TÜBİTAK

1997

Bilim Ödülü

Prof. Dr. Ayşe Erzan

"İstatistiksel fizik alanında özellikle dengeden uzak dinamik sistemlerde hal değişimleri ve kritik üstler, nonlineer dinamik sistemlerin geometrik yapıları, türbülansın geometrisi konularında uluslararası düzeyde üstün nitelikli çalışmaları" nedeniyle Bilim Ödülü verilmiştir."

1949 yılında Ankara'da doğan Dr. Erzan, 1970 yılında Bryn Mawr College'dan (ABD) mezun olmuş, 1976 yılında State University of New York at Stony Brook'da Doktora derecesi almış, İstanbul Teknik Üniversitesi'nde 1990 yılında Doçentliğe, 1996 yılında Profesörlüğe yükselmiştir.

1977-1981 yılları arasında İstanbul Teknik Üniversitesi'nde 1981-1982 yıllarında Cenevre Üniversitesinde, 1982-1985 yılları arasında Porto Üniversitesi'nde 1985-1987 yılları arasında Marburg Üniversitesi'nde, 1987-1990 yılları arasında Groningen Üniversitesi'nde çalışmalarda bulunan Prof. Dr. Erzan, 1990 yılından bu yana İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Bölümü'nde ve şu anda ek olarak, TÜBİTAK Temel Bilimler Araştırma Enstitüsü'nde görev yapmaktadır.

"Physical Review Letters", "Physics Letters A", "Physical Review (A,B,E)", "Europhysics Letters", "Journal of Colloids and Interface Science", "Zeitschrift für Physik-B" adlı bilimsel dergilere hakemlik yapan Prof. Dr. Erzan, IUPAP İstatistik Fizik Komitesi üyesi olarak görev yapmaktadır ve Türkiye Bilimler Akademisi Asli Üyesi'dir.

Prof. Dr. Ayşe Erzan'ın Uluslararası Science Citation Index'ce taranan hakemli dergilerde çıkmış 25 yayını vardır ve bu yayınlara, Mayıs 1997 itibarıyla 354 atıf yapılmıştır.

Doğada Fraktallar

İstatiksel fizik, çok cisimli sistemlerin makroskopik davranışlarını inceleyen bir bilim dalı. Bir litre suda üç aşağı beş yukarı 10^{25} (yani on milyon kere milyar kere milyar) su molekülü bulunduğunu düşünecek olursak, herhangi sıcaklık ve basınç altında bunların nasıl olup da şaşmaz bir doğrulukla hep o sıcaklık ve basınç değerlerine karşı gelen büyüklükte bir hacmi doldurduklarını hiç merak ettiniz mi? Maddenin farklı sıcaklıklar farklı basınçlarda hacminin ufalıp büyüyeceğini hepimiz biliriz. Termodinamik dediğimiz bilim dalı, sıcaklık, basınç ve hacim gibi laboratuvarda, atelyede ya da kazan dairesinde ölçebileceğimiz "makroskopik" niceliklerin birbirleri ile bağıntılarını inceler. Bu büyüklükler, yeri geldiğinde, basınç, sıcaklık ve hacim yerine, örneğin sıcaklık ve mıknatıslanma, yahut yüzey gerilimi, veya dielektrik sabiti de olabilir.

İstatistiksel fizik, termodinamiğin mikroskopik teorisi. Atom ve moleküllerin davranışları hakkında bildiklerimizden yola çıkarak, basınç, sıcaklık, mıknatıslanma gibi büyüklükleri ve bunların birbirleri ile ilişkilerini hesaplamaya çalışıyoruz. Ve şaşılası şey, bu çok yüksek sayıda, çok hızla değişen bilinmezin -örneğin suyun içindeki moleküllerin yerleri ve hızlarının- teker teker ne yaptıklarını söyleyemememize rağmen, bunların, hiç olmazsa sistem sabit koşullarda durulup dengeye geldikten sonra, nasıl olasılık dağılımlarına tabi olduklarını çıkarsayabiliyoruz. Sıcaklık, basınç vb. büyüklükleri bu olasılık dağılımlarına göre aldığımız ortalamalardan yola çıkarak tanımlıyoruz. Sıcaklık denen şeyin, sürekli hareket halinde olan atom ve moleküllerin ortalama kinetik enerjileri ile orantılı olduğunu anlıyoruz. Ve sahiden de, denge durumunda, geminin kazan dairesinde ya da fabrikanın kontrol panelinde olduğu gibi, olsa olsa gözle görülemeyecek kadar küçük sapmalar dışında, bu büyüklüklerin tamamı ile kestirilebilir olduğunu gösterebiliyoruz. Hatta, bu olası küçük sapmaların istatistiksel dağılımını da hesaplayabiliyoruz.

İstatistiksel fizik, termodinamikten bir adım daha öteye gidip, örneğin, "sıvının içinde, herhangi bir molekülün çevresinde, diğer moleküller ortalama olarak nasıl dağılıyorlar?" gibi mikroskopik sorulara da yanıt arayabiliyor. Bu, "geleneksel istatistik mekaniğin," özellikle 1940'lardan 1960'lara kadar uğraştığı en önemli sorulardan bir tanesi. Tek bir molekülün civarına mikroskopik ölçekte baktığınız zaman gözlemlenen ortalama yoğunluk, o moleküle ne mesafede olduğumuza bağlı olarak, makroskopik yoğunluktan daha düşük, sonra daha yüksek vb. olup, bizim molekülden uzaklaşıldıkça, nihayet ortalama makroskopik yoğunluğa ulaşıyor. Hangi mesafeden itibaren bu mikroskopik detayın kaybolup, ortalama makroskopik yoğunluğa ulaşıldığına bir isim verecek olursak, bu uzunluğa "korelasyon uzunluğu" demek mümkün. "Korelasyon uzunluğu," genelde, maddenin içinde ortalama değerler etrafındaki dalgalanmaların, ne büyüklükte bölgelerde gerçekleşebileceğini söylüyor bize.

İstatistiksel fiziğin en heyecan verici konularından biri "hal değişimleri" yani erime, donma, buharlaşma diye bildiğimiz süreçler. Bunların dışında da bir sürü hal değişimi var. Örneğin, demirin yeterince yüksek sıcaklıkta mıknatıslığını kaybetmesi ya da örneğin bazı alaşımların, belli bir sıcaklığın altında bileşenlerine ayrılmaları gibi. Bunların ortak yanı, sıcaklık gibi "makroskopik" bir parametrenin sürekli bir biçimde değiştirilmesi sonucu, birden bire sistemde niteliksel bir değişikliğin ortaya çıkışı. Bu değişiklik, ani bir sıçrama biçiminde olduğunda (örneğin atmosferik basınç altında sıfır sıcaklıkta (°C) buzun özgül hacmi ile suyunki arasında ortaya çıkan fark gibi) "birinci dereceden" bir hal değişiminden söz ediyoruz. Sıcaklığın yükseltilmesi sonucu mıknatıslığın kaybolması ise sürekli bir biçimde oluyor ve bu tip hal değişimlerine "ikinci dereceden" diyoruz.

Şekil 2. Suyun kilin içine sızarken oluşturduğu izler (Guyon & Stanley, a.g.e)

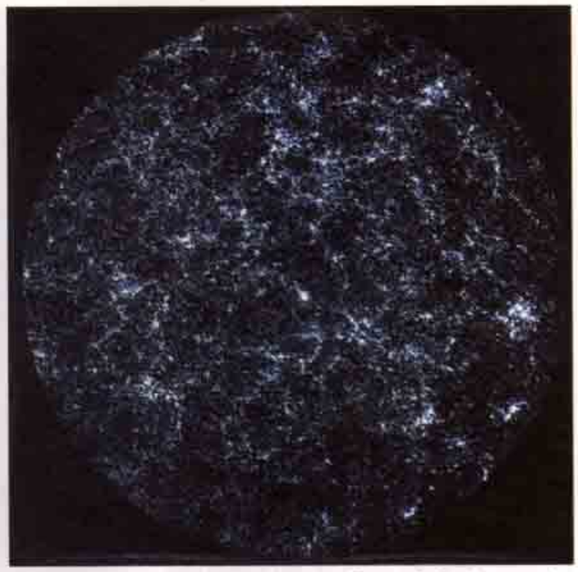
Şekil 4. bir yalıtkan olan Pyrex'de dielektrik delinmesinin laboratuvarda görüntülenmesi. (E. Guyon, H.E. Stanley, Fractal Forms, 1990; Yazarlarının izniyle).

İşte bu ikinci dereceden hal değişimi noktası ya da "kritik nokta" özel bir ilgi alanı oluşturuyor. Tarihsel olarak baktığımızda, 1960'ların sonuna doğru bu nokta civarında deneylerin ve onları yorumlayabilmek için yapılan teorik çalışmaların yoğunlaştığını görüyoruz.[1]

Eğer manyetik bir sistemden söz ediyorsak, kritik sıcaklık civarında sistemin mıknatıslanmasını mikroskopik düzeyde ölçmeye kalktığımızda, ortalama değer (bu durumda sıfır) etrafında çok büyük sapmalar (örneğin kristalin kolay mıknatıslanma ekseni doğrultusunda veya ona antiparalel olmak üzere, hem pozitif hem negatif değerler) gözlemeye başlıyoruz. Üstelik, bu sapmalar keyfi büyüklükte bölgelerde gözlemlenebiliyor! Bunun ilginç yanı şu: Birincisi, sistemin yapısında hiçbir şey bunu öngörmezken, kendiliğinden sürekli değişen keyfi büyüklükteki bölgelerin birbirinden farklı davrandığını, kolay mıknatıslanma eksenine paralel ya da antiparalel olma simetrisinin kendiliğinden bozulduğunu görüyoruz. İkincisi, bu simetri bozunumunun her ölçekte gerçekleşmesi. Sistemin içinde "tipik" bir ölçekten söz etmemiz bu nokta civarında mümkün olmaktan çıkıyor. Başka bir deyişle, korelasyon uzunluğu ıraksıyor! Bu ıraksama, doygunluk ya da sıkıştırılabilirlik gibi bazı termodinamik büyüklüklerin de bu nokta etrafında ıraksamalarına neden oluyor. Ama benim bu makalede anlatmak istediğim konu bu değil. Beni burada ilgilendiren, bu nokta civarında gözlenen dalgalanmaların tipik bir ölçeğinin olmaması yani sistemin "ölçek

Şeki 3. Çatlayan kurumuş toprak. a) Gerçek bir fotoğraf, b) Bir bilgisayar benzeştirmesi (simulasyonu). (Guyon & Stanley, a.g.e)

Şekil 4. Bir baraj gölünün uçaktan çekilmiş fotoğrafı (Çelen Birkan'dan)



Şekil 5. Evrende galaksilerin dağılımı. (Guyon & Stanley, a.g.e)

değişimi altında kendi kendine benzemesi."

"Ölçek değişimi altında envaryans" (değişmezlik) tabir edilen bu "ölçek değişimi altında kendi kendine benzeme"den düpedüz şunu kastediyoruz: Eğer yukarıda örnek verdiğimiz manyetik sistemin mikroskopik bir resmini çekebilsek ve kolay eksen boyunca (pozitif) mıknatıslanan bölgeleri siyah, ters doğrultuda mıknatıslanan bölgeleri beyaz ile göstersek, elde edeceğimiz desenler, resmi hangi ölçekte büyülttüğümüzden istatistiksel anlamda bağımsız olacaklar!

Kritik noktada, korelasyon uzunluğunun ıraksamasının bir diğer sonucu, problemin içindeki "bilinmeyen"lerin sayısının sonsuza gitmesi ve bu nedenle "alan teorisi"nin tüm ileri tekniklerinden yararlanma gereğinin ortaya çıkması. Bir başka deyişle, ortalama yoğunluk etrafındaki dalgalanmaların keyfi büyüklükte bölgelerde gerçekleşiyor olmasından dolayı, bu "ortalama yoğunluk" kavramının yararlılığını yitirmesi.

İstatistiksel fizik, günümüzde teorik fiziğin içinde önemli bir yer kaplıyor. Son otuz yıl içinde istatistiksel fiziğin bir çeşit patlama yaşadığını söylemek mümkün. Bunda, 1970'lerde yüksek enerji fiziği ile bu ortaklık noktasında yakalanan teorik ivmenin çok büyük payı var. Kritik nokta civarında, ortalama yoğunluklar etrafındaki dalgalanmaların dağılımlarını anlamamıza yardım eden renormalizasyon grubu teorisi, 1971 yılında Ken Wilson tarafından ortaya atıldı [2] ve ondan sonraki on yıl içinde zamandan bağımsız, denge durumunda kritik davranışlar esas olarak çözüldü. Renormalizasyon grubu sayesinde, uzayın iki farklı noktasındaki yoğunlukların (sistemine göre parçacık yoğunluğu ya da mıknatıslanma olabilir), birbirlerine olan bağımlılıklarının, bu iki nokta arasındaki mesafeye bağlı olarak nasıl azalması gerektiğini de hesaplayabilir hale geldik. İkinci dereceden hal değişimi sırasında bu bağımlılık (ya da "korelasyon") mesafenin ters bir kuvveti ile, yani $1/r^a$ gibi, azalmakta. Bu kuvvetin (ki buna bir "kritik üstel" deniyor) ne olduğunu boyutsal analizden kestirmek mümkün olmuyor, ama renormalizasyon grubu sayesinde "a"nın değerini hesaplayabiliyoruz.

Şimdi sıra, denge durumundan uzak sistemlerde ortaya çıkan "ölçek envaryant" davranışın anlaşılmasında. Bilinen bir gerçek, enerji ya da kütle gibi, korunan bir büyüklüğün dışardan sürekli pompalanarak sistemin denge durumundan uzakta tutulduğu bazı durumlarda, ölçek envaryant oluşumların kendiliğinden ortaya çıkabildiği. Buna birçok örnek vermek mümkün. Benim üzerinde çalıştığım problemler esas olarak bu tür sistemlerle ilgili.

Hemen akla gelen bazı olaylar şunlar: Bulutlar; geniş alanlara yayılı nehir yataklarından, ayranın sürahinin kenarından süzülürken bıraktığı izlere kadar pek çok drenaj şebekesi; şimşek (dielektrik delinme), killi toprağın içine sızan suyun bıraktığı izler, bakteri kolonileri, sinir ağları ve bunun gibi birçok biyolojik oluşum. (Şekil 1-5)

Ölçek envaryant, girift geometrik şekillere, Mandelbrot'un [3] yakıştırmış olduğu "fraktal" terimi, bu tür oluşumları betimliyor. Fraktal bir şekil çizmek için, bir eğri ya da bir düzlem parçasını daha küçük ölçekte, ama yine aslına benzeyen parçalara ayırıp, tekrar bir araya getirmek ve bu basit kuralı bir çok kez yinelemek yetiyor (Şekil 6). Ancak, "kes-yapıştır" yöntemi ile elde edilen bu şekiller, bize doğadaki benzerlerinin nasıl oluştukları hakkında en ufak bir ipucu vermiyorlar!

Fraktal şekle ait olan noktaların tümüne bir "fraktal küme" diyelim. Fraktal kümelerin bir özelliği, "bu kümeye dahil herhangi nokta civarında, bu noktaların yoğunluğu nasıl değişiyor?" diye sorduğumuzda, yani fraktal kümenin korelasyon fonksiyonunu hesapladığımızda, bu fonksiyonun yine iki nokta arasındaki mesafenin bir ters kuvveti biçiminde azalması. Bu ters kuvvete "fraktal boyut" demek mümkün. Tahmin edilebileceği üzere, ikinci dereceden hal değişimi civarında termodinamik sistemin içindeki yoğunluk dalgalanmaları da fraktal bir küme üzerinde gerçekleşiyorlar.

Şimdi, problemimizi şöyle tanımlayabiliriz:

1) Doğal bir süreç ortaya fraktal şekillerin çıkmasına neden oluyorsa, yani bir çeşit "kendiliğinden ölçek

envaryansı" gösteriyorsa, bu sürecin matematiksel bir modelini yapmak,

2) Bu model çerçevesinde, fraktal şekillerin "nasıl" oluştuğunu anlamak

3) Modelden yola çıkarak, en azından bu şekli karakterize eden fraktal boyutu hesaplayabilmek.

Groningen Üniversitesi'nde Luciano Pietronero ve doktora öğrencisi Carl Evertsz ile 1987'de başlamış ve 1995'te Review of Modern Physics'te çıkan makalemizde [4] bir araya toplanmış olan çalışmamızda, pek çok birbirinden farklı doğal süreci modelleyen bir matematiksel kurallar dizgesi için istatistiksel dağılımlar inşa etmemiz ve buradan yola çıkarak kritik üstelleri (ya da fraktal boyutları) hesaplamamız mümkün oldu. Yukarıda vermiş olduğum örneklerden, şimşek (Şekil 7) Laplace denklemini sağlayan bir alanın (elektrostatik alan gibi) rol oynadığı bu tür denge dışı süreçlere, yani "Laplace büyüme modelleri'ne, Şekil 11 bir örnek teşkil ediyor. Ama bununla kalmıyor, elektrokimyasal kaplama, biolojik büyüme (Şekil 8), hatta bazı tür çatlak ötelenmesi (Şekil 9) problemleri de aynı matematiksel kurallarla betimlenebiliyorlar.

Saydığım şekillerin bir ortak özelliği de, her ne kadar belli bir süreç sonucunda ortaya çıkan şekiller büyük ölçüde birbirlerine benziyorlarsa da, her birinin gelişigüzel olması; yani burada da istatistiksel yöntemlerin gerekliliği. Ama denge durumundaki termodinamik sistemler için geliştirmiş olduğumuz yöntemler burada bize yardımcı olmuyorlar. Oluşan şekillerin nasıl bir istatistiksel dağılıma tabi olduklarını bulmak, fraktal boyutun nasıl hesaplanması gerektiğini anlayabilmek için gerekli ilk adımı oluşturuyor. Ayrıca, ikinci dereceden hal değişimleri için kritik üstelleri hesaplamamıza yarayan renormalizasyon grubu yöntemlerini burada kullanmamız da her zaman mümkün olmuyor. Renormalizasyon grubu, sonlu bir bölge içindeki bilinmeyenlerin bir çeşit ortalamasının ya da izdüşümünün tek bir bilinmeyene indirgenmesi ve bu yeni bilinmeyenlerin tabi oldukları istatistiksel dağılımın, eskisi cinsinden bulunmasına dayalı bir yöntem. Halbuki, bizim ilgilendiğimiz fraktal oluşum süreçlerinde, sınırlı bir bölge içindeki oluşumun bile, çok uzaklardaki yoğunluk dalgalanmalarından etkilenmesi, böylece, renormalizasyon grubu yaklaşımındaki izdüşümünün, herhangi sonlu bölge için gerçekleştirilememesi söz konusu. Bu noktayı açıklığa kavuşturmak, ne yapılması gerektiğini anlayabilmemiz için önemli bir adım teşkil etti.

Şekil 6. Her üçgenin birbirine eşit dört üçgene ayrılması ve ortadakinin atılması kuralının tekrar tekrar uygulanması sonucunda elde edilen "Serpinsky jontası".

Laplace büyüme modelinin hem determinist, hem de gelişigüzel bir tarafı var. Modeli tanımlamak için Şekil 10'da görülen örgüden yararlanacağım. Her ne kadar uzay sürekli ise de, sanki uzayın her noktası aynı değilmiş de, ancak bir örgünün köşelerine rastalayan noktalar sayılıyormuş gibi yapalım. Tek bir örgü noktasında, topraklanmış (sıfır elektrostatik potansiyelde tutulan) bir elektrodumuz olsun. Bu noktayı çok büyük yarıçapla saran bir çemberin üzerinde de, elektrik potansiyelin sabit bir değerde (mesela 1) tutulduğunu düşünelim. İki elektrod arasında örgünün dielektrik (yani yalıtkan) olduğunu, ama yerel olarak barındırdığı düzensizlik, katkı maddeleri vs gibi nedenlerden, iki nokta arasında oluşan potansiyel farkının değeriyle orantılı bir olasılıkla, birdenbire ilet-

Şekil 7. Yıldırım düşmesi, dielektrik delinmenin bir örneği.

Şekil 8. Bir petri çanağında büyütülen bakteriler. Bakteriler, besleyici şeker çözeltisinin yoğunluğunun en hızla arttığı doğrultuda en büyük olasılıkla büyüyorlar. Sisteme şeker, bakterilerden uzak olan taraftan besleniyor, bakteriler tarafından tüketiliyor. Solüsyonun şeker yoğunluğu, elektrostatik problemde olduğu gibi Laplace denklemini (zamandan bağımsız "ısı denklemi") doğruluyor. Büyüme hızının, şeker dağılımının her adımda kararlı duruma gelmesine izin verecek kadar yavaş olduğunu varsayıyoruz. (Shu Matsura ve Sasuke Miyazima'ya teşekkürlerimle)

ken hale gelebileceğini farzediyoruz. Şimdi topraklanmış elektroddan, herhangi doğrultuda (başlangıçta tüm komşu noktaların arasında bir simetri olduğu açık) bir dielektrik delinme olsun. Bu, başlangıç noktasına ek olarak, yeni komşu noktayı da sıfır potansiyele getiriyor. Üzerlerine binen gerilimle orantılı bir olasılıkla iletken hale gelen kenarlar aracılığı ile topraklanmış elektroda bağlı olan tüm noktaları, sıfır potansiyelde kabul edeceğiz. Böylece şimdi elimizde bir "hareketli sınır" problemi oluşuyor: Zamanı da birbirine eşit aralıklara bölüp, her bir zaman aralığında tek bir dielektrik delinme olayının yaşanacağını söylersek, modelimizi işletmek için şu işlemleri yapmamız gerektiği ortaya çıkıyor:

1. Sıfır potansiyeldeki noktalarla, dış çember arasında kalan bölgede, elektrostatik potansiyelin (Φ) her noktada sahip olduğu değeri bize veren Laplace denklemini ($\nabla^2\Phi=0$) çöz.

2. Bu çözüme bakarak sıfır potansiyeldeki kümeye komşu noktalarda oluşan gerilimi hesapla.

3. Bu gerilimlere orantılı bir olasılıkla, komşu noktalardan birini, gelişigüzel olarak seç, ve bu doğrultuda delinme olduğunu söyleyerek, sıfır potansileydeki kümeye kat.

4. Başa dön!

Tanımlanması bu kadar basit olan Laplace büyüme modelinin bilgisayarda gerçekleştirilmesi mümkün ve Şekil 11'de bu yöntemle büyütülmüş

Şekil 9. Çelik bir levhanın yapımı sırasında oluşan çatlak. (Guyon &Stanley, a.g.e)

bir kümenin resmini görüyorsunuz. Kümeye en son katılmış olan noktalar kırmızı, en evvel katılmış noktalar mavi olarak kodlanmış. Böylece, büyümenin, kümenin uçlarına yakın gerçekleştiğini görüyorsunuz. Zeminde görülen koyulu açıklı bantlar ise eş potansiyel eğrilerine karşı geliyorlar.

İşte bu modelde, nasıl olup da kendiliğinden bu çatallı kümelerin ortaya çıktığını anlayabilmek için, elektrostatik perdeleme denilen olayı anlamak gerekiyor: bir dal uzadığı zaman, onun arkasında kalan, kümeye komşu tüm noktalarda gerilim, dalın ucundan ölçülen mesafeye bağlı olarak eksponansiyel hızla düşüyor. (Eğer dielektrik delinmeyi, yani kümenin büyüme olasılığını, elektrostatik potansiyele bağlı kılmasaydık, o vakit küme tıkız bir top gibi büyürdü). Bizim Pietronero ve Evertsz'le birlikte yaptığımız, bu perdeleme sayesinde, yeterince uzun zaman beklenildiğinde bile, geride kalan noktaların dolmayacağını gösterebilmek. Ayrıca, aynı yöntemden yola çıkarak, oluşan kümenin fraktal boyutunu hesaplayabilmek. Fraktal kümenin boyutunu hesaplayabilmek için, onun ölçek envaryant olduğunu varsaydık. Böylece, yukarıda anlatılan adımların sadece örgü noktaları üzerinde değil de, her ölçekte aynı biçimde gerçekleşeceğini kabul ettik. Eğer bu doğru olmasaydı, zaten küme bu şekilde oluşuyor olmazdı. Bu kabulden sonra, dolmayan noktaların istatistiğinden yola çıkarak fraktal boyutu hesaplamak kolay (Şekil 12). Bu dağılımı ise, tipik olduğunu düşündüğümüz küme kesitleri üzerinde, Laplace denklemini çözerek, ve yukarıdaki kurallara göre küçük dallar büyüterek oluşturduk (Şekil 10).

Türbülans da, fraktal yapıların kendiliğinden ortaya çıktığı bir diğer problem.

Uydu fotoğrafları artık günlük meteoroloji raporlarının bir parçası haline geldiğine göre, Güneş'ten sürekli bir enerji akısı ile beslenen (ve bu enerjiyi yine ışınım yoluyla uzaya yitiren) dünyanın atmosferinde, girdapların nasıl kendiliğinden bir yapılıp bir bozulduğunu her gün gözlüyoruz. Çok büyük boyutlu sistemlerde, yüksek akışkanlıkta ve düşük yoğunluktaki akışkanların, büyük akış hızlarına ulaştıklarında ortaya çıkan çalkantılı akışa "türbülans" adını veriyoruz. Bir vapurun hemen arkasındaki uskur suyu da, türbülan akışın iyi bir örneği. Uskur suyunda birbiri içine geçmiş her boyutta girdabın varlığını hatırlayın. Hatta, biraz düşünürseniz, salt uskur suyunun bir fotoğrafı size gösterildiğinde ölçeğini tayin etmekte zorluk çekebileceğinizi anlarsınız.

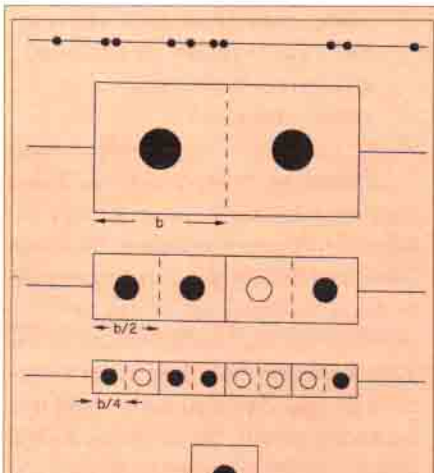
Güneşten gelen enerji akısı ya da vapurun pervanesi tarafından zorlanmakta olan akışkanda, bir noktadan sonra, "ölçek envaryant" akış motif-

Şekil 10. Laplace büyüme modeli. Siyah noktaların, topraklanmış noktaya birer dielektrik delinme olayı ile bağlı olduklarını ve böylece üzerlerindeki elektrostatik potansiyelin sıfır olduğunu kabul ediyoruz. Bunlara komşu beyaz noktalara doğru yeni delinmeler oluşabilir. Bu delinmelerin olasılığı, o noktadaki gerilimle orantılı. Resimde gösterilen küçük bir küme parçası alıp, ayrık bir Laplace işlemcisi ile beyaz noktalardaki potansiyelin değerini bulmak mümkün. Yüksek potansiyeldeki sınırın aslında çok uzakta olması gerekiyor ama k+4 seviyesindeki noktaların potansiyelini bire eşitlediğimizde, bize sadece kümeye komşu beyaz noktalardaki potansiyelin göreli değerleri gerektiğinden çok büyük bir yanlış yapmış olmuyoruz. Bu kümecik üzerinde, B doğrultusunda üç ya da daha fazla adım büyündüğünde, P noktasının boş kalma olasılığının sıfırdan farklı bir değere yakınsadığını görüyoruz. Tabii, bu yakınsama, P noktasından geçebilecek tüm büyüme senaryoları hesaba katıldıktan sonra oluyor. Bu tüm senaryolar üzerinden toplam, bir çeşit örgü üzerinde ayrık "iz entegrali"ne karşı geliyor. P gibi bir büyüme noktasının ne kadar zaman beklenirse beklensin boş kalmasının olasılığına C1 diyeceğiz. Bunun ne işe yarayacağı ise Şekil 12'nin altında anlatılıyor.

leri ortaya çıkmakta. Başka bir deyişle, sistemin korelasyon uzunluğu olağanüstü büyük; en azından, sistemin boyutlarına kadar varıyor. Öte yandan bu motifler olağanüstü karışık. Bir akış içinde, pek çok motif adeta gelişigüzel bir biçimde birbirini izliyor. İşte bu iki nedenle, türbülans problemi, ikinci dereceden hal değişimi göstermekte olan istatistik mekaniksel bir sisteme benziyor. Bu kez, "uzayın iki farklı noktasındaki hızların ortalama hızdan farkları, birbirlerine ne kadar bağımlı?" diye sorduğumuzda, tıpkı bir kritik nokta civarında olduğu gibi, bu bağımlılığın bir ters kuvvet yasası gibi azaldığını gözlemliyoruz. Ve yine, "*a*"nın değerinin salt boyutsal akıl yürütmeyle bulduğumuz değerden farklı olduğunu, yapılan ölçümler bize gösteriyor.

Şekil 11. Bir Laplace Büyüme Modeli kümesi

Türbülansın bir istatistiksel alan teorisini inşa etmek, yani başka bir deyişle, uzayın her noktasındaki hızların belirlendiği tüm akış durumlarının nasıl bir istatistiksel dağılıma tabi olduğunu söyleyebilmek, prensip olarak mümkün olsa da önünde çok büyük teknik engeller var. Böyle bir teoride farklı ölçeklerde ortaya çıkan dalgalanmaların birbirleriyle nasıl etkileştiğini hesaba katmak gerekiyor. Akla, farklı ölçeklerdeki hız dalgalanmalarının hiç etkileşmediklerini düşündüğümüz bir "ideal" sistem için yapacağımız hesapları, etkileşmeleri aşama aşama hesaba katarak sistematik bir biçimde iyileştirmek (buna tedirgeme -pertürbasyon- yöntemi diyoruz) geliyor. Ne var ki, bu problem de, tıpkı termodinamik sistemlerin kritik noktasında olduğu gibi tedirgeme yöntemleri ile çözülemiyor: aradığımız olgulara, bir nevi, tümden yaklaşabilmek gerekiyor. Yine de, farklı ölçeklerdeki dalgalanmaların etkileşim mekanizmalarını incelemek bana ilginç geliyor. Aradığımız kritik üstelin salt boyutsal analizle ulaşabildiğimiz değerinden sapmasının nedeni, akışın içinde girdapların varlığından dolayı ortaya çıkan yerel anizotropi ve bu nedenle uzayın yerel olarak üç boyutlu değil de iki boyutluymuş gibi davranması. İlginç olan, istatistiksel alan teorisi yöntemleri ile farklı ölçeklerdeki hız dalgalanmalarının etkileşim şiddetini hesapladığımızda, bunun da, o civarda girdapların mevcudiyetine bağlı çıkması [5]. Bir çok böyle küçük bilmecenin çözülmesine rağmen türbülans problemi, hâlâ önümüzde klasik fiziğin en büyük çözülmemiş problemi olarak duruyor ve bu alanda günümüzde çok heyecan verici gelişmeler olmaya devam ediyor [6].



***Şekil 12.** İzotropik dairesel bir geometri yerine dikdörtgen bir geometride büyütülen kümenin bir kesiti alındığında elde edilen boş ve dolu noktaları, her vakit daha kaba bir biçimde temsil etmek mümkün. Resimde, çok kaba bir ölçekte b'ye eşit örgü aralığını, büyütecimizi yaklaştırarak, b/2, b/4 vs. ye indirdiğimizde ortaya çıkan detaylar görülüyor. Resmin alt kısmında da, tek bir "dolu" noktanın, büyüteç altında ya iki dolu noktadan, ya da bir dolu, bir boş noktadan oluştuğunun görüleceği anlatılıyor. Birinci ve ikinci tip dediğimiz bu iki durumun olasılıklarının C_1 ve $C_2=1-C_1$ olduğu durumda, eğer bu sayıları hesaplayabiliyorsak, fraktal boyutu $D=\ln(C_1-2C_2)/\ln 2$ denkleminden bulabiliyoruz. Demek ki, bütün mesele, şekil 10'da anlatılan yöntemle C_1'yi hesaplayabilmekte.*

Ayşe Erzan
Prof. Dr., İstanbul Teknik Üniversitesi Fizik Bölümü v e Feza Gürsey Enstitüsü

1. H.E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Academic, N.Y. 1971); C. Domb and M. Green eds., *Phase Transitions and Critical Phenomena*, vols. 1-6 (Academic Press, 1971-1976).
2. K.G. Wilson and J. Kogut, Phys. Rep. C 12, 75 (1974); K.G.Wilson, Rev. Mod. Phys. 55, 583 (1983).
3. B.B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (Freeman, 1982).
4. A. Erzan, L. Pietronero, A. Vespignani. Rev. Mod. Phys. 67, 545 (1995).
5. A. Erzan, Statphys 19, abs., Bai-Lin Hao ed. (Xiamen, 1995), s.151; Tr. J. Phys. 20, 82 (1996).
6. O. Boratav, A. Eden, A. Erzan eds., *Turbulence Modelling and Vortex Dynamics* (Springer, 1997); U. Frisch, *Turbulence, the Legacy of A.N. Kolmogorov, (Cambridge University Press, 1995)*