Açıyı üçe bölme, daha doğrusu açıyı eş üç açıya bölme problemi eski Yunanlılardan (M.Ö. V. yüzyıldan) günümüze ulaşmış olan ünlü dört problemden biridir.

AÇIYI ÜÇE BÖLME

Hüseyin DEMİR
ODTÜ

Bu bir çizim problemidir ve çizimi yapmak için de alet gereklidir. Bir çizim probleminde kullanılacak alet (ler) belirtilmediğinde, problemden söz edilemeyeceği açık olup eğer alet takımı olarak cetvel ve pergeli seçmişsek adı geçen problemin ifadesi şu olur: Cetvel v pergelle açıyı üçe bölme. Ancak burada cetvel ve pergel aletlerine açıklık getirmeliyiz.

Cetvelin iki kenarı da kullanılacak mıdır, yani aralıkları belli paralel doğrular çizmeğe de izin var mı? Sadece bir kenar kullanılacaksa cetvelin üzerinde bulunabilen taksimattan yararlanmaya, yani cetvelle uzunluklar taşımaya, ve cetvel T cetveli ise bununla ayrıca birbirine dik doğrular çizmeğe izin varmı?

Şimdi bu tür cetvelleri birer işaretle belirtelim:

C_1 : Adi cetvel (sadece bir kenarıyla doğrular çizmeğe yarayan taksimatsız cetvel),

C_1 : Taksimatlı C_1 cetveli,

C_2 : iki kenarı da kullanılan taksimat sız cetvel,

C_2 : Taksimatlı C_2 cetveli,

T : T cetveli (doğrular, dik ve paralel doğrular çizmeye yararlı cetvel).

Bunun gibi pergeller için şu işaretleri benimseyelim:

P: Adi pergel (istenilen merkez ve yarıçapta çemberler ve çember yayları çizmeye yarayan alet)

P_r : Paslı pergel (sadece yarıçapı r olan eş çemberler çizen alet).

Eğer alet takımı olarak C_1 ve P'yi seçecek olursak adı geçen problemin kesin ifadesi şu olur: Adi cetvel ve adi pergelle bir açıyı üçe bölme.

Bir çizim problemin çözülebilir ya da çözülmez oluşu alet takımının bu problem için yeterli ya da yetersiz olması anlamındadır. Bir alet takımıyla çözülemeyen -çözülmezliği ispatlanmış olan- bir problem, daha güçlü bir alet takımıyla pekala çözülebilir. Bunun gibi, bir alet takımıyla çözülebilen bir problem ise yetersiz bir alet takımıyla çözülemiyebilir.

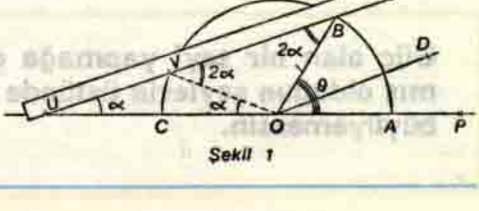
Örneğin adi cetvel ve adi pergelle herhangi bir açıyı üçe bölme probleminin çözülemezliği, yani bu iki aletin bu problem için yetersizliği geçen yüzyılın ikinci yarısında, o da ancak analiz ve yüksek cebirin elemanter olmayan kısımlarının kullanılmasıyla ispatnabilmiştir.

Oysa aynı problemin C_1 ve P ile çözülebileceği ARCHIMEDES'çe (-287, -212) bilinmekte idi. Bu ünlü matematikçinin çözümünü aşağıda veriyoruz:

Üçe bölünecek herhangi bir acı < POQ olsun (Ş kil 1). Cetvelimizin üzerinde U ve V gibi iki nokta işaretlenmiş olsun.

1. Pergelimizle O merkez ve UV yarıçaplı çemberi çizelim. Bu çember OP doğrusunu A ve C noktalarında ve OQ ışının B de kessin,

2. Cetvel, B den geçmek, U noktası OA ve V noktası çember üzerinde bulunmak üzere yerleştirilsin.



Şekil 1

Bu durumda $\triangle VUO$ ikizkenar bir üçgen olup taban açıları α ise, ikizkenar $\triangle OBV$ üçgeninkiler 2α olur ve $\Theta = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$, yani $\alpha = \Theta/3$ bulunur. O halde O noktasından UV doğrusuna çizilen paralel OD doğrusu $<POQ$ açısını üçe böler.

Yukarıda kesin ifadesini vermiş olduğumuz açıyı üçe bölme probleminin adi cetvel ve adi pergelle çözülemeyeceğinin ispat edilmiş olduğunu hatırlatarak, bu problem için verilmiş ya da bundan sonra verilecek her çözümün (!) yanlış olduğunu kesinlikle bilmek gereklidir. Böyle bir çözüm ancak açıyı yaklaşık olarak üçe bölme için bir çizim olarak değerlendirilebilir.

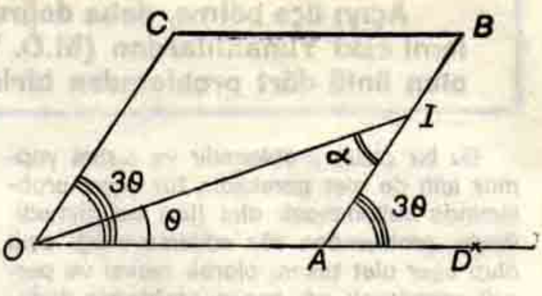
Zaman zaman böyle çözümler (!), değerlendirilmek üzere, TÜBİTAK'a sunulmakta ve sonra bize ulaşmaktadır. Üniversitede verdiğimiz Geometrik Çizimler adlı derste bu çizimleri alıştırma olarak öğrencilere vermekte ve bunların yanlışlığını göstermelerini öğrencilerden istemekteyiz.

Bir örnek olmak üzere bir lise öğrencisinin aşağıdaki çözümünü ele alıp yanlışlığını ispatlayalım:

OABC bir eşkenar dörtgen ve (AB) kenarının orta noktası I ise 0I doğrusu $<AOC$ açısını üçe böler (!)

Bu önermenin yanlışlığı kolayca şöyle gösterilebilir:

$\sphericalangle AOI = \theta$ ve $\sphericalangle AOC = 3\theta$ $(0 < \pi)$ olduğunu kabul ederek (Şekil 2) bir çelişmeye varalım.



Şekil 2

$\sphericalangle DAI = 3\theta$, $\alpha = 3\theta - \theta = 2\theta$

olup $\triangle IOA$ üçgenine sinüs teoremini uyguladığımızda

$$\frac{\sin 2\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1}, \ (|OA| = 2\ |AI|)$$

elde edilir ki buradan

$$\sin\theta \cos\theta = \sin\theta$$

çıkar. $\sin\theta \neq 0$ nedeniyle kısıtılma yapıldığında $\cos\theta = 1$ bulunur ki bu, imkânsızdır.

Konuya ilgi duyan kişiler kayak olarak aşağıda verdiğimiz değerli kitaba başvurabilirler:

KAYNAK

KUTUZOV, B.V., Geometri, Türk Matematik Derneği Yayınları, Cilt 1 (No. 19). İstanbul, 1963, ss. 97 - 118.

SUDA ERİYEN METAL

(Baştarafı Sayfa 21'de)

Bir kalıp yapımcısı, enjeksiyon kalıbının içine bu malzemeden oluşmuş bir parçayı koyup, etrafına plastik enjeksiyon ettikten sonra istenilen biçim ortaya çıkınca, merkezdeki şekli yıkayıp ortadan kaldırmayı ve böylece, hiç bir teknik ile kalıplanmıyacak düzensiz bir şeklin elde edilmesini tasarlamaktadır. Suudi Arabistan'daki bir şirket, petrol kuyularında yapılan onarımları korumak için bu malzemeden yapılmış bir örtüyü kullanmaktadır. Onarım bittiğinde bu örtü kolayca çözünmektedir. Hayal edebileceğimizden çok daha fazla böyle çeşitli kullanım alanları önerilerini almış bulunmaktayız." Fakat hiç kimse bu metalden bir uzay gemisi yapımını önermedi. En azından şimdiye kadar.

Science 81'den

Çev: Feridun Görgülü

Güç olan bir şeyi yapmağa çalış, bu sana iyi gelecektir. Yapmış olduğun şeylerin üstünde bir şey yapmadıkça hiç bir zaman büyüyemezsin.

Ronald E. Osborn