Çerçi

Şahin Koçak

Erzurumlu İbrahim Hakkı Ya da Bir Kitabın Peşinde

Geçen ay dedelerimizi imtihan etmeye kalkan yabancılarla hesaplaşmaya çalışmıştım. Tabii bizimkilerin eleştiriyi, hatta yergiyi hak ettiği hususlar olabilir. Ama bu iş yabancılardan gelince nedense kanıma dokunuyor. Kendi kendimizi sorgulayıp, eleştirmeyi öğrenmemiz lazım. Üstelik dedelerimizin arasında Milet'li Thales'in, Perge'li Apollonios'un ve Knidos'lu (Datça'lı) Eudoxos'un (ismi az bilinmekle beraber Arşimed öncesi en büyük matematikçi, arkaik integral hesabın mucidi, Öklid'in en önemli kitaplarının kaynağı) olduğunu düşününce bu sorumluluk daha da artıyor. Ama başkalarının bize gülüşünü taklid ederek kendimize gülmeye çalışınca komik oluyoruz. Mizaha, tabii, diyeceğim ne olabilir; ama hoyrat türküleri sevmekle beraber, hoyrat mizahı sevmiyorum.

Her neyse, tam bu meseleyi unutup, söz verdiğim gibi Öklid'in saltanatı sona erdikten sonra önümüze açılan yeni âlemlerle ilgili birşeyler yazmaya başlayacaktım ki, televizyonda Demirtaş Ceyhun'la yapılan bir röportaja takıldım. Demirtaş Bey, anlayabildiğim kadarıyla, medreselerde İslami ilimler dışında hiçbir şeyin olmadığını söylüyordu. Ben şaşkınlık içinde kendisini izlerken, doçent veya profesör olduğu anlaşılan bir bey telefonla bağlandı ve bunu büyük bir nezaketle tekzibederek, elinde bir kaynak olduğunu belirtti ve Erzurumlu İbrahim Hakkı Efendi Hazretlerinin Marifetname adlı kitabında "karekök almaya kadar varan" bilgilerin olduğunu söyledi. O anda küçük dilimi yutacaktım.

Bunun birkaç sebebi vardı. Bir kere karekök'ün bu kadar önemli görüldüğünü bilmiyordum. İkincisi, ben bu kitabı yıllar önce bir rastlantıyla alıp, şöyle bir karıştırmış, sonra da isteyen bir arkadaşa vermiştim. Demek ki o kitabın "medreselerde İslami ilimler dışında bir şey yoktu" iddiasına televizyonlarda cevap teşkil edebilecek derecede ağırlık taşımakta olduğunu fark edememiştim. Üçüncüsü, kitabı hangi arkadaşın aldığını çıkartamıyordum. Dördüncüsü, karekök almanın bu kitabın ileri bir mevzuu olduğu anlaşılıyordu, ama ben hayal meyal Babillilerin de karekök alabildiğini anımsıyordum. Oysa İbrahim Hakkı nispeten yakın zamanda yaşamış olmalıydı ve bu arada matematikte epeyce birşeyler olmuştu. Karmakarışık bir kafayla ansiklopediye fırladım.

Erzurumlu İbrahim Hakkı (1703 Hasankale-Erzurum, 1780 Tillo-Siirt)

1752 de I. Mahmud'un özel konuğu olarak saray kütüphanesinden yararlanmış. Marifetname yayınlandığında büyük yankılar uyandırmış ve daha sonraki dönemlerde de değerini korumuş. Astronomi, coğrafya, tıp, matematik, jeoloji, fizyoloji, psikoloji, zooloji, mineraloji, anatomi, geometri gibi çok çeşitli bilim dallarına giren konuları tanıtan ansiklopedik bir yapıtmış.

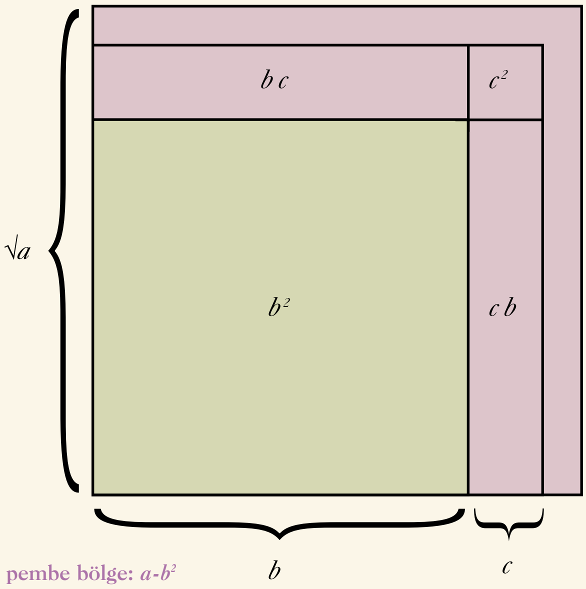
Böyle bir ufka saygı duymamak mümkün değil.

Ertesi gün kitapçılara koştum. Marifetname (Diyanet yayınları satan bir kitapçı da dahil olmak üzere) hiçbirinde yoktu. Sonra üniversite kütüphanesine bakmak aklıma geldi. Orada da yoktu. Büyük bir Anadolu kentinde Marifetname'ye ulaşamıyordum ve ısrarla bilmek istediğim bir şey zihnimi rahat bırakmıyordu. Hatırlayabildiğim kadarıyla Marifetname'de diferansiyel ve integral hesapla veya kütle çekimiyle ya da dinamikle ilgili birşey yoktu. Oysa 1752'ye gelindiğinde Sonsuz Küçükler hesabını yaratanlardan Leibniz öleli 36 sene, Newton öleli 25 sene olmuştu.

1752'de İbrahim Hakkı'nın çağdaşı Leonhard Euler 45 yaşındaydı ve 16 yıl önce, büyük matematikçi James Bernoulli'nin hayatı boyunca uğraşıp bulamadığı

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\ldots$$

toplamının (ters kareler serisi) $\pi^2/6$ olduğunu onun ölümünden 31 sene sonra bularak Avrupa'da hadise yaratmıştı ve daha buna benzer neler bulmuştu ve daha ne seriler ve π ile ilgili ne esrarengiz formüller ortalıkta kol geziyordu. Ama Marifetname'den hiç böyle şeyler hatırlamıyordum. Yani şimdi İbrahim Hakkı'yı Euler'le karşılaştırmak gibi bir haksızlığı aklının köşesinden geçirmeyecek kadar vicdan sahibi olduğumun bilinmesini isterim; çünkü Euler'le karşılaştırılacak ne o zaman, ne de ondan sonra, ne Almanı vardı, ne Fransızı vardı, ne İngilizi (Amerikalıları zaten saymaya lüzum yok); ama İbrahim Hakkı, ulaşabilse, belki Euler'i anlayabilirdi. Belki o bilgiler o zamanlar henüz kitap formunda ulaşılabilir hale gelmemiş olabilir ve İbrahim Hakkı o günlerin modası olan mektup trafiğinin dışında kalmış olabilirdi ama, 1752'de en azından Newton'un büyük eseri yayınlanalı 65 yıl olmuştu.



pembe bölge: $a-b^2$
$(b+c)^2=b^2+2bc+c^2$
$2bc+c^2 < a-b^2$

Principia Mathematica acaba saray kütüphanesinde var mıydı? Üstelik 1708'de 2. baskısı, 1726 da 3. baskısı da yapılmıştı. Yoksa neden yoktu? Yoksa İbrahim Hakkı'nın ne kabahati vardı? Yoksa olmamasında İbrahim Hakkı da kusurlu sayılabilir miydi? I. Mahmut kitap alırken İbrahim Hakkı'ya mı soruyordu? Sormuyorsa kime soruyordu? Sorsa İbrahim Hakkı bu eseri ısmarlar mıydı, varlığından haberdar mıydı? İbrahim Hakkı Latince biliyor muydu? 1752'de Principia hangi dillere çevrilmişti? Bu kitap Anadolu'ya ilk defa ne zaman girdi? Bu kitaptan şimdi nerede var? Bu kitabı Türkiye'de okuyan oldu mu? Okumak artık gerekmez mi? Gecikince okumaktan kurtuluyor muyuz? Okunmayan kitap eskir mi?

Zihnimi kurtarmak için başedebileceğim şeylere dönmenin daha akıllıca olacağını düşündüm ve şu karekök meselesine bir bakayım dedim. Bu karekök işinden oldum olası nefret ederdim. Aslında kareköklere hayranımdır da, onların ondalık, yaklaşık hesabını sevmiyorum. Yoksa $\sqrt{2}$, uğruna felsefeler kurulmuş, felsefeler yıkılmış bir destandır. Ama hatırladığım kadarıyla Marifetname'de bulunan "karekök almaya kadar varan" bilgiler, ondalık, yaklaşık hesapla ilgiliydi.

Kırk yıl kadar önce anlamını kavramadan öğrenmiş olduğumu hatırladığım bu yöntemi tamamen unutmuş olduğumun farkına vardım. Bir üniversitenin matematik bölümünde asistanından profesörüne kadar 10 kadar kişiye karekökün nasıl alındığını sordum ve hiçbirinden cevap alamadım. (Tabii bu bölümün başkanı ben olduğum için insanlara birşey diyecek halim yoktu. Yoksa herhalde birşeyler söylerdim. Ama belki de haklıydılar. Günümüzde bilmek değil, bulmak önemliydi. Bir gün ihtiyaç duyarlarsa, oturup bir yol bulurlardı.)Bana hesap makinası kullanmamı önerdiler, fakat ben bunun mertliğe sığmayacağını düşünerek kabul etmedim; bunun üzerine bir kitap önerdiler. Kitapta "sağdan başlayarak ikişer ikişer ayır, sonra şöyle yap, sonra böyle yap" diye muska gibi birşeyler yazıyordu. Hiçbirşey anlamadım ve en iyisi bunu oturup kendim çözmeye çalışayım, belki o zaman anlarım dedim.

Zaten kimsenin kimseye birşey öğretemeyeceği hep söylenir.

Şimdi diyelim ki a gibi bir sayının (örneğin 40) karekökünü ($\sqrt{40}$) alacağız, yani kendisiyle çarpıldığında a verecek bir sayı bulacağız. Ve diyelim ki, öyle bir b sayısı bulduk ki (örneğin 6), b^2 tam a'ya eşit olmadı, biraz küçük kaldı: $b^2<a$ $(36<40)$. O zaman b'ye c gibi bir sayı ekleyerek aradaki farkı kapatmaya ve durumu iyileştirmeye çalışabiliriz. (Sayı deyince burada hep pozitif sayılardan söz ediyorum.) Tam olarak $(b + c)^2 = a$ olmasını istersek, $b^2 + 2bc + c^2 = a$, yani $2bc + c^2 = a - b^2$ eşitliğini sağlayan bir c sayısı bulmamız gerekir ki, bu önceki problemden daha beter oldu. Ama şöyle bir şey deneyebiliriz:

$(b + c)^2 < a$
yani
$2bc + c^2 < a - b^2$

olacak şekilde bir c bulmaya çalışalım. Bu daha kolay olabilir. $2bc+c^2 = (2b+c).c$ olduğundan demek ki şöyle yapabiliriz: İlk adayımız olan b sayısının 2 katına öyle bir c sayısı ekleyelim ki, bu toplamı c ile çarptığımız zaman çıkan sayı $a - b^2$ farkından küçük kalsın. Bunu başarırsak $b + c$ gibi yeni bir adayımız olacak ve bunun karesi a'dan daha küçük, fakat önceki duruma göre a'ya daha yakın olacak.
(Sayısal örneğimizde
$a-b^2=40-36=4$ ve $2b=12$'dir.
Bu nedenle örneğin
$c=0.2$ veya $c=0.3$ alabiliriz,
fakat $c=0.4$ alamayız. Çünkü
$12.2x0.2=2.44<4$,
$12.3x0.3=3.69<4$'dür,
fakat $12.4x0.4=4.96<4$ değildir. Böylece $\sqrt{40}$'a 6'dan daha yaklaşık bir değer olarak 6.3 alabiliriz.)
Artık bu işlemi istediğimiz kadar yineleyebiliriz ve aradığımız gerçek kareköke gittikçe daha fazla yaklaşabiliriz. c sayısını olabildiğince büyük seçmeye çalışmak tabii çok yerinde olacaktır. Yinelemeler sırasında, onlar basamağı, yüzler basamağı gibi uygun bir sistem tutturmak da işimize yarayabilir. Şimdi bu düşünceyi bir örnek üzerinde daha ayrıntılı deneyelim.

$a=2$ alalım ve $\sqrt{2}$'ye yaklaşmaya çalışalım.

$a=2$ $-\ b^2=1$ $a-b^2=1$ $-\ (2b+c).c=0.96$ $a-b^2-(2b+c).c=0.04$ $a-(b+c)^2=0.04$	$b=1$ ilk adayımız $2b+c=2+0.4$ $\times\ 0.4$ 0.96 $b+c$'ye b_1 diyelim.	(c olarak ondalıkları denedim, en fazla 0.4 alınabiliyor.)
$a-b_1^2=0.04$ $-\ (2b_1+c_1).c_1=0.0281$ $a-(b_1+c_1)^2=0.0119$	$b_1=b+c=1+0.4=1.4$ ikinci adayımız $2b_1+c_1=2.8+0.01$ $\times\ 0.01$ 0.0281 b_1+c_1'e b_2 diyelim.	(c_1 olarak yüzdelikleri denedim, en fazla 0.01 alınabiliyor.)
$a-b_2^2=0.0119$ $-\ (2b_2+c_2).c_2=0.011396$ $a-(b_2+c_2)^2=0.000604$	$b_2=b_1+c_1=1.4+0.01=1.41$ üçüncü adayımız $2b_2+c_2=2.82+0.004$ $\times\ 0.004$ 0.011396 b_2+c_2'e b_3 diyelim.	(c_2 olarak bindelikleri denedim, en fazla 0.004 alınabiliyor.)
$a-b_3^2=0.000604$	$b_3=b_2+c_2=1.41+0.004=1.414$ dördüncü adayımız.	

$b=1$ alarak işe başlayalım : $1^2=1<2$. Biraz düzenli görünsün diye hesapların gerisini yukarıdaki çerçeveye yerleştirdik.

Bu kadar yaklaşıklığa razı olup (2 ile dördüncü adayımızın karesi arasındaki fark binde bir'in altına düştü) bir de Babillilerin ne yaptığına bakayım dedim. "Bilimin Uyanışı" adlı her matematik ve bilim tarihi meraklısına tavsiye edeceğim muhteşem kitapta (Türk Matematik Derneği yayını) önceki sayfadaki resmi gördüm.

YBC 7289 numarasıyla Yale'de muhafaza edilen bir kil tablet üzerindeki karenin bir kenarı *30* olarak verilmiş, köşegen üzerinde de *1*, *24*, *51*, *10* ve *42*, *25*, *35* sayıları bulunuyormuş.

$\sqrt{2}$'nin 1.4 civarında olduğunu düşünürsek, $30 \times 1.4 = 42$ olduğundan, ikinci sayı köşegenin uzunluğunu gösteriyor olmalı. Bu durumda ilk sayının da herhalde $\sqrt{2}$ olması lazım ama, bu 1.41 den bayağı uzak. Yoksa Babilliler kaba bir hata mı yapmışlardı? Zaten rakamların ikişer ikişer ayrılması da tuhafıma gitti ve bana muska yöntemini çağrıştırdı. Sonra ben gafil, uyandım ki (yani kitapta okudum ki) bu yazım *60* tabanına göre imiş.

Yani *1,24,51,10* sayısı şu demek:

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1.414212\,.$$

Bu sayının virgülden sonra kaç hane doğru olduğunu görmek için, isterseniz bu defalık bir hesap makinesine bakın.

Babillilerin bunu nasıl bulduğunu okuyunca daha da hayretler içinde kaldım. $\sqrt{2}$ için gene bir b yaklaşık değeri ile başlıyorlar ve

$$b_1=\frac{1}{2}\left(b+\frac{2}{b}\right)$$

yeni yaklaşık değerini buluyorlar. Bu da nerden çıktı demeyin (yok, aslında deyin.) Sonra bu değere aynı işlemi uygulayıp

$$b_2=\frac{1}{2}\left(b_1+\frac{2}{b_1}\right)$$

değerini buluyorlar ve böyle devam ediyorlar. Çok da fazla gitmelerine gerek kalmıyor: Gene $b=1$ alacak olursak, bu defa

$$b_1=\frac{3}{2},\ b_2=\frac{17}{12}\ \text{ve}\ b_3=\frac{577}{408}$$

değerlerini buluyoruz. Tabletteki değerin bu b_3 olduğu anlaşılıyor. Benim b_3'e göre çok daha iyi bir değer! (Bunu *60*'lı tabana göre yazmaya çalışmanızı hararetle öneririm. Babillilerin virgülden sonraki üç *60*'lı rakamını bulacaksınız ve isterseniz ötesini).

Tabii Erzurumlu İbrahim Hakkı'nın bu tableti görmüş olması mümkün değil, çünkü 20. yüzyılın 2. çeyreğinde bulunmuş. Ama bu gerçek ne yazık ki gene de karekök almayı 18. yüzyılda da güncel yapmıyor.

Bir gün o kitaba ulaşırsam, hafızamın beni yanıltmış olduğunu gördüğüm noktalarda tabii ki gereken düzeltmeleri yapacağım.