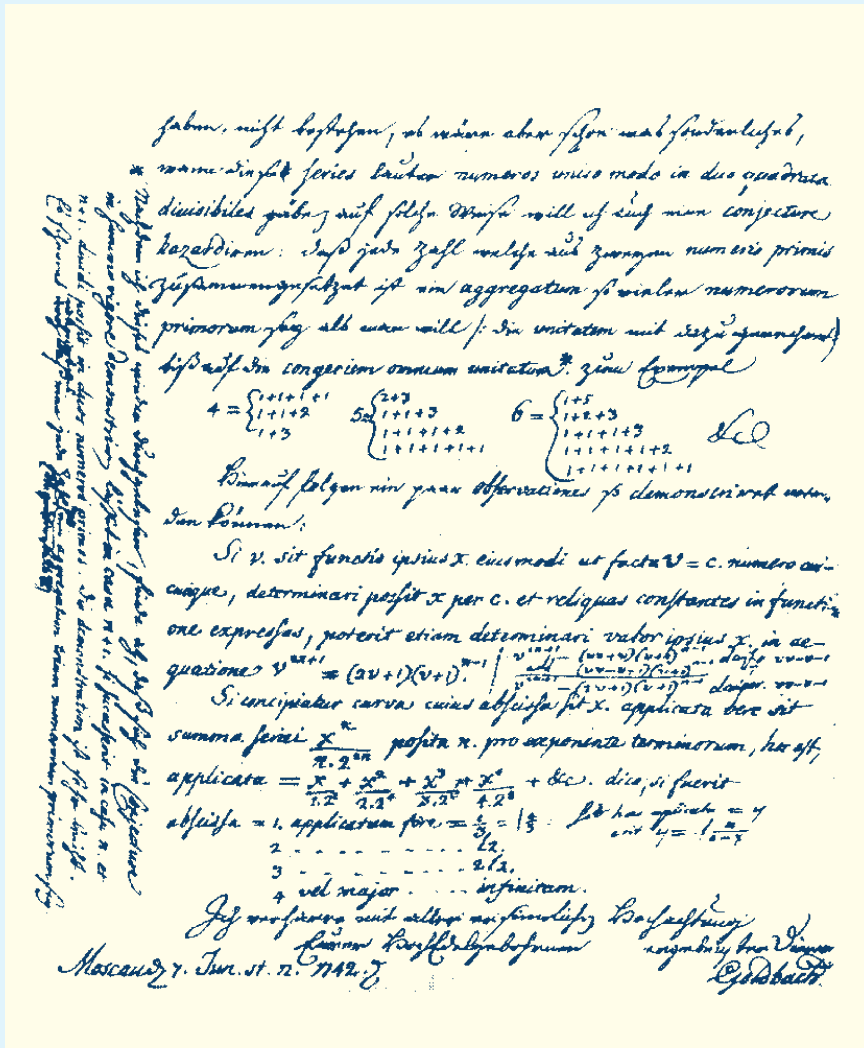
<http://www.tubitak.gov.tr/journals/>
e-posta: math@tubitak.gov.tr

Elazığ’dan Ali Haydar Tunç için, ödülü koyan Faber and Faber firmasının adresini veriyoruz (Her ne kadar bu firma, yaptığı milliyet ayrımcılığı nedeniyle bizce bir ilgiyi artık haketmiyorsa da).

Faber and Faber Limited, 3 Queen Square, London, WC1N3AU

<http://www.faber.co.uk>

Hoşçakalın sevgili okurlar.



Christian Goldbach bugün artık meşhur olan tahminini 1742 yılında Leonard Euler’e gönderdiği bu mektubun kenarına düştüğü dört satırlık notta dile getirmiştir.