

**"Matematiğin üstün kesinliği bir derece sorundur, sadece ve var olduğu kadarıyla, matematiksel bilginin tümüylü sözsel olmasından ileri gelir." Bertrand RUSSELL**

## MATAMATİKSEL DÜŞÜNME: NİTELİĞİ VE KAYNAĞI

Dr. Cemal YILDIRIM \*

**P**ek çoğumuz için matematik bir yandan so-  
yut, anlaşılması güç, hatta belki de gizem-  
li bir konudur. Öte yandan açıklığın, kesinliğin  
ve yanılmazlığın ölçütünü matematikte bulanlar-  
nın sayısı az değildir. İster istemez aklımıza şu  
soru gelmektedir: Matematik, çoğunluk sandığı-  
mız gibi doğruluğu söz götürmez, yetkin bir bi-  
lim midir? Yoksa, doğruluğu bir yana uğraş ko-  
nusu bile belli olmayan, satranç türünden bir  
oyun, ya da gizemli bir bilmece midir. Kısacası,  
Matematik nedir

Bu soruya yanıt ararken, ince bir alayı da  
içinde taşıyan ünlü öyküye hatırlamada yarar  
var: Bir matematikçi ile bir filozof tartışıyorlar-  
mış. Matematikçi felsefenin "lafl ebeliği"nden  
başka bir şey olmadığını, filozof da matematiğin  
birtakım simgeler ile kurallardan oluşan bir oyun  
olmaktan ileri gitmediğini söyler. Derken araya  
giren sağduyulu vatandaş, kavgaya gerek yok de-  
miş: Felsefe dediğin her şey hakkında hiç bir  
şey bilmemektir; matematik ise, hiç bir şey hak-  
kında her şeyi bilmektir.

Bu nitelenin pek de yabana atılır türden  
olmadığını Bertrand Russell'in şu sözleri göster-  
mektedir: "Matematik ne konuştuğumuz şeyin  
ne olduğunu, ne de söylediklerimizin doğru olup  
olmadığını bilmediğimiz bir bilimdir." (1).

Sorumuza dönelim: Matematik nedir, ger-  
çekten?

Bu soruya sayısız yanıtlar verilmiştir. Mate-  
matikçi kendine özgü konu ve yöntemiyle bir bi-  
lim sayarlar var; matematikçilerin gözünde "bi-  
limlerin kraliçesi". Kimi bilim adamlarının gö-  
zünde ise "bilimlerin hizmetçisi" bir bilim. Ma-  
tematiği bir bilim değil, bir dil, belli kural ve  
simgelerden oluşan yalın bir anlatım dizgesi; ya-  
da düpedüz bir yöntem, biçimsel ilişkiler üze-  
rinde yürüyen mantıksal bir çıkarım, bir dönüş-  
türme aracı sayarlar da var. Bertrand Russell  
matematiği

**P** doğru ise **O** doğrudur.

biçimini alan tüm önermelerin bir kümesi diye  
tanımlanmıştır. Bu demektir ki, matematik ger-  
çekte, simgesel mantıkla özdeş, doğruluğu ge-

çerli çıkarmalarda arayan biçimsel bir disiplindir.

Ne var ki, matematiğin ne olduğu sorusuna  
birtakım tanımları sıralayarak açıklık getirmeye  
olanak yoktur. Bir kez tanımların çoğu birbirle-  
riyle bağdaşır nitelikte değildir. Sonra her tanım  
belli bir görüşün ürünüdür, değişik bir bakış  
açısını yansıtır. O görüş, o bakış açısı bilinme-  
dikçe, ona dayalı tanımın doğru yorumlanması  
bekleyemeyiz. Bu nedenle soruna yaklaşımı-  
mız tanımların ötesinde bir araştırmayı, mantık-  
sal bir irdelemeyi gerektirmektedir. Matematik  
hiç değilse görünürde, olguları betimlemeye ve  
açıklamaya yönelik bir inceleme alanı olmadığı-  
na göre, neyi konu almaktadır, yöntemi nedir?  
Matematiğe özgü kesinliğin kaynağı nedir? Uzun  
süre dendiği gibi, konusu sayılar ya da sayısal  
ilişkilerdir, demek olmuyor; çünkü topoloji,  
projektif geometri, kümeler teorisi gibi sayıları  
içermeyen matematiksel çalışmalar da vardır.  
Öte yandan mantık gibi matematiği tümüyle bi-  
çimsel saymak da yetmiyor; çünkü sayı, küme,  
fonksiyon türünden birtakım soyut nesnelere ko-  
nu aldığı ileri sürülerek matematiğin içerikten  
yoksun olmadığı, dolayısıyla bir tür bilgi sağla-  
dığı söylenebilir.

Aynı şekilde, sorunu yöntem yönünden de  
kesip atmaya olanak yoktur. Matematiksel dü-  
şünmeyi salt dedüktif akıl yürütme sayabilir mi-  
yiz? Yoksa, önde gelen kimi matematikçilerin  
savunduğu üzere matematikte, öteki bilim dal-  
larında olduğu gibi, bir tür indüktif düşünmenin  
yeri var mıdır? Özellikle, matematiksel buluşla-  
rın sezgi ya da yaratıcı imgeleme yer verme-  
yen yalın bir çıkarım işi olduğu nasıl söylenebilir?

\* O.D.T.Ü. Bilim Felsefesi Profesörü

Bu soruları ele almadan önce matematiğin başlangıç dönemine kısaca değinmekte yarar vardır.

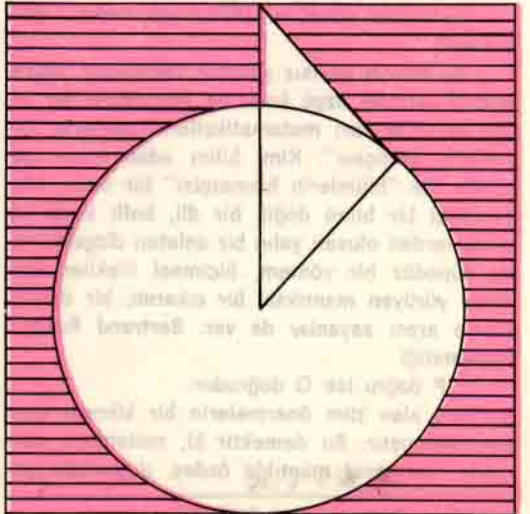
Matematik tüm soyut görünümüne karşın, bir insan uğraşdır. Bu niteliği ile yaşam zorunluklarından kaynaklandığı ileri sürülebilir. Nitekim sayma dışındaki hesaplamaların ilk belirdiği eski uygarlıklara baktığımızda bu savın geçerliğini kolayca görmekteyiz. "Geometri" sözü "yer ölçümü" anlamına gelir. Nil nehrinin taşmalarından sonra ekin alanlarının yeniden belirlenmesi ihtiyacından doğmuştur. Aynı şekilde Babililer de, nehir taşmalarını önleme, sulama, bataklık kurutmada, özellikle kendilerine ün sağlayan görkemli yapı ve tapınakları gerçekleştirmede geometriye, ticaret etkinliklerini yürütmeye aritmetik işlemlere başvurmak zorunda idiler. Tarımsal etkinlikler kullanışlı bir takvimin geliştirilmesine, mal takası belli ölçülerin birim olarak kullanılmasına yol açmıştır. Gerçi ölçme ve basit hesaplamalara dayanan bu ilk gelişmeler pratik nitelikte idi; ama zamanla bu bilgilerin pratik bağlamlar dışında ele alınması, öğretilmesi, bir ölçüde genel ve soyut bir karakter kazanması kaçınılmazdı. Nitekim hem Babil'de hem de Mısır'da matematiğin ihtiyaçları çok aşan bir düzeye ulaştığını biliyoruz. Bununla birlikte Grek uygarlığı öncesi dönemdeki matematiğin belirgin özelliği empirik nitelikte olması idi. Ulaşılan sonuçlar çoğunlukla deneme ve yanılma yönteminin ürünü olmaktan ileri geçmiyor, genellemeler indüktif akıl yürütmeye dayanıyordu. Matematiğe bilimsel nitelik veren İspat kavramının, dolayısıyla dedüktif çıkarım düşüncesinin ortaya çıkması Grek uygarlığını bekler.

Grek matematiğinin Mısır ve Babil kaynaklarından etkilendiği bilinmekle birlikte\* bunun ölçüsü ve kapsamı tam belirlenmiş değildir. Ancak kolayca yansınamiyacak bir nokta şu ki, Grek'ler, kendilerinden önceki gelişmelere borçları ne olursa olsun, matematiğe, empirik aritmetik ve yer ölçümü ötesinde, yepyeni bir nitelik kazandırmışlardır. Deyim yerinde ise, matematik Grek'lerin elinde bir dönüşüme uğramış,

(\*) Proclus'a göre geometrinin Grek dünyasına girişi antik dünyanın "yedii akıllı adam"ndan biri olan Milet'li Tales'in bir süre Mısır'da dolaştıktan sonra ülkesine dönmesiyle olur. Tales'in ispatladığı teoremler arasında özellikle şunlar sayılır: (1) İkizkenar bir üçgenin taban açıları eşittir. (2) Yarım daire içine çizilmiş bir açı dik açıdır. (Bu önermeyi Babil'ler Tales'den 1400 yıl önce, yani İ.Ö. 2000 yıllarında bilmekteydiler) (3) Daireyi herhangi bir çapı ikiye böler. (4) Birbiriyle kesişen iki doğrunun oluşturduğu ters açılar eşittir. Pitagoras'ın da bir süre Mısır ve Babil'de kaldığı bilinmektedir.

empirik deneyimlere dayalı işlem ve kuralların ötesinde, tümüyle rasyonel düşünme ve ispata dayalı bir disiplin kimliği kazanmıştır.

Matematik İ.Ö. 600 dolaylarında ortaya çıkan sonraki 300 yıl boyunca işlenerek mantıksal yetkinliğe ulaşan bu dönüşümün doyurucu bir açıklamasına rastlamamaktayız. Kimisi buna "Grek mucizesi" diyerek işin içinden çıkmak istemiş, kimisi de doğanın gizemlerini akılcı yoldan çözmeye yönelik Grek kafasının özelliği demiştir. Akla daha yakın başka bir açıklama, o dönemde Grek doğa felsefesinin eriştiği tartışma düzeyine dikkati çekmektedir: Doğayı birtakım temel ilkelere indirgeyerek açıklamaya yönelik bu felsefe spekülâtif nitelikte idi, ama sorumsuz değildi: oluşturduğu soyut kavram ve varsayımları zorunlu sonuçlarına giderek temellendirme çabasını içeriyordu. Öte yandan Sokrates ve özellikle Sofistlerin elinde gelişen diyalektik de bir tür ispatlama yöntemi idi. Bu ortamda gözlemsel kanıtlama yerine matematiğin özünü oluşturan akıl yürütmeye dayalı ispat yönteminin egemen olması doğaldı. Nitekim Thales'den başlayarak doğruluğu empirik ölçmelerle bilinen kimi geometrik önermelerin ispatlandığını, geometrinin giderek mantıksal bir yapı kazandığını, sonunda Euclid'in ünlü yapıtı **Elementler**'de aksiyometik bir kimlikle ortaya çıktığını görmekteyiz. Euclid'den bir kuşak önce Aristoteles bu gelişmeyi şöyle açıklıyordu: "Öğretilen ya da edinilen tüm bilgiler daha önce var olan bilgilere dayanır. Gözlemlerimiz bunun, başta matematik olmak üzere tüm bilimlerde



böyle olduğunu göstermektedir. İspatlayıcı bilim, doğruluğu apaçık ilkelere, yani onlara dayanarak ulaşıcağımız sonuçlardan daha iyi bilinen ilkelere kalkması bilgi kavramının bize yüklediği bir zorunluktur." (2). Aristoteles, doğruluğu apaçık ilkeleri yok sayarak ispatı olanaksız sayan empirisist filozofların polemiklerine karşı çıktığı gibi, Eleatik göreceliği benimsemiş eleştiricilere de karşı çıkar. Bu sonuçlar öncül olarak kullanılan ilkelerin varlığını yadsımakla birlikte, bunların sonuçlarını, göreceli sayarak, matematiği döngül bir çıkmaza itme girişiminde idiler. Aristoteles için öncülde yer alan ilkeler **ispatlanamaz** nitelikte doğrulardır. Onun şu sözlerinde Euclid'i önelediğini görmekteyiz. "İspatlayıcı her bilim, ispatlanamayan ilkelere kalkmak zorundadır; yoksa ispat zinciri sonsuza dek uzar. İspatlanamayan bu ilkelere bir bölümü tüm bilimler için ortak (Euclid bunlara daha sonra "Aksiyon" der.) öteki bir bölümü ise her bilime göre değişen, konuya özgü, (Euclid bunlara "Postulat" der) ilkelere dir.

Matematiğin belli bir dönemdeki gelişmesi üzerinde verdiğimiz bu kısa açıklama konuya bir ölçüde ışık tutmaktadır: Empirik bir bilgi olarak başlayan matematiğin belli bir aşamada ispat kavramını oluşturarak teorik bir kimlik kazandığını görmekteyiz. Ne var ki, bu oluşumu tümüyle matematiğe özgü saymak yanlıştır. Başta fizik olmak üzere kimi doğa bilimlerinin de benzer bir çizgi izleyerek giderek teorik düzeyde dedüktif bir yapı oluşturdukları, ya da bu amaçla yönelindikleri gözden kaçmamaktadır. Tarihsel gelişimlerdeki bu benzerliğe karşın, matematiksel disiplinlerle doğa bilimlerini bir tutmaya olanak var mıdır? Hatta matematiğe, sözcüğünden anlamıyla "bilim" diyebilir miyiz?

Bilimsel bir araştırma alanını, teolojik, metafizik türden düşünce dizgelerinden ayıran başlıca özelliği, yeterli kanıt göstermeden hiç bir önerme, sav ya da yargıyı doğru saymamasıdır. Bilindiği gibi fizik, biyoloji ve davranış bilimlerinde kanıtı gözlem ya da deney sonuçları sağlar; bu alanlardaki teorilerin doğruluğu, o teorilerin içerdiği öndeyi (kestirim) niteliğindeki birtakım sonuçların gözlem ya da deney verilerine uygun düşmesiyle belirlenir. Olguların doğrulamadığı bir teori ya da hipotez, akla ne denli yakın görünürse görünsün, geçerliğini koruyamaz; yerini er geç başka bir teoriye bırakmak zorundadır. Bilimlerde ilerlemenin, giderek daha kapsamlı ve doyurucu açıklamalara ulaşmanın düzeneği işte bu teori-olgu ilişkisinde yatmaktadır. Matematik için de aynı şeyi söyleyebilir miyiz?



## KUTUPTAKİ HALKA

Kuzey Fecri'nin ilk resmi, Kuzey Kutbu'nun 14.000 mil yukarısından NASA'nın Dynamics Explorer uydusu tarafından çekildi. Resmin sol üstünde yer yüzünün güneş ışığı alan bölümü görülüyor. Sağ alttaki karanlık bölümde ise, Dünyanın manyetik kutbu üzerinde, kuzey ışıkları ile çevrelenmiş bir halka görülüyor. Halkanın alt kısmındaki açık renk, güçlü fecir olaylarını belirliyor. Fecir olayları, Güneşten, dünya manyetik alanı çizgilerini izleyerek gelen ve kutup üzerinde birbirlerine yaklaşarak bir bant oluşturan elektron akıntılarında kaynaklanır. Moleküller, atmosfer içinde dökülürken donuk, kırılgan bir renk oluşturarak parıldarlar.

Örneğin olgusal verilere ters düşen bir teoremi yanlış sayabilir miyiz? Daha genel bir soruyla, matematiksel önermelerin doğruluk ölçütü nedir?

Bu soru bizi matematiksel düşünmenin yapısı ve yöntemini irdelemeye, bu arada bilimlerle ilişkisini açıklamaya götürmektedir. Gelecek yazımızda bunu yapmaya çalışırken özellikle şu iki nokta üzerinde duracağız: (1) Matematiksel önermelerin niteliği, (2) Matematiğin bilimdeki yeri.

1 — B. Russell, *Mysticism and Logic*, s. 75

2 — Bkz. Enriques, F., *The Historic Development of Logic*, s. 15.