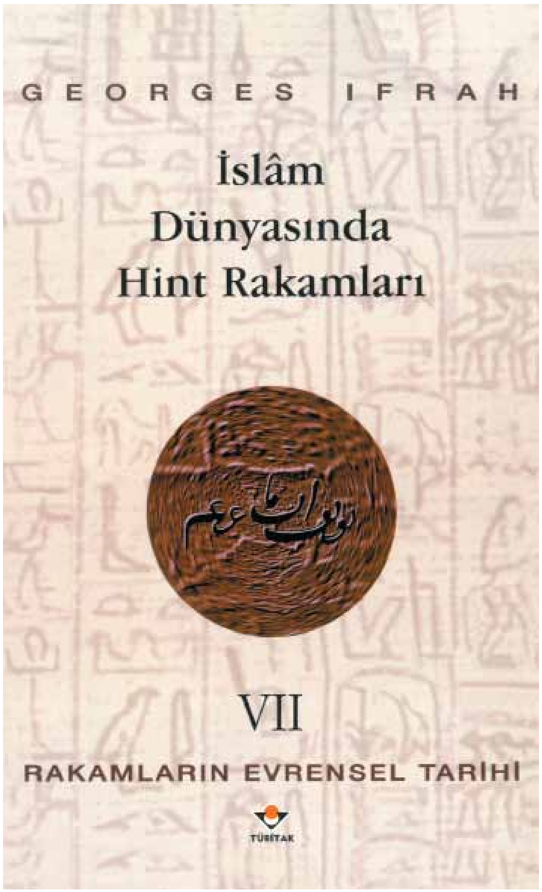
İslam Dünyasında Matematik

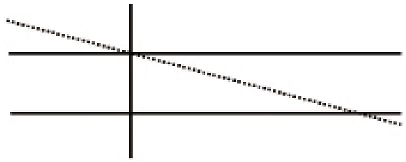
İslam dünyasında daha ilk dönemlerden itibaren yoğun ilgi gösterilen bir alan olan matematikte pek çok başarı elde edildiği bugün artık çok iyi biliniyor. 8. ve 14. yüzyıllar arasında başta aritmetik olmak üzere geometri, cebir ve trigonometri konularına önemli katkıları olan matematikçiler yetişti. İslam dünyasında önceki uygarlıklardan devralınan cebir ve geometriye ilişkin problemlerin yetkinleştirilerek çözümlenmeye çalışılması kuşkusuz matematik tarihine büyük bir katkı ve açılım sağlamıştır. Bununla birlikte, bu dönemde gerçekleşen asıl devrimci gelişme Arap alfabesinin harflerinden oluşan harf rakam sistemi (ebced) yerine konumsal bir sistem içerisinde tanımlanmış Hint rakamlarının kullanılmaya başlanması ve sıfırın keşfedilmesidir. Müslüman matematikçilerin 8. yüzyılda tanıştığı bu yeni hesaplama sisteminin kullanışlılığı ve yalınlığı matematikte gerçekleştirilen büyük atılımın önemli nedenlerindendir. Harf rakam sisteminde sayılar sabit değerler alan harflerle gösteriliyordu ve sistem konumsal değildi. Böyle bir rakam sistemi ile işlem yapmak son derece güç olduğundan, Hint rakamlarının üstünlüğü derhal fark edilmiş ve yaygın biçimde kullanılmıştır. Bu yeni hesaplama sistemi sonucunda cebir İslam dünyasında bağımsız bir disiplin kimliği kazanmıştır. Dolayısıyla 8. yüzyıl ile 14. yüzyıllar arasında yaşamış olan Hârezmî, Câbir İbn Hayyân, Sâbit İbn Kurrâ, Ebu Kâmil Şûcâ, el-Kerecî, el-Cevherî, İbn el-Heysem, Ömer Hayyâm ve Nâsirüddîn-i Tûsî gibi matematikçiler hem İslam dünyasında matematiği geliştirmiş hem de yazdıkları eserlerle Batı'daki büyük gelişmelerin kaynağını oluşturmuşlardır. Cebirdekine benzer bir gelişme geometri ve trigonometri alanlarında da gerçekleştirilmiş, açı hesaplarında kirişler yerine sinüs ve kosinüs gibi trigonometrik fonksiyonların kullanılması sağlanmıştır.



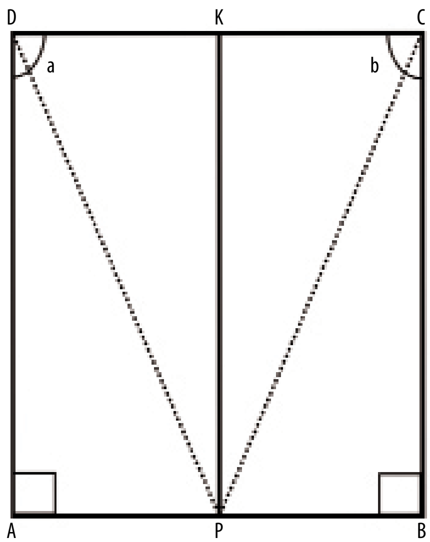
Matematik Çalışmaları

İslam kültür çevresinde matematik, başlangıçta genel olarak bilime ve bilimsel zihniyete karşı benimsenen olumlu tutumun etkisiyle hızla gelişme göstermiş ve giderek başta fizik ve astronomi olmak üzere matematiksel bilimler denilen bilimlerin gelişiminde önemli rol oynamıştır. İslam dünyasında bilimlerin doğuşu ve gelişimi sürecinde, diğer yeni kurulan uygarlıklarda olduğu gibi, önceki kültür mirasının devralınması ve özümsenmesi sürecinin de aynen işlediğini belirtmek gerekir. Dolayısıyla matematiğin doğup gelişmesi de başta Grekler olmak üzere, Persler ve Süryanilerden alınan bilgilerin özümsenmesiyle başlamıştır. Dönemin entelektüelleri bu kültür çevrelerinde sadece matematiğin oynadığı etkin rolü fark etmekle kalmamış aynı zamanda her türlü bilimsel etkinliğin aslında matematiğe dayandığı ve matematik olmadan varlığın bilgisini edinmenin olanaklı olmadığı düşüncesinin de açıkça ayırdına varmıştır. Bu olağanüstü düşünceyi erken dönemde benimseyen ve bilim topluluklarına telkin eden ise bütün zamanların en önemli kimyacısı Câbir İbn Hayyân'dır (722-808).

Câbir İbn Hayyân'a göre, evren geometrik bir yapıdadır ve evrendeki varlıkların ileri düzeydeki organizasyonunda noktalar halindeki sayılar çizgiyi, çizgiler yüzeyi, yüzeyler cisimleri oluşturur. Dört unsur veya dört sıvı (hılt) gibi nitelikleri geometri aracılığıyla ifade etmeyi deneyen Hayyân, bu düşüncesini Eukleides'in (MÖ 300'ler) *Elementler*'ine dayandırmış ve üzerine de bir şerh yazmıştır.



Eukleides'in paralel postulası



Ömer Hayyâm dörtgeni
Saccheri, beşinci postulanın diğer postulalarla ve aksiyomlarla bağdaşmaz olduğunu göstermek amacıyla Ömer Hayyâm dörtgenini kullanır. Şekilde A ve B açıları dik, AD=BC'dir. Eukleides'in ilk dört postulası temelinde, ADC=BCD olduğunu ispatlayan Saccheri, ADP ve BCP dik üçgenlerinin de eşit olduğunu göstermiştir. Böylece ADP=BCP ve PD=PC olur.
O halde DPK üçgeninin kenarları, karşılıklı olarak, CPK üçgeninin kenarlarına eşittir. Sonuç olarak da bu iki üçgen eşittir.
Böylece ADC=ADP+PDC=BCP+PCD=BCD olur.
C ve D'deki eşit açılara b ve a dersek, şu üç olasılık söz konusudur:
(i) $a+b=\pi$, yani bu açılar dik açıdır ya da
(ii) $a+b>\pi$, yani bu açılar geniş açıdır ya da
(iii) $a+b<\pi$, yani bu açılar dar açıdır.
Saccheri bu olasılıklara sırasıyla
dik açı, geniş açı ve dar açı hipotezleri adını verir.

Beşinci Postula Üzerine Yapılan Çalışmalar

İslâm dünyasındaki geometri çalışmalarının odağını başlangıçta Eukleides'in *Elementler*'inde yer alan problemler oluşturuyordu. Bu evrede sıklıkla ele alınan konu ise Eukleides'in "bir doğruya, dışındaki bir noktadan tek paralel doğru çizilebilir" şeklinde dile getirdiği *beşinci postula* veya bilim tarihinde daha yaygın bilinen adıyla *paralel postulası* olmuştur. Bunun çeşitli nedenleri bulunmakla birlikte muhtemelen en önemli olanı araştırmacıların postulayı kanıtlanması gerekmeyecek kadar açık bir akıl doğrusu olarak değil de, kanıtlanması gereken bir teorem olarak görmesidir. Bu bağlamda Abbas İbn Said el-Cevherî (9. yüzyıl), Sâbit İbn Kurrâ (ö. 901) ve İbn el-Heysem Eukleides'in beşinci postulasını açıklamaya çalışanlardan birkaçıdır.

Yeniden düzenleyerek veya yetkinleştirerek daha anlaşılır kılma çalışmalarının ayrıntısına burada girmeyeceğiz, ancak el-Cevherî'nin, Sâbit İbn Kurrâ'nın ve İbn el-Heysem'in önerilerinin çok sonraları Batılı matematikçiler tarafından büyük ölçüde benimsenip kullanıldığını söylemekte yarar var. Bu konuda el-Cevherî "iki düz çizgiyi herhangi bir üçüncü çizgi kestiğinde karşılıklı açılar eşit ise, bu durumda doğrular birbirlerine paraleldir ve eşit uzaklıktadır" derken, İbn el-Heysem postulayı "bir düz çizgiye olan sabit uzaklığın çizgileri yine düz çizgilerdir" biçiminde ifade etmiştir. Bu ifade 18. yüzyılda Avrupalı matematikçilerin benimsediği çözüm şekli olması bakımından değerlidir.

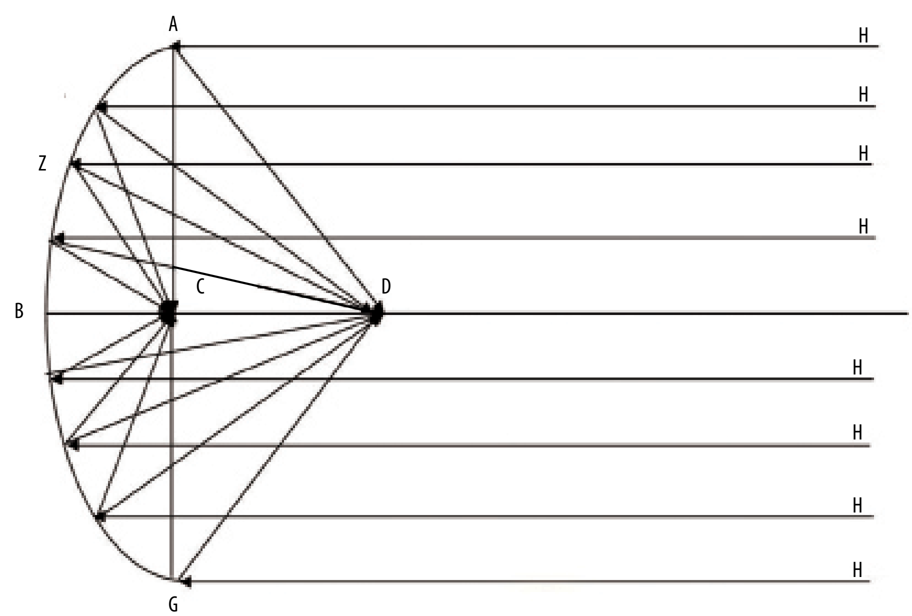
Konuya yeni bir yaklaşım denemesinde bulunan Ömer Hayyâm'ın (1048-1131) taban açıları dik, kenarları eşit olan bir dörtgende, dörtgenin geriye kalan iki açısı hakkında üç hipotez ileri sürerek getirdiği yaklaşım ise 18. yüzyılda İtalyan matematikçi Girolamo Saccheri (1667-1733) tarafından tekrarlanmıştır.

Paralel postulasıyla ilgilenen bir diğer bilgin de aynı zamanda mükemmel bir astronom olan Nâsirüddîn-i Tûsî'dir (ö. 1274). El-Cevherî ve Hayyâm'a benzer şekilde hareket eden Tûsî, postulayı "eğer bir düzlemde bulunan iki düz çizgi bir yönde birbirlerinden ayrılarak uzayacak olursa, kesişmeden yönlerine devam edemezler" diye ifade eder. Bütün bunlar sonuçta paralel postulasının diğerlerinden bağımsız olduğu görüşüne ve Eukleides dışı geometrilere götüren yolu hazırlamıştır. Bu matematik tarihi açısından son derece önemli bir gelişmedir. Bununla birlikte bu gelişmelerin bir diğer sonucundan da söz etmek gerekir: Yaklaşık elli yıllık bir zaman diliminde Eukleides'in *Elementler*'i tam anlamıyla özümsenmiştir.

Cebirin Geometriye Uygulanması

Geometridekine benzer bir gelişme de cebir alanında gerçekleşmiştir. İlk çalışmalardan biri Arkhimedes'in ifade ettiği, bir kürenin bir düzlem yoluyla iki kısma belirli bir orantıyla nasıl bölümleneceği sorusuna yanıt aranmasıdır. 10. yüzyılın ilk yarısında çalışmalar yapan Ebû Cafer el-Hâzin üçüncü dereceden bir denklemi çözmeyi başardığı gibi, kübik denklemlerin köklerini bulmak için koni kesitlerinin yeterli olduğunu açıklamıştır. Benzer şekilde İbn el-Heysem de Arkhimedes'in yukarıda değinilen problemiyle uğraşmış ve problemi üçüncü dereceden bir denkleme indirgeyerek koni kesitleri yardımıyla çözmüştür.

Alhazen Problemi
Eukleides geometrisinin klasik problemlerinden biri olan ve İbn el-Heysem tarafından optikte yeniden ifade edilen problem, küresel bir aynada bir ışık ışınının kaynaktan gözlemciye yansıdığı noktanın nasıl bulunacağıyla ilgilidir ve 11. yüzyıldan itibaren Batı'da "Alhazen Problemi" olarak bilinmektedir. İbn el-Heysem'e göre, ayna yüzeyinde C noktasına eşit uzaklıkta geçen doğruların oluşturduğu noktaları birleştiren bir çember çizildiğinde, eksene paralel giden ve bu çemberin çevresinde son bulan ışınların hepsinin C noktasına yansıdığı görülecektir. Çünkü ayna yüzeyindeki her noktanın konumu, eksen üzerinde yer alan C noktasına göre, bütün daire açısından aynı bağıntıyı taşır.



Cebirsel geometrinin kalburüstü problemlerine olan ilgi bunlarla da sınırlı kalmamış, yine İbn el-Heysem optik kitabında kendisinin geliştirdiği bir problemin çözümünü vermiştir. Bilim tarihine bilginin adının Latince söylenişiyle *Alhazen Problemi* olarak geçen bu problem, küresel bir aynaya belirli bir uzaklıkta bulunan bir nesnenin görüntüsünün aynadan göze yansıtıldığında, yansıma noktasının nasıl bulunacağıyla ilgilidir. Problem el-Heysem tarafından geometrik olarak ele alınmış ve dördüncü dereceden bir denklemle çözülmüştür.

Ömer Hayyâm ise denklemleri 25 tipe ayırmıştır: Bir tanesi birinci dereceden (çizgisel), beş tanesi ikinci dereceden (kare), beş tanesi üçüncü dereceden (kübik, ancak kare şeklide olanlara indirgenebilir), 14 tanesi ise kübik tarzda denklemlerdir; koni kesitleri yardımıyla çizilebilir ve çözümlenebilirler. Geometrik konstrüksiyon yöntemlerini iki durumda sayısal denklemlere uygulayan Hayyâm'ın ulaştığı tek tek sonuçlardan daha önemlisi, bunların yöntemsel yanıdır. Çünkü Hayyâm aynı sistemi birçok koni kesiti için kullanarak eski koni kesiti öğretisinin koordinat sistemini müstakil koni kesitinden ayırmaktadır. Bu bağlamda haksız yere Descartes'a (1596-1650) atfedilen dik açılı koordinat sisteminin avantajlarını fark eden kişidir. Bunun anlamı şudur: İlk defa cebir, geometriye uygulanmaktadır.

Bu konuda çalışan başarılı bir diğer bilgin de Harran'da yaşayan Sâbit İbn Kurrâ'dır (826-901). Yunanca ve Süryanice bilen Kurrâ, Apollonios, Arkhimedes, Eukleides ve Ptolemaios gibi Yunan bilginlerin önemli yapıtlarını Arapçaya çevirmiş ve bazılarını yorumlamıştır (şerh). Ptolemaios'un *Almagest*'i için yaptığı yorumda, sinüs teoreminin tanımını vermiş ve bu teoremi astronomiye uygulamıştır.

Sâbit İbn Kurrâ aynı zamanda cebiri geometriye başarıyla uygulayarak $x^2+bx=c$, $x^2=bx+c$ ve $x^2+c=bx$ denklemleri için daha önce ünlü matematikçi Hârezmî'nin vermiş olduğu çözümlerin kanıtlarını Eukleides'in *Elementler*'ine dayandırmış, yani Hârezmî'nin geometrik çözümleri ile Eukleides'in teoremleri arasında bağlantı kurmuştur. Sâbit İbn Kurrâ'nın dikkat çeken diğer bir yönü de, Çinlilerden sonra sihirli kareleri inceleyen ilk matematikçi olmasıdır. Bir açının üçe bölünmesi problemiyle de uğraşmış ve Pythagoras teoreminin genel bir kanıtını yapmıştır. Sâbit İbn Kurrâ trigonometri ile de ilgilenmiş ve bugün sinüs teoremi olarak adlandırılan kesenler teoremini geliştirmiştir.

Sâbit İbn Kurrâ'nın Pythagoras teoremiyle ilgili açıklaması

0

Sıfırın Keşfi

Matematiğin ilk eylemi sayı saymaktır. İnsanların varlıkları daha ayrıntılı bilebilmesi için sayıları gösteren işaretlerin bulunması uygarlık tarihinde önemli bir gelişmedir. Sayı sisteminin oluşmaya başlaması sayı biliminin yani bugün aritmetik denilen disiplinin doğuşunu hazırladığı gibi dört işlemin yapılması, ticaretin gelişmesi, ölçme bilgisinin önemsenmesini de sağlamıştır. Çünkü insan düşüncesini görsel olarak betimleyip kalıcı hale getirme gereksiniminin tamamen karşılanması ancak sayısal gösterimle olanaklıdır. Diğer taraftan sayısal gösterim eşsiz bir anlatım ve sürekli bir iletişim aracıdır, çünkü doğrudan doğruya fikirler dünyasına girmeyi, düşünceyi kavramayı, düşünceyle uzay ve zamanda yolculuk yapmayı sayılar sağlar. Dahası, düşünceyi her an saklayıp yeniden canlandırarak disipline sokar ve düzenler. O yüzden hemen hemen bütün uygarlıklarda aritmetik zihnin eğitim sanatı olarak görülmüştür. Modern insanın en güçlü düşünsel donanım aracı da sayılardır. Ancak insanlar uzun bir süre sayma gereksinimlerini kendi alfabelerindeki harflerle karşılamaya çalışmıştır. Bu durumun en güzel örneği ebced hesabıdır. Bu sistemde rakamlar, yazı harfleriyle ifade edilmeye çalışılıyordu. Kuşkusuz büyük sayıları ifade etmek için bir sürü harfi yan yana dizmek gerekiyordu. Bu sıkıntılı durumun aşılmasını Hintlilerin bugünkü sayı sisteminin aslını oluşturan, 1'den 9'a kadar olan sayıları bulması sağladı. Bu uygarlık tarihi için gerçek bir gelişme oldu. Ancak 1'den 9'a kadar olan bu dizgeye Hârezmî'nin (780-850) 0'ı eklemesi tam anlamıyla bir devrim oldu. Çünkü sıfırın olmadığı bir dizgede örneğin 78 ile 708 sayılarını ayırt etmek olanaklı gözükmüyor. Sıfırı rakam sistemine dahil eden Hârezmî, onunla nasıl hesap yapılacağını da açıklayan ilk bilim insanıdır. Bilim tarihindeki çok özel bir anın ifadesi olan bu durumu bütün uygarlıklara anlatan ve tanıtan da Hârezmî'dir. Sıfırın insanlık kültürüne katılmasının yazının icadından ancak yaklaşık 5000 yıl sonraya rastladığına da ayrıca dikkat etmek gerekir.

Kaynaklar

Bağçe, S., "Saccheri'nin Eukleides'i Üzerine Bir Metodolojik-Tarihsel Çalışma", *Felsefe Dünyası*, Sayı. 29, Türk Felsefe Derneği, 1999.

Ifrah, G., *Hesabın Destanı, Rakamların Evrensel Tarihi VIII*, Çeviren: K. Dinçer, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, 2000.

Ifrah, G., *İslam Dünyası'nda Hint Rakamları, Rakamların Evrensel Tarihi VII*, Çeviren: K. Dinçer, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, 1998.

Sayılı, A., "Thabit ibn Qurra's Generalization of the Pythagorean Theorem", *Isis*, Cilt 51, 1960.

Sertöz, S., *Matematiğin Aydınlık Dünyası*, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, 1996.

Sezgin, F., *İslam'da Bilim ve Teknik*, Cilt I ve II, Çeviren: A. Aliy, Türkiye Bilimler Akademisi ve Kültür Turizm Bakanlığı Yayını, 2007.

Topdemir, H. G. ve Unat Y., *Bilim Tarihi*, Pegem, 2008.

Topdemir, H. G., *Modern Optiğin Kurucusu İbn el-Heysem*, Atatürk Kültür Merkezi, 2002.

Topdemir, H. G., *İbn el-Heysem ve Yeni Optik*, Lotus, 2008.